



FRACTAL ILHA DE KOCH: construção do fractal utilizando o Software Scratch

Raine de Oliveira Martins

Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR
raineoliveira31@gmail.com

Talita Secorun dos Santos

Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR
talita.santos@ies.unespar.edu.br

Luciano Ferreira

Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR
luciano.mat.mga@gmail.com

Resumo: O presente trabalho objetivou fomentar discussões sobre conceitos matemáticos por meio da construção do Fractal Ilha de Koch utilizando o software Scratch. O Fractal Ilha de Koch consiste na primeira etapa em um triângulo equilátero dividido em três partes iguais e em cada etapa da sua construção parte do meio é substituída por um triângulo equilátero sem um dos lados. A construção do Fractal foi realizada em um encontro remoto via Google Meet com duração de 4 horas, que envolveu a programação da Ilha de Koch utilizando o software Scratch e contou com a participação de alunos de 11 a 14 anos de escolar públicas e particulares. A programação se mostrou um favorecedor no entendimento de conceitos matemáticos e fomentou discussões sobre a origem das geometrias e estimulou o raciocínio lógico-matemático, a criatividade e a capacidade de compreender, analisar e resolver problemas. Durante a programação foi possível discutir conceitos relacionados a geometria como plano cartesiano e ângulo e conceitos como números inteiros e lógica matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática. Geometria Fractal. Software. Ilha de Koch.

INTRODUÇÃO

Com o início do ano de 2020, o mundo se deparou com a pandemia causada pelo vírus COVID-19. Uma doença considerada de fácil contágio causada por um vírus denominado Coronavírus SARS_COV-2, com o desconhecimento de vacinas e ou métodos de tratamento, a Organização Mundial da Saúde (OMS) estabeleceu como medida principal de combate a pandemia o distanciamento social, entre outras recomendações relacionadas à higiene. Esta circunstância suspendeu as aulas presenciais em todos os níveis de ensino em âmbito nacional, com essa impossibilidade de ministrar aulas presenciais, se fez necessária a busca por

alternativas didáticas para professores durante o período de restrições. Ao tratar de alternativas tecnológicas para o ensino de conhecimentos matemáticos, as Tecnologia de Informação e comunicação (TDIC) e as Tecnologias Digitais (TD) ganharam protagonismo.

Considerando esse panorama, foi desenvolvido e aplicado um curso em três etapas visando explorar a aprendizagem matemática utilizando softwares. Este trabalho aborda a última etapa do curso que foi aplicado de forma remota com a duração de 4 horas e apresentou a programação do Fractal Ilha de Koch. Participaram do curso 5 alunos com faixa etária de 11 a 14 anos do ensino fundamental de escolas públicas e particulares. Para a construção do fractal foram utilizados os softwares GeoGebra1 e Scratch. Estes softwares foram escolhidos devido a sua disponibilidade considerando que ambos os softwares são gratuitos.

METODOLOGIA

A presente aplicação foi desenvolvida em etapas, inicialmente como uma maneira de fundamentar o presente trabalho, foi realizada uma pesquisa bibliográfica com a coleta de trabalhos, minicursos e apresentações que discorrem acerca do uso softwares no ensino e aprendizagem da matemática, utilizando a ferramenta de busca disponibilizada no site da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM em específico nos anais das 13 edições do Encontro Nacional Ensino Matemático – ENEM. Foi realizada uma pesquisa pelos títulos utilizando como palavras-chave: Geometria, Softwares e Geometria fractal. Em seguida, foi realizado um estudo sobre a Geometria Fractal com o objetivo de auxiliar nas construções dos objetos geométricos e na elaboração do material com as etapas das programações. Posteriormente, foram desenvolvidas as programações do fractal Ilha de Koch utilizando o software Scratch e o desenvolvimento da programação. Por fim, a atividade foi aplicada em um curso de forma remota para alunos da Educação Básica e os dados construídos durante a aplicação foram analisados utilizando a transcrição do encontro.

UM OLHAR PARA AS ATIVIDADES

A última etapa do curso teve a duração de 4 horas e teve o intuito de trabalhar com conceitos de Geometria Fractal. Esta etapa teve início com a apresentação e discussão acerca dos cinco postulados de Euclides individualmente e suas devidas representações no software GeoGebra. O primeiro postulado declara que entre dois pontos pode-se traçar apenas uma reta, quando indagados sobre o que seria uma reta, um dos participantes a definiu como *um conjunto*

de infinitos pontos. Já no segundo postulado, houve dificuldades de compreensão sobre os conceitos de reta e segmento e as diferenças entre eles. Com o terceiro postulado foi possível abordar o conceito de raio, conteúdo apresentado como conhecido pelos participantes. Durante o quarto postulado foi possível discutir conceito de retas paralelas, definidas por um participante como *retas que não se cruzam*. Para abordar o quinto postulado foi abordado o livro *Os Elementos* de Euclides como forma de representar os conceitos geométricos.

Com a apresentação do quinto postulado, iniciou-se discussões acerca das Geometrias não euclidianas. Durante comentários dos participantes acerca das *verdades matemáticas* iniciamos com a discussão sobre qual seria a menor distância entre dois pontos. Com isso foi possível discutir o conceito de reta, e como a Geometria de Euclides a qual se tem acesso em âmbito escolar não engloba a realidade que vivemos no mundo. Para melhor compreensão e visualização foi trazido uma representação do globo como uma maneira de exemplificar sobre a Geometria da superfície esférica e como ela pode representar trajeto de aeronaves e como ela se contrapõe ao quinto postulado de Euclides.

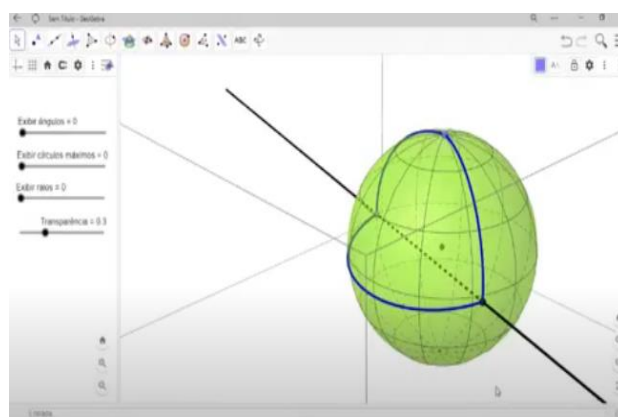


Figura 1 - Reta atravessando a superfície de uma esfera
Fonte: As autoras

Como uma maneira de visualizar a Geometria não euclidiana foi abordada a Geometria Elíptica e sua utilização em rotas aéreas, seu posicionamento de latitude e longitude e como essas representações podem ser consideradas a matemática se moldando a atender as necessidades do mundo e para isso temos o surgimento das Geometrias não euclidianas.

Com o questionamento “*O que é fractal?*” feito pela pesquisadora, iniciou-se uma discussão acerca da Geometria Fractal. Juntamente a isso, utilizamos a programação do fractal Triângulo de Sierpinski desenvolvido no software GeoGebra pela primeira autora do presente trabalho, como uma maneira de exibir os traços dessa geometria.

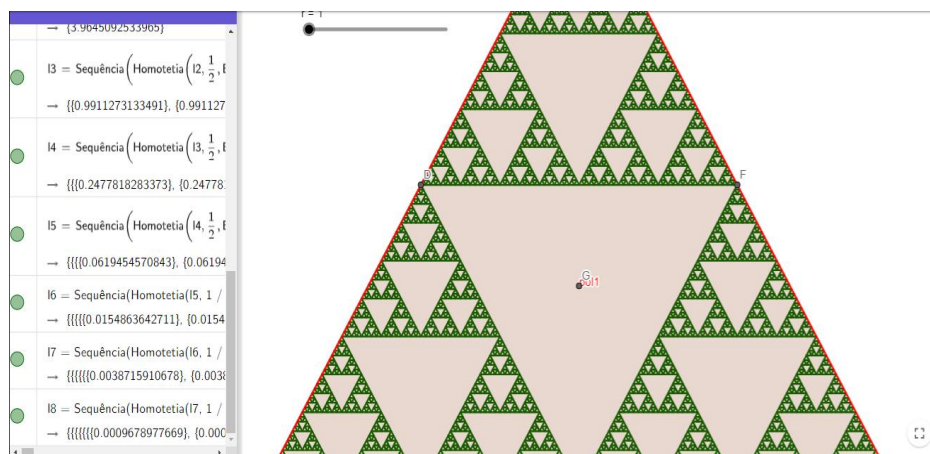


Figura 2 - Comando sequencia

Fonte: As autoras

Com a inquietação sobre a possibilidade de infinitas iterações, e em que isso desencadearia e suas possibilidades e relações com nosso dia a dia. Assim, foram apresentadas aos participantes imagens de fractais na natureza como uma maneira de exemplificar a autossemelhança, e uma forma de visualizar melhor a estrutura de um objeto fractal. Com as representações dos fractais na natureza foram trazidas imagens, de um girassol e um brócolis, foi possível perceber que os participantes já olhavam as imagens de forma diferente com a capacidade de identificar os padrões geométricos e de autossimilaridade entre os objetos. Como uma maneira de finalizar esse momento de introdução aos fractais foi feito a comparação dos padrões dos alvéolos do pulmão humano e os padrões desenvolvidos em afluentes de um rio.

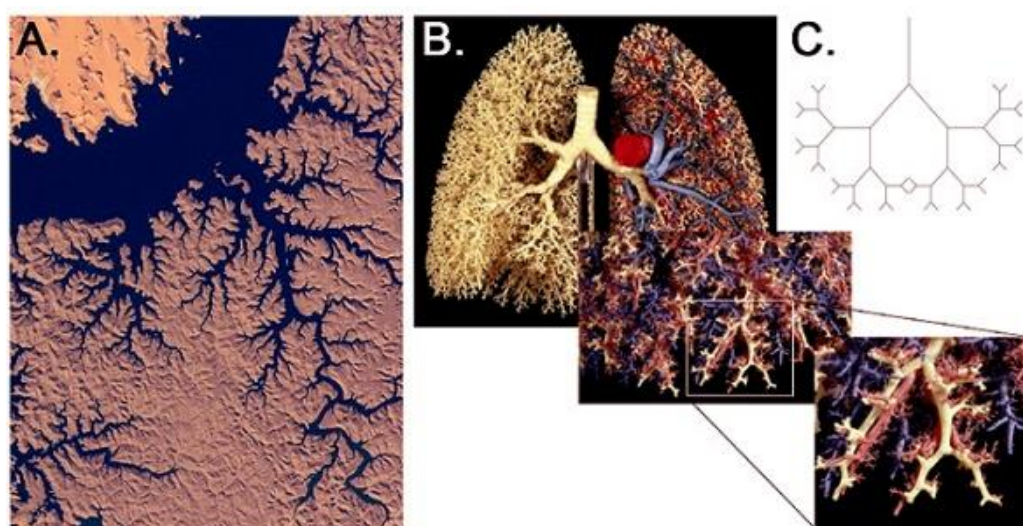


Figura 3 – A. Lago Nasser no Egito, visto da Estação Espacial Internacional em janeiro de 2010. B. Modelo em látex do pulmão humano. Vias respiratórias estão representadas a branco, a árvore vascular arterial, a vermelho e a árvore venosa, a azul. C. Modelo fractal do pulmão em que uma estrutura tipo árvore foi construída através de regras simples de repetições de ramificações nas extremidades de ramificações

Fonte: A. <http://gl/sgsp18> B e C C são imagens retiradas do artigo de Glenny. R, 2010

Os fractais contam com iterações infinitas, porém ao olharmos a natureza temos suas representações em iterações de forma limitada, com menos recursos e repetições, que as que os softwares nos permitem desenvolver.

CURVA DE KOCH

Segundo Barbosa (2002), a Curva de Koch foi citada pela primeira vez em 1904 em um artigo no qual o polonês Helge Von Koch que descreve a criação de curvas contínuas sem tangentes, que ficou conhecida como Curva de Koch. A construção dessa curva é realizada da seguinte maneira: considera um segmento de reta, seccionar esse segmento em três partes iguais, e retira o terço médio do seguimento inicial e o substituído o terço médio por um triângulo equilátero, desconsiderando a base desse triângulo. As condições anteriores devem ser repetidas para cada um dos novos segmentos.

Para a visualização da Curva de Koch, foi criada a relação inicial com triângulos equiláteros sem a base, porém também temos a possibilidade de utilizar do conceito do ângulo dos segmentos para facilitar a transição e visualização no momento da programação do objeto. Na Figura 5 abaixo vemos 4 iterações de Koch.

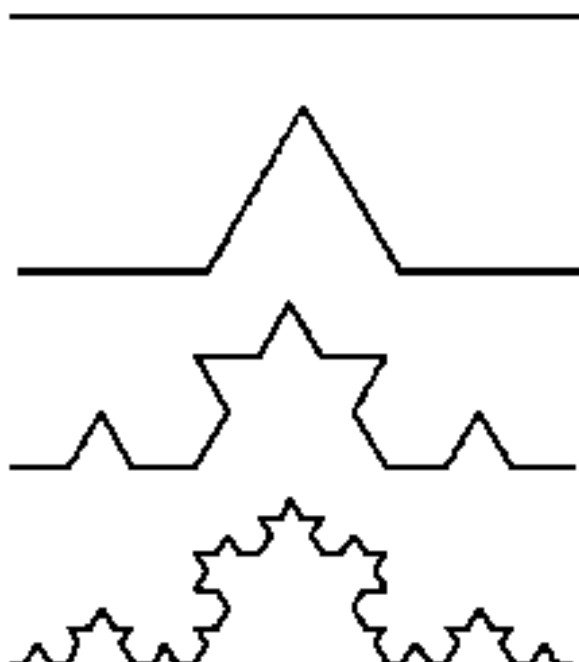


Figura 4 - Níveis da Curva de Koch
Fonte: As autoras

Durante a tentativa de introduzir a construção da curva de Koch um dos participantes apresentou sua tela e a deixou de modo que reproduzisse a tela anterior de forma que a primeira

imagem se assemelhava a última e questionou se aquilo que havia criado era um fractal, mostrando que compreendeu, de fato, o conceito trabalhado.

Utilizaremos esta forma para definir o desenho da curva de Koch, partindo de um segmento limitado, este segmento é seccionado em três partes iguais, momento em que o segmento central é retirado e substituído por um triângulo equilátero sem a base ou por dois segmentos onde o primeiro se posiciona na angulação de 60 graus e o segundo com a angulação de 120 graus o qual se intersecciona com o segmento original em 60 graus.

Como forma de esclarecer o objeto foi visualizado no software GeoGebra algumas iterações, feitas utilizando um controle deslizante, como a seguir:

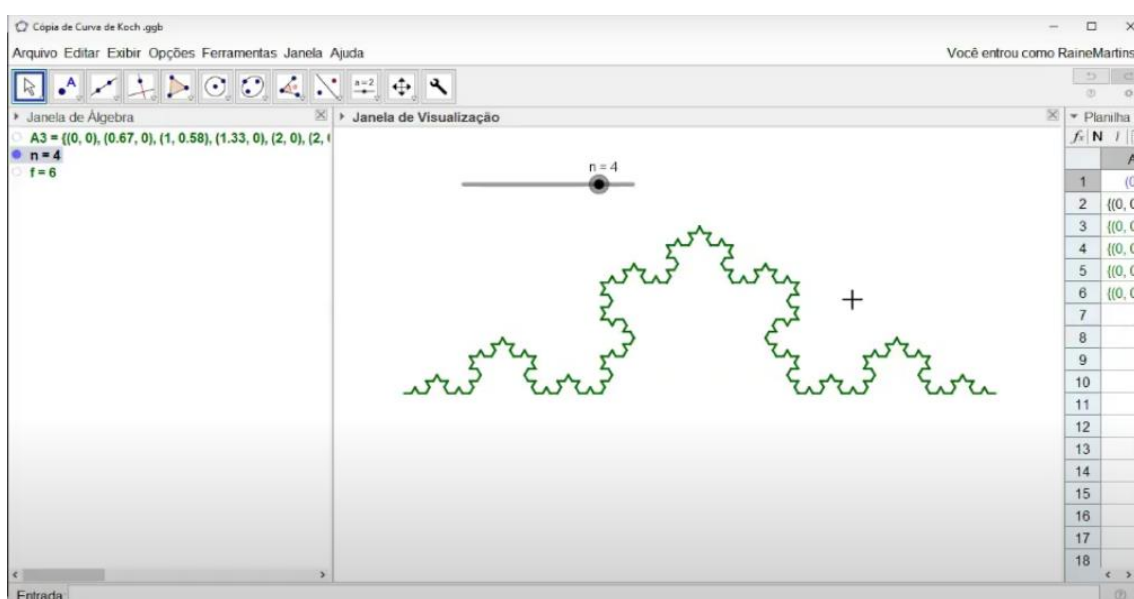


Figura 5 - Curva de Koch
Fonte: As autoras

ILHA DE KOCH

A curva de Koch da origem a chamada Ilha de Koch ou Floco de Neve de Koch, que são construídas seguindo a mesma estrutura da curva, porém partindo de um triângulo equilátero e cada lado desse triângulo são construídas as curvas. A figura obtida com o triângulo equilátero lembra visualmente um floco de neve, por esse motivo é chamado de Floco de Neve.

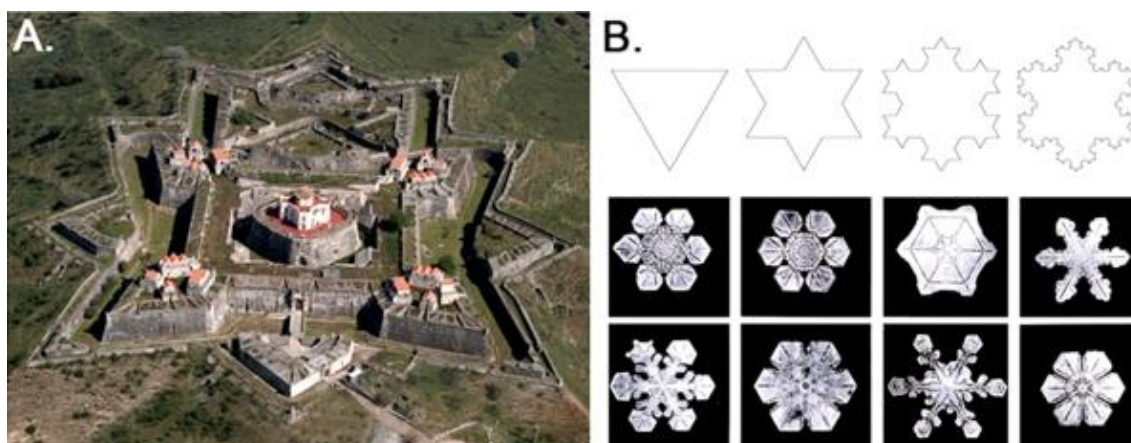


Figura 6 A. Forte de Nossa senhora da Graça, Elvas, Portugal. B. Imagens de topo – modelo fractal de um cristal de gelo gerado pelo padrão repetido dum triângulo precedente (Koch snowflake)

Fonte: <https://cientistasdescobriramque.com/2014/12/03/o-que-tem-o-pulmao-humano-em-comum-com-o-leito-de-um-rio-uma-fortificacao-ou-um-cristal-de-gelo/>

Durante a apresentação e visualização da Ilha, foram feitas comparações a antenas de celular e pixels, a partir desse diálogo surge de um participante o questionamento *os fractais podem ter curvas?* Logo em seguida ao questionamento, o mesmo participante exibiu exemplos de fractais que não teriam retas, mencionando o conjunto de Julia e sua visualização em um vídeo encontrado pelo participante.

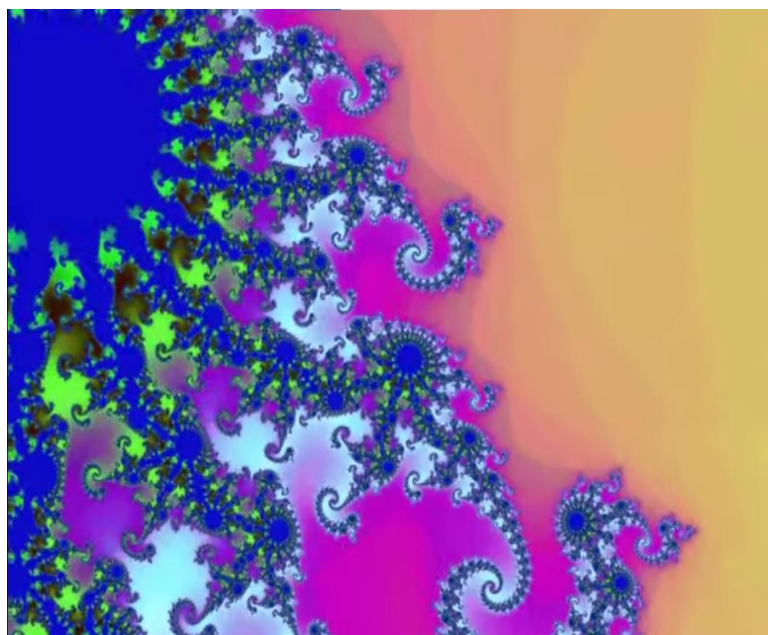


Figura 7 – Julia fractal

Fonte: Julia Set Fractal Zoom, 2008.

Anterior a programação da Ilha foi exibida a programação pronta da Curva de Koch no software Scratch apresentado na Figura 8:

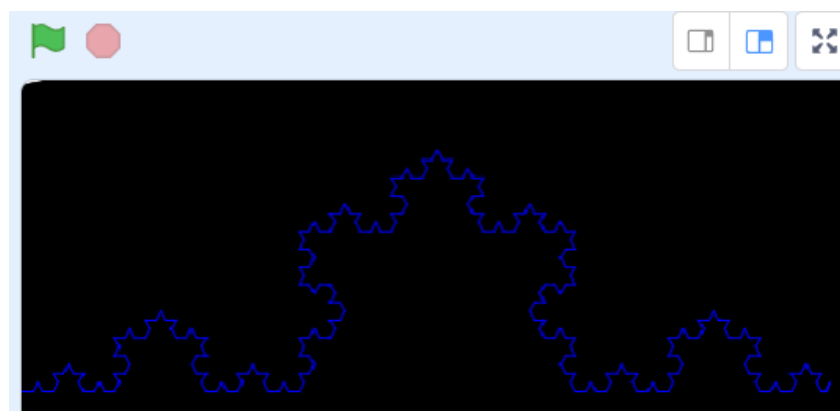


Figura 8 - Curva de Koch no Scratch
Fonte: As autoras

A partir desta apresentação foi descrito a lógica de programação da curva novamente, utilizando os graus e exemplificando como esse padrão se repete e como essas repetições causam a autossimilaridade entre os seguimentos feitos, algo que é característica da Geometria Fractal.

PROGRAMANDO A ILHA DE KOCH

A programação foi desenvolvida simultaneamente com os alunos participantes do curso e foi subdivida em etapas, expostas a seguir:

1- Iniciamos o nosso desenho com 2 comandos simples. Ao clicar a bandeira verde que iniciara o código, tudo que foi produzido será apagado, em seguida definindo o tamanho que vamos utilizar para nossa ilha.

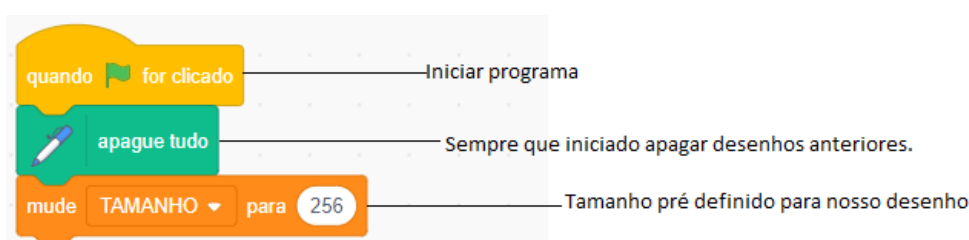


Figura 9 - Programação inicial da caneta
Fonte: As autoras

2- Quando a tecla *espaço* for clicada a caneta irá para a posição $x = -130$ e $y = 80$, e definirá uma cor para o desenho.

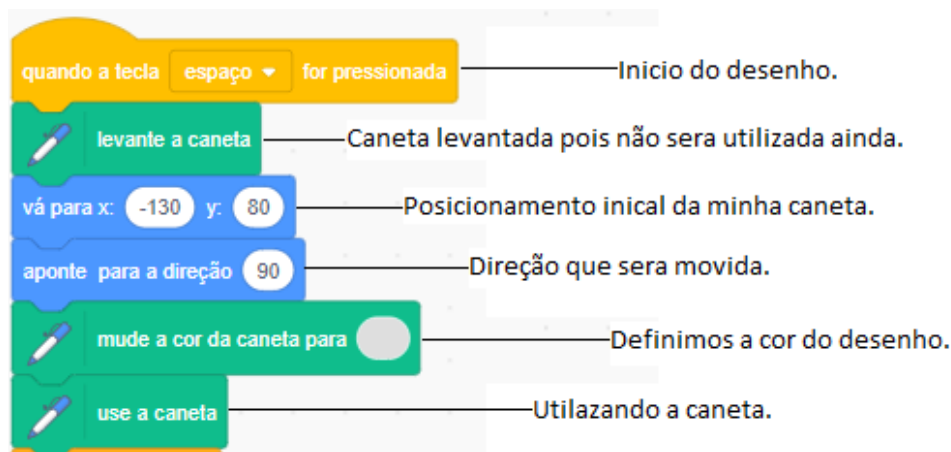


Figura 10 - Programação inicial da caneta
Fonte: As autoras

Durante os passos 1 e 2 foi abordado novamente conceitos como ângulo, plano e par ordenado como também o conceito de variável que utilizamos para definir o tamanho do objeto e o espaço o qual iria ocupar no palco¹. A partir de pontos demarcados no plano cartesiano, demarcado no palco assim definindo o ponto inicial do desenho do objeto.

3- Utilizando o recurso *bloco* cria-se um *bloco* e o definimos com duas variáveis: tamanho e iterações. No interior do recurso bloco utiliza-se o comando *se*, para obter as rotações de 60° e 120° seguindo as características de um triângulo equilátero e a fragmentação de seus seguimentos afim de encontrar o nosso desenho final.

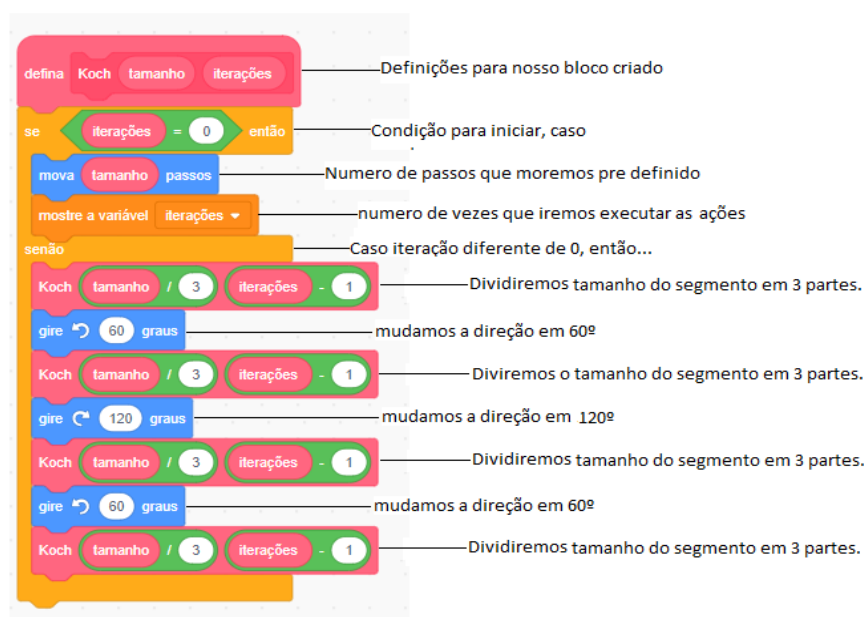


Figura 11 - Definição do bloco de repetição
Fonte: As autoras

¹ Chamamos de palco no Scratch o Cenário onde as programações serão reproduzidas.

Durante a programação do bloco ocorreu a oportunidade de fixar o pensamento lógico matemático de condição utilizando dos comandos *se* e *se não* suas as condições e o laço de repetição causado pelos mesmos. No decorrer da criação do bloco foi discutido a divisão de um segmento em três partes e a angulação dos segmentos para a formação do objeto de acordo com o número de interações. Através do relato dos participantes, foi elaborada uma forma diferente de representar a angulação quando definimos o lado o qual o segmento se movimentaria em 60 graus, com o questionamento sobre a limitação de deslocamento do ângulo apenas para um lado a solução trazida foi substituir o uso de 60 graus para 420 graus, mostrando como o pensamento lógico dos participantes neste momento foi aflorado com o decorrer da programação do objeto.

4- Quando a tecla *espaço* for pressionada o recurso bloco será executado 3 vezes formando a Ilha de Koch.

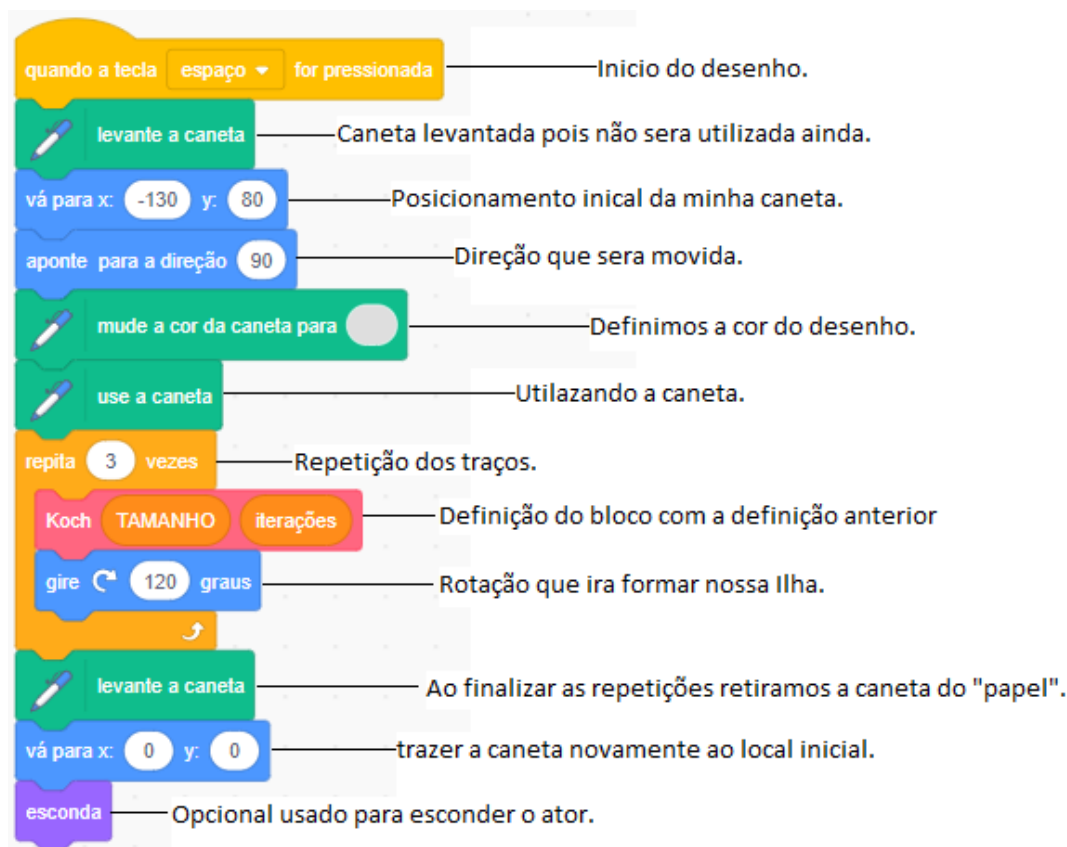


Figura 12: Programação da Ilha.
Fonte: Autores

Ao final da programação os participantes apontaram que com o aumento de iterações os segmentos do objeto aumentavam de forma que um segmento era fragmentado em 4 seguimentos. A partir deste pensamento determinaram que para obter-se o número de segmentos que a iteração iria proporcionar definiríamos o número de iterações como n e

$$3 \cdot 4^n$$

$3 \cdot 4^n$ para o fractal Ilha de Koch e como esse padrão não se repete e será diferente para outros objetos fractais.

CONCLUSÃO

Com a realização desse curso foi possível perceber o quanto a utilização de softwares desperta a aprendizagem de uma forma dinâmica, divertida e iterativa, estimulando a criatividade. O desenvolvimento desta atividade tornou possível trabalhar conceitos como plano cartesiano, ângulos entre os seguimentos e a própria Geometria Fractal, não conhecida pelos participantes. Essas ideias e questionamentos matemáticos que estimulam o raciocínio lógico, a criatividade e o pensamento geométrico do aluno, através das observações dos alunos sobre a existência de outras geometrias acarretaram-se discussões acerca das representações em 4ª dimensão e a possibilidade de visualizar as transições entre as dimensões.

A Geometria Fractal era um tema desconhecido para os participantes, assim como a existência de qualquer geometria adjacente a de princípios euclidianos. As visualizações de fractais na natureza seguido da visualização de outros fractais como triangulo de Sierpinski a Ilha de Koch e a programação do desenho de Koch e suas interações foi uma maneira de ensinar aos alunos que existe uma geometria não euclidiana que possui uma autossimilaridade e de que essas formas podem ser observadas na natureza. Com o curso, pudemos debater formas de visualizar padrões matemáticos nas irregularidades, noções de infinito, apresentando um mundo de novos conceitos geométricos e matemáticos que podem ser abordados, mostrando a importância da implementação de novos métodos de ensino a fim de tornar o ensino da matemática algo mais agradável, com a utilização de softwares e principalmente com os estudantes tendo que desenvolver suas próprias programações instigando o pensamento lógico e a capacidade de resolver problemas. Um participante nos fez o seguinte relato: *quem dera se na escola fosse legal que nem o curso*. Temos o entendimento que não são todas as aulas que podem ser dinâmicas, mas nos leva a pensar na eficácia deste formato de ensino, considerando a direção que a sociedade se move perante as tecnologias, e como ela deve ter espaço em nossas salas de aula, mostrando que há melhor opção é aproximar cada vez mais o ensino da matemática ao mundo da tecnologia e dos softwares e torná-la algo que desperte o interesse, a curiosidade e que pode trazer a um olhar diferente para a matéria.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, R. M. **Descobrimo a geometria fractal para a sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PARANÁ Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes curriculares da educação básica do estado do Paraná**: matemática. Curitiba. SEED, 2008. p.82.

JULIA SET FRACTAL ZOOM. [S. l: s. n.]. 2008. 1 video (x min). Publicado pelo canal Oshig1983. Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=gruJ0S3TTtI>. Acesso em: 21 ago. 2021.

<https://cientistasdescobriramque.com/2014/12/03/o-que-tem-o-pulmao-humano-em-comum-com-o-leito-de-um-rio-uma-fortificacao-ou-um-cristal-de-gelo/> Acesso em: 21 ago. 2021.