



FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA: UMA ANÁLISE DE RESOLUÇÕES DE UMA TAREFA POR ESTUDANTES DA EDUCAÇÃO BÁSICA E SUPERIOR

Leonardo Ferreira Zanatta
Universidade Estadual do Paraná - Unespar
leonardo.zanatta04@gmail.com

Amanda Pinheiro de Bonfim dos Santos
Universidade Estadual do Paraná - Unespar
pinheiroamanda.bonfim@gmail.com

Veridiana Rezende
Universidade Estadual do Paraná - Unespar
rezendeveridiana@gmail.com

Resumo: A pesquisa aqui apresentada é fundamentada na Teoria dos Campos Conceituais, idealizada por Gérard Vergnaud, o qual assume que um conceito é compreendido pelo sujeito a partir de diferentes situações no decorrer do processo escolar. O objetivo principal da investigação é analisar erros manifestados por estudantes do 1º ano do Ensino Médio e do 4º ano de Licenciatura em Matemática, ao resolverem uma tarefa relacionada a funções afim e quadrática. Para as análises foram consideradas as resoluções de 30 estudantes, sendo 13 do Ensino Superior e 17 do Ensino Médio. Os resultados mostram que ambos os grupos de estudantes manifestaram erros na nomenclatura incorreta da função e/ou de seus elementos; erros em operações algébricas; no uso de estratégias que não correspondem à tarefa proposta; e na construção de gráficos não correspondentes à função em questão. **Palavras-chave:** Educação Matemática. Função Afim. Função Quadrática. Teoria dos Campos Conceituais.

INTRODUÇÃO

Ideias relacionadas ao conceito de função, tais como correspondência, dependência, variável, regularidade e generalização, estão presentes em situações que podem ser apresentadas aos estudantes desde os anos iniciais do ensino fundamental (CALADO, 2020; MIRANDA, 2019). No entanto, o conceito de função deve ser oficialmente estudado no 9º ano do Ensino Fundamental, e aprofundado no Ensino Médio (BRASIL, 2018). Ainda, no

Curso de Licenciatura em Matemática o conceito de função é retomado em diversas disciplinas, tais como Fundamentos da Matemática, Cálculo Diferencial e Integral, Funções, Análise Real, dentre outras disciplinas (BRASIL, 2002, 2019).

Para esta pesquisa, assumimos que a compreensão de um conceito ocorre por meio de diferentes situações que demandam para a sua resolução diferentes representações, símbolos e propriedades. Assim, a compreensão de um conceito, parte de uma diversidade de situações que engloba diversos outros conceitos, teoremas, propriedades, símbolos, representações, invariantes operatórios e outros elementos, que interligados compõem um campo conceitual (VERGNAUD, 2009).

Esse texto propõe uma releitura dos resultados de duas pesquisas de iniciação científica, realizadas individualmente pelos primeiros autores deste texto, sob a orientação da terceira autora. Neste contexto, pautados pela Teoria dos Campos Conceituais – TCC, estabelecemos como objetivo para o presente artigo: *analisar erros manifestados por estudantes do 1º ano do Ensino Médio e do 4º ano de Licenciatura em Matemática, ao resolverem uma tarefa relacionada a funções afim e quadrática.*

Nas próximas seções apresentamos o referencial teórico que sustenta o desenvolvimento dessa investigação, seguido dos procedimentos metodológicos, análise dos dados produzidos e considerações finais.

FUNDAMENTAÇÃO

Desenvolvida pelo psicólogo e pesquisador Gérard Vergnaud, a Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria cognitivista “[...] que busca propiciar uma estrutura coerente e alguns princípios básicos aos estudos do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, sobretudo as que dependem da ciência e da técnica” (VERGNAUD, 1993, p. 1). Considerando o processo cognitivo, esse não é somente parte da conduta, percepção, representação ou das competências do sujeito, mas também do desenvolvimento das formas inteligentes de organização da atividade durante sua experiência (VERGNAUD, 2003).

Segundo Vergnaud (1996b), os conceitos matemáticos têm uma estrutura ampla, que compreende, ideias, operações e conceitos, tais como divisão, adição, geometria e proporcionalidade. Com isso, deve-se considerar que as dificuldades dos sujeitos não são as mesmas, essas dificuldades variam de um campo do conhecimento para o outro. Por conta disso, Vergnaud desenvolveu a TCC, visando uma melhor compreensão dos problemas de

desenvolvimento específico, dentro de um mesmo campo do conhecimento (VERGNAUD, 1996a).

O termo *conceito* é definido por Vergnaud (1985), como três conjuntos interligados, sendo eles: o conjunto de situações (S), que dão sentido ao conceito em questão; os invariantes operatórios (propriedades e relações), que são subjacentes ao tratamento dessas situações pelo sujeito (I); e o conjunto de representações simbólicas (R), que retrata o próprio conceito, suas relações e esquemas envolvidos. Desta maneira, ao estudar o desenvolvimento de um conceito e sua utilização, é necessário considerar essa terna (VERGNAUD, 1996b).

Isto posto, a teoria parte do argumento que um conceito matemático, para ser compreendido pelo sujeito, deve ser trabalhado a partir de diferentes situações no decorrer do processo escolar. Vergnaud (1996b) assume que o conceito de *situação*, tem sentido próximo ao de tarefa, e qualquer situação complexa pode ser analisada como uma combinação de diferentes tarefas. Disso, Vergnaud (2003) retém dois vieses principais: a variedade, em que dentro de um mesmo campo conceitual existe uma variedade de situações; e a história, em que os conhecimentos dos sujeitos são formados pelas situações com que se depararam no decorrer da escolarização.

Ao se deparar com uma situação, um sujeito recorre a conhecimentos desenvolvidos por ele até aquele momento, que devem atuar como base para a resolução da nova situação encontrada. Caso o conhecimento não seja suficiente para resolver aquela tarefa, cabe ao professor elaborar uma variedade de situações, composta por diferentes relações, para que esse conhecimento seja desenvolvido, buscando a evolução nas ações operatórias do sujeito (MACEDO, 2012).

Uma classe de situações, para ser investigada, demanda operações de pensamento detalhadas que devem ser analisadas minuciosamente. “Vergnaud afirma que é por meio dos esquemas que o sujeito organiza suas ações para determinada classe de situações, partindo de uma concepção implícita, mas nem sempre correta” (MACEDO, 2012, p. 46).

Segundo Vergnaud (1996b, 2009), esquemas são formados por quatro componentes: objetivo, subobjetivo e antecipações; regras de ação coleta e controle de informações; invariantes operatórios, na forma de, conceito-em-ação e teorema-em-ação; e possíveis inferências. Dentre esses componentes, os invariantes operatórios são determinantes para tratarmos dos esquemas. Esses invariantes são expressos por meio de teoremas-em-ação e conceitos-em-ação mobilizados pelo sujeito (VERGNAUD, 1996b).

Os teoremas-em-ação estão relacionados às estratégias do sujeito quando enfrenta determinada situação, sem uma explicação ou justificativa para tal, tornando-se uma

proposição verdadeira para o sujeito (MACEDO, 2012). Já os conceitos-em-ação referem-se aos conceitos e ideias associados aos teoremas-em-ação. Os teoremas-em-ação podem ser verdadeiros ou falsos, enquanto os conceitos-em-ação não são verdadeiros nem falsos, eles são compreendidos como pertinentes ou não à situação (VERGNAUD, 1996a).

METODOLOGIA

O presente artigo refere-se a uma releitura de duas pesquisas de iniciação científica, realizadas independentes uma da outra no ano de 2021, pelos dois primeiros autores, sob orientação da terceira autora. As pesquisas de iniciação científica tomaram como base o mesmo instrumento de pesquisa, que associava as funções afim e quadrática. A motivação por realizar uma releitura dos referidos dados decorre das atuais investigações de Mestrado em Educação Matemática que estão sendo realizadas pelos dois primeiros autores, sob orientação da terceira autora, que tem como foco o objeto matemático função afim. Isso também dialoga com um dos objetivos do Grupo de Estudos e Pesquisa em Didática da Matemática – GEPeDiMa¹, do qual os autores deste texto fazem parte, que se refere ao estabelecimento do campo conceitual da função afim.

Sendo assim, estabeleceu-se como objetivo para o presente texto: analisar erros manifestados por estudantes do 1º ano do Ensino Médio e do 4º ano de Licenciatura em Matemática, ao resolverem uma tarefa relacionada a funções afim e quadrática. Embora estudantes do 1º ano do Ensino Médio e do 4º ano de Licenciatura em Matemática sejam grupos de estudantes com características e níveis de estudo diferentes, ao observamos os resultados individuais das pesquisas realizadas, alguns aspectos apresentavam pontos de convergência. Isto motivou a realização de uma nova análise dos dados, com vistas a identificar e explicitar possíveis erros comuns de serem manifestados por estudantes do Ensino Médio e do Ensino Superior.

Neste contexto, relata-se o modo que ocorreu a produção dos dados no momento do desenvolvimento das pesquisas de iniciação científica, que culminou com o desenvolvimento do presente artigo. Para a produção dos dados, convidamos os estudantes mencionados para que, individualmente, resolvessem uma tarefa que articula funções afim e quadrática. Ficou facultado aos estudantes optarem pelo método de resolução que julgassem mais adequado, ou seja, os estudantes poderiam realizar suas resoluções por meio de softwares de geometria ou

¹ Página do GEPeDiMa: <https://prpagem.wixsite.com/gepedima>

lápiz e papel. O *corpus* da pesquisa foi constituído por 13 estudantes do 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade estadual do oeste do Paraná e 17 estudantes do Ensino Médio de uma escola estadual da mesma região.

Para auxiliar na análise dos dados, foi solicitado aos estudantes para que apresentassem o desenvolvimento dos cálculos para cada item da tarefa, preferencialmente a caneta. No caso da utilização de lápis ou lapiseiras, solicitou-se que nenhuma etapa da resolução fosse apagada, independente do aluno julgar a tentativa como correta ou incorreta, devendo apenas indicar o caminho que julgasse adequado.

O instrumento de pesquisa foi composto por uma tarefa, elaborada tomando como ponto de partida as ideias apresentadas na tese de Llanos (2012), defendida na *Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires*. Optamos por adaptar a *situación 1*, considerando as condições de aplicação encontradas nesta pesquisa. Especialmente, foi considerado o tempo demandado para a resolução das tarefas propostas por Llanos (2012), frente ao tempo que teríamos disponível junto aos estudantes colaboradores desta pesquisa, cerca de 2 horas aula. A tarefa adaptada é apresentada na Figura 1.

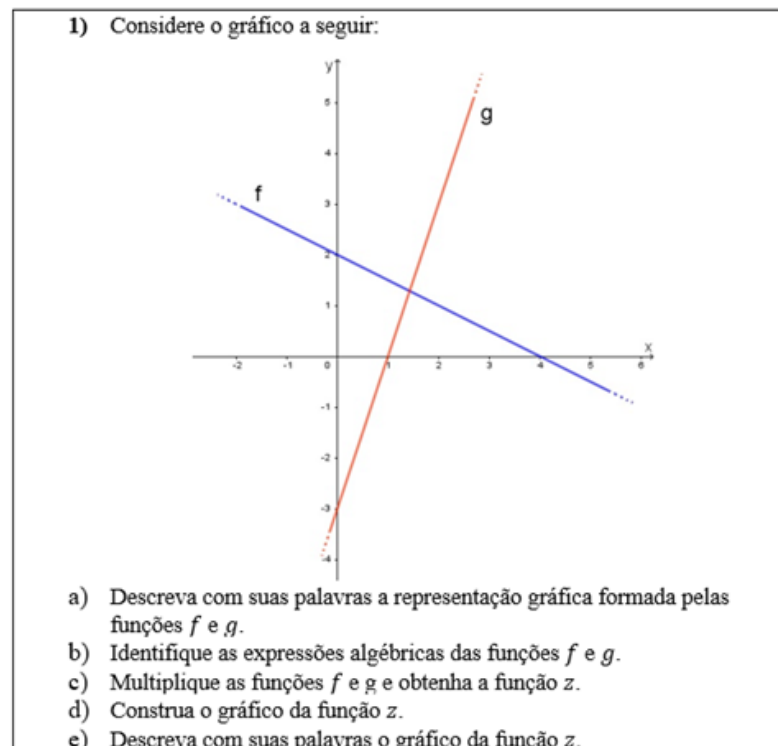


Figura 1 – Tarefa adaptada de Llanos (2012)

Fonte: os autores

À luz da TCC, cada item da tarefa foi cuidadosamente adaptado, pensando nas diferentes situações a serem propostas para os estudantes resolverem: descrição da representação gráfica, identificação de expressões algébricas, multiplicação de funções, e

construção de gráficos. Cada uma dessas situações demanda diferentes representações: gráfico cartesiano; representação algébrica; representação numérica; linguagem natural, além de diversos símbolos necessários para sua resolução. As situações, foram adaptadas de forma a considerar o potencial de articular as funções afim e quadrática, articulação que nem sempre é contemplada em aulas de matemática e livros didáticos da Educação Básica.

As análises foram realizadas com base na TCC, buscando identificar as representações simbólicas e estratégias de resolução, sejam elas corretas ou não. Ainda com base na TCC, especificamente para essa análise, voltamos nossa atenção aos conhecimentos equivocados explícitos e, possivelmente, os conhecimentos implícitos manifestados pelos estudantes.

ANÁLISES

Para a organização das análises, abordamos cada item da tarefa mediante o objetivo com que foi elaborado. Sendo assim, analisamos nas estratégias dos estudantes, a descrição em linguagem natural dos gráficos, a apresentação da função em representação algébrica associada ao gráfico, as operações algébricas com as funções estabelecidas e a construção de gráficos de funções quadráticas. Como a resolução dos itens da tarefa são dependentes entre si, os itens foram analisados individualmente.

Preservando o anonimato, os estudantes do Ensino Médio foram identificados de acordo com a ordem de recebimento dos protocolos em sequência numérica de EM1 a EM17, e os estudantes do Ensino Superior foram identificados de ES1 a ES13. Considerando que a intenção da pesquisa é a análise de erros dos estudantes, atribuímos atenção às resoluções parcialmente adequadas e inadequadas.

As análises mostram quatro tipos de erros manifestados simultaneamente pelos grupos de estudantes do Ensino Médio e do Ensino Superior. Classificamos esses erros da seguinte maneira: i) Nomenclatura incorreta da função e/ou de seus elementos; ii) Erros em operações algébricas; iii) Apresentação de gráfico não correspondente à função; iv) Utilização de estratégias que não respondem à tarefa proposta. Teceremos aqui alguns comentários quanto a essas classificações.

Pontuamos que não é contemplado no escopo desta pesquisa a frequência de ocorrência de cada tipo de erro. No entanto, destacamos que os estudantes do Ensino Médio manifestam maior quantidade de erros nos itens apresentados que os estudantes do Ensino Superior, o que era esperado destes níveis de ensino ao resolverem a mesma tarefa matemática. A seguir, apresentamos cada tipo de erro, seguidos de exemplos e discussões.

i. *Nomenclatura incorreta da função e/ou de seus elementos*

Um tipo de erro manifestado simultaneamente pelos estudantes do Ensino Médio e do Ensino Superior, se refere à utilização de termos e nomenclaturas inadequadas para a descrição dos gráficos. Como exemplo, apresentamos transcrições dos estudantes EM11 e ES8. O estudante EM11 ao responder o item *a* da tarefa enuncia, “É mostrado o encontro de duas funções lineares, [...]”, o que se aproxima da resposta apresentada também para o item *a* do estudante ES8, que ao descrever as funções afirma “As funções *f* e *g*, são funções lineares [...]”. Funções lineares são modelos matemáticos para problemas de proporcionalidade, em que a grandeza *y* é diretamente proporcional à grandeza *x*, quando existe uma constante *a*, tal que, $y=ax$ (LIMA *et al.*, 2016). Assim, embora funções lineares sejam casos particulares de funções afim, podemos observar que possivelmente ambos os estudantes trataram funções afim e funções lineares como o mesmo objeto matemático.

ii. *Erros em operações algébricas.*

Apresentamos nas Figuras 2 e 3 as resoluções para o item *c* dos estudantes EM6 e ES2.

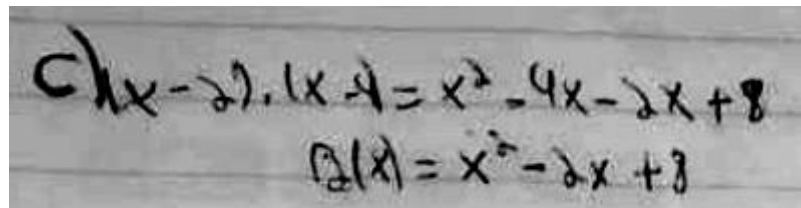

$$c) (x-2) \cdot (x-4) = x^2 - 4x - 2x + 8$$
$$Q(x) = x^2 - 2x + 8$$

Figura 2 – Resolução EM6
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

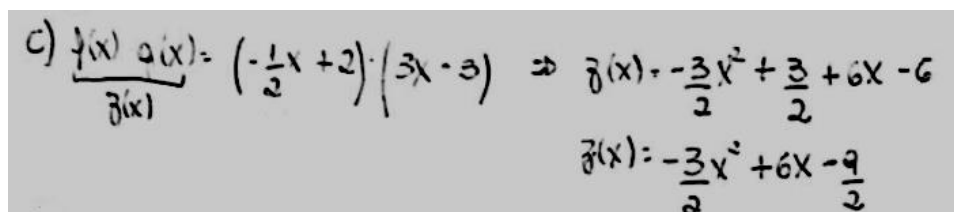

$$c) \frac{f(x)}{g(x)} = \left(-\frac{1}{2}x + 2\right) \cdot (3x - 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2} + 6x - 6$$
$$f(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 6x - \frac{9}{2}$$

Figura 3 – Resolução ES2
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Ambos os exemplos representam erros algébricos, no entanto podemos inferir que a natureza destes erros se difere. Na resolução do estudante ES2, nota-se que na multiplicação o estudante deixa de operar o elemento *x*, ao realizar a multiplicação $2 \cdot 3x$. Dado o nível de ensino deste estudante, supõem-se que esse erro se configura como um erro pontual e não uma incompreensão desse estudante quanto ao conceito de multiplicação. Enquanto que o erro apresentado pelo estudante EM6, diz respeito à operação com números negativos, indicando o

termo $-2x$ como resultado da operação $-4x-2x$. Erros semelhantes a este são apresentados por Danczuk (2016) e Ozores (2016), quando tratam do ensino de álgebra na educação básica.

iii. *Apresentação de um gráfico não correspondente à função.*

Os exemplos das Figuras 4 e 5, referentes aos protocolos dos estudantes EM3 e ES7, indicam uma possível incompreensão quanto ao conceito de funções.

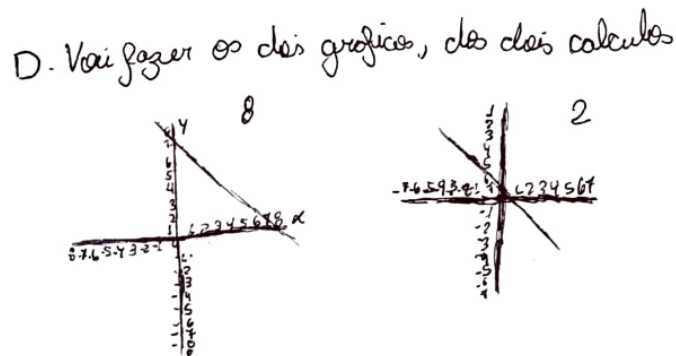


Figura 4 – Resolução EM3
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

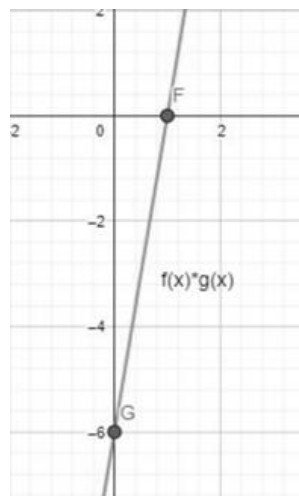


Figura 5 – Resolução ES7
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O item *c* da tarefa solicitava que fosse realizada a multiplicação entre as funções do enunciado, enquanto o item *d* solicitava a construção do gráfico resultado da multiplicação. Neste exemplo o estudante ES7 foi capaz de encontrar as funções corretamente no item *c*, porém cometeu um erro ao inserir os dados no *software* de geometria, gerando o gráfico de uma função afim. Já o estudante EM3 embora não tenha encontrado as funções corretamente no item *c*, realizou operações associada à uma função quadrática, porém no item *d* realizou a construção gráfica de duas funções afim.

Em ambos os casos, indicamos uma possível incompreensão do conceito de função, uma vez que, os estudantes não consideram que a multiplicação de duas funções afim, necessariamente resulta em uma função quadrática.

iv. *Utilização de estratégias que não respondem à tarefa proposta.*

No que se refere a escolha de estratégias para a resolução dos itens *b* e *c*, ocorreram casos em que a forma de resolução, levava a respostas incorretas ou que não respondiam ao que era solicitado na tarefa. Apresentamos como exemplo as resoluções dos estudantes EM5 e ES11, nas Figuras 6 e 7.

b) $F(2;4)$ e $g(1;-3)$

Figura 6 – Resolução EM5
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

$$\begin{cases} 4x + 2y = 8 & \cdot (-3) \\ 6x + 6y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -12 - 6y = -24 \\ 6x + 6y = 6 \end{cases}$$

$$-6x = -18 \quad (:\cdot)$$

$$x = \frac{-18}{-6}$$

$$\boxed{x = 3}$$

Subs. $x = 3$ em
uma das equações do
1º grau. Temos.

$$4 \cdot (3) + 2y = 8$$

$$12 + 2y = 8$$

$$2y = 8 - 12$$

$$2y = -4$$

$$y = \frac{-4}{2}$$

$$\boxed{y = -2}$$

Figura 7 – Resolução ES11
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

No item *b* da tarefa foi solicitado que se identificasse as expressões algébricas das funções *f* e *g* representadas no gráfico do enunciado. O estudante EM5 apresentou como resposta um par ordenado, com os interceptos com os eixos *x* e *y* de cada função: a função *f* tem como interceptos $x=4$ e $y=2$, já a função *g* tem seus interceptos $x=1$ e $y=-3$. Por conta disso o estudante EM5 indicou as expressões de *f* e *g* como $f(2,4)$ e $g(1,-3)$, respectivamente, conforme Figura 6. Essa estratégia de resolução escolhida pelo estudante não respondeu à pergunta da tarefa, chegando a uma resposta incorreta.

No item *c* foi solicitado que se multiplicasse as funções encontradas no item *b*, para obter uma nova função *z*. Na Figura 7 observamos a resolução do estudante ES11, que utilizou um sistema linear para buscar responder a tarefa, a utilização de um sistema linear, neste caso, não se configura como uma estratégia válida para resolução.

CONCLUSÕES

Essa pesquisa teve como objetivo analisar erros manifestados por estudantes do 1º ano do Ensino Médio e do 4º ano de Licenciatura em Matemática, ao resolverem uma tarefa relacionada a funções afim e quadrática. Para o seu desenvolvimento analisamos as resoluções de uma tarefa implementada com 30 estudantes, sendo 13 do 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade estadual do oeste do Paraná e 17 do Ensino Médio de uma escola estadual da mesma região.

Os resultados mostram que existem erros comuns manifestados por estudantes de ambos os níveis de ensino. Tais erros dizem respeito à nomenclatura incorreta de elementos da função e/ou de seu gráfico; erros em operações algébricas; estratégias que não respondem à tarefa proposta; apresentação de gráficos que não correspondem à devida função. Esses erros, especialmente na utilização de técnicas ou estratégias que não respondem à tarefa, indicam casos nos quais o estudante não possuía esquemas bem estabelecidos para a resolução da tarefa.

Esses agrupamentos de erros comuns entre os grupos de estudantes evidenciam: *i*) a ausência de esquemas bem estabelecidos entre esses estudantes para a resolução de tarefas dessa natureza; e *ii*) possível lacuna na formação desses estudantes quanto ao conceito de função, desde a Educação Básica até o Ensino Superior. Afinal, o conceito de função deve ser oficialmente estudado no 9º ano do Ensino Fundamental e aprofundado no Ensino Médio (BRASIL, 2018). Ainda, nos cursos de Licenciatura em Matemática espera-se que o estudo dos conceitos de função afim e quadrática sejam retomados, com enfoque na formação de professores (BRASIL, 2019).

Assim, reiteramos a importância do estudo de função desde os Anos Iniciais, apresentando diferentes situações que promovam as ideias de variável, dependência, correspondência, regularidade e generalização, bem como suas diferentes representações matemáticas, oportunizando a vivência de uma variedade de situações aos estudantes, a fim de estabelecer entre eles esquemas que os deem condições para a compreensão do conceito de

função. Ressaltamos ainda, a importância de discutir conceitos matemáticos, como o de função, em cursos de Licenciatura em Matemática, e de proporcionar aos estudantes diferentes situações de função afim e quadrática para serem desenvolvidas ao longo do processo escolar.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. PARECER CNE/CES 1.302/2001. **Diário Oficial da União**, Brasília, 5 de março de 2002, Seção 1, p. 15.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Resolução CNE/CP 2/2019. **Diário Oficial da União**, Brasília, 15 de abril de 2020, Seção 1, p. 46-49.

CALADO, T. V. **Invariantes Operatórios Relacionados à Generalização**: uma investigação com estudantes do 9º ano a partir de situações que envolvem função afim. 2020. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2020.

DANCZUK, F. E. **Diversificação de tarefas como proposta metodológica no ensino dos números inteiros**. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2016.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio**. ed. 11. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

LLANOS, V. C. **Enseñanza de la Matemática mediante Recorridos de Estudio e Investigación (REI) en la escuela secundaria: diseño, puesta en aula y análisis de seis implementaciones**. 2012. 513 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciência e Educação Matemática) - Universidad Nacional de Centro de la Provincia de Buenos Aires, Buenos Aires, 2012.

MACEDO, E. L. **Proporcionalidade à luz da Teoria dos Campos Conceituais: uma sequência de ensino diferenciada para estudantes da EJA**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

MIRANDA, C. A. **Situações-problema que envolvem o conceito de função afim**: uma análise à luz da Teoria dos Campos Conceituais. 2019. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2019.

OZORES, A. L. F. **Entendendo alguns erros do Ensino Fundamental II que os alunos mantêm ao final do Ensino Médio**. Dissertação de Mestrado para o Mestrado Profissional em Educação Matemática do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2015.

VERGNAUD, G. Conceitos e esquemas em uma teoria operatória da representação. Maria Lucia Faria Moro (Tradução). **Psychologia Française**, v.30, p.245-252, 1985. Disponível em: <https://vergnaudbrasil.com/>. Acesso em: 7 set. 2022.

VERGNAUD, G. Teoria dos Campos Conceituais. In: **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**. Instituto de Matemática da UFRJ, 1993. p. 1-26.

VERGNAUD, G. A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. **Revista do GEEMPA**, Porto Alegre, n.4, 1996a. p. 9-19.

VERGNAUD, G. **A Teoria dos Campos conceituais**. In: BRUN, J (Org.). Didáctica das matemáticas. Maria José Figueiredo (Tradução), Lisboa: Instituto Piaget, 1996b. p. 155-191.

VERGNAUD, G. A gênese dos campos conceituais. In: GROSSI, E. P. (Org). **Por que ainda há quem não aprende?** 2ª edição. Petrópolis: Vozes, 2003.

VERGNAUD, G. O que é aprender. In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Orgs.). **A aprendizagem matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais**. Curitiba: Editora CRV, 2009. p. 13-35.