



PENSAMENTO MATEMÁTICO AVANÇADO EVIDENCIADO EM UMA TAREFA INVESTIGATIVA

Juliana Aparecida Gonçalves
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
julianaapg09@gmail.com

Karina Alessandra Pessoa da Silva
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
karinapessoa@gmail.com

Resumo: Este artigo tem como objetivo evidenciar o Pensamento Matemático Avançado-PMA mobilizado por alunos do ensino médio ao desenvolver uma Tarefa Investigativa, no componente curricular de Educação Financeira. Trata-se de uma análise qualitativa de cunho interpretativo, com base nos registros escritos entregues por um dos grupos de alunos e transcrições de áudios gravados no desenvolvimento da tarefa. A tarefa intitulada “Preço do gás e energia” foi desenvolvida no 1º semestre de 2022, em uma turma da 2ª série do ensino médio composta por 33 alunos em um colégio público, localizado no norte do Paraná. As análises revelam que a Tarefa Investigativa oportunizou a mobilização dos processos de representação e abstração, característicos do PMA, além de proporcionar uma análise e reflexão sobre aspectos econômicos e financeiros. Acreditamos que tarefas de natureza investigativa tem potencial para desenvolver o PMA, bem como estimular o interesse dos alunos pelos conteúdos matemáticos abordados em sala de aula.

Palavras-chave: Educação Financeira. Ensino Médio. Representação. Abstração.

INTRODUÇÃO

Atualmente, ensinar não tem sido uma tarefa fácil, frente às mudanças do contexto escolar, principalmente, após vivenciarmos e ainda estarmos vivenciando um contexto pandêmico. Além disso, as mudanças na matriz curricular do ensino médio têm se constituído uma dificuldade ou mesmo obstáculo para os professores. Dentre elas, se aloca a inserção do componente curricular de Educação Financeira, que passou a ser implementado nas escolas do ensino médio a partir de 2021.

Com isso, o professor é desafiado a propor aulas mais dinâmicas e atrativas, com o intuito de consolidar uma aprendizagem que tenha significado para os alunos. Nesta

perspectiva, tarefas investigativas podem favorecer a aprendizagem dos alunos. Para Ponte *et al.* (1998), o professor deve ser capaz de propor aos alunos uma diversidade de tarefas de modo a atingir os objetivos curriculares. Há a necessidade de preocupar-se tanto com a aprendizagem dos conteúdos matemáticos, quanto com o desenvolvimento da capacidade geral de aprender, além de equilibrar os momentos de ação com os momentos de reflexão, auxiliando os alunos a construir conceitos matemáticos.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), consideram que tarefas investigativas motivam os estudantes, desenvolvendo capacidades para a construção de um conhecimento mais amplo de conceitos matemáticos, facilitando a aprendizagem. Em consonância Bussmann, Klaiber e Silva (2017), estabelecem uma relação entre os tipos de tarefas e os processos/subprocessos do PMA, evidenciando que tarefas com investigações podem contemplar todos os processos do PMA.

Deste modo, nos dedicamos a estudar aspectos do PMA mobilizados em tarefas investigativas no âmbito da Educação Financeira. Com isso, nos debruçamos na questão de pesquisa: *Quais processos do PMA são mobilizados por alunos da 2ª série do ensino médio quando desenvolvem uma tarefa investigativa?*

O texto deste artigo, além desta introdução, apresenta a fundamentação teórica, trazendo reflexões acerca do PMA, tarefas investigativas e Educação Financeira. Em seguida, são apresentados os aspectos metodológicos da investigação em que nos subsidiamos na pesquisa qualitativa de cunho interpretativo de modo a abarcarmos a discussão e análise dos dados. Finalizamos com nossas considerações.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Pesquisas voltadas ao ensino da matemática têm-se debruçado em estudar o PMA. Pesquisas, como de Klaiber (2019), Marins (2014) e Henriques (2010), revelam o desenvolvimento do PMA por diferentes abordagens e principalmente as dificuldades apresentadas pelos alunos. Para Dreyfus (2002), é importante que o professor tenha conhecimento sobre os processos do PMA para que, assim, possa compreender as dificuldades dos alunos.

Dreyfus (2002) considera que processos do PMA podem estar presentes no Pensamento Matemático Elementar-PME. A distinção entre os dois tipos de pensamento está na complexidade com que são tratados. Para o autor não existe uma distinção clara entre os processos de Pensamento Elementar e Avançado, porém considera que o PMA é caracterizado

pelo processo de abstração, ou seja, por meio da representação e da abstração podemos passar de um nível do pensamento para outro.

Em consonância com Dreyfus (2002), acreditamos que tópicos do PMA podem estar presentes no pensamento dos alunos do ensino médio, por exemplo. Compreendemos que diferentes processos cognitivos podem ser mobilizados nos alunos conforme a complexidade da tarefa. O processo de representação é dividido em i) representação simbólica, mental, visualização e intuição, ii) mudança de representação e tradução e iii) modelação. No processo da abstração encontra-se a i) generalização e a ii) sintetização. O autor considera a generalização e a sintetização como pré-requisitos para a abstração, considerado por ele o nível mais avançado do PMA. A seguir discorreremos brevemente sobre os processos do PMA.

Para Dreyfus (2002) uma representação simbólica é extremamente escrita ou falada, já a representação mental se refere a esquemas ou modelos internos de referência que a pessoa usa para interagir com o mundo externo. Uma pessoa pode criar uma única ou várias representações mentais concorrentes para o mesmo conceito matemático. A visualização é um processo pelo qual as representações mentais ganham forma, por exemplo, gráficos, expressões algébricas, diagramas, tabelas, etc. Para Dreyfus (2002), um processo que possui estreita relação com a visualização é a intuição. O autor considera que aprender pela intuição, pela cognição direta imediata, sem evidência do pensamento, racional tem um papel crucial em qualquer sequência de processos a começar pela descoberta.

Na mudança de representações e tradução, é preciso habilidade de alternar de uma representação para outra. A alternância deve sempre ser realizada entre representações existentes, mudar de uma representação de um conceito matemático para outra. Traduzir é ir de uma formulação de enunciado ou problema matemático a outra; modelação - o modelo é matemático, corresponde a um objeto a ser representado sendo uma estrutura mental.

A modelação, segundo Dreyfus, significa construir uma estrutura ou teoria matemática que incorpore características essenciais do objeto, sistema ou processo a ser descrito. A modelação pode ser usada para estudar o comportamento do objeto ou processo que está sendo modelado (DREYFUS, 2002).

Para Dreyfus (2002), o processo mais importante do PMA é a abstração. Generalizar é derivar ou induzir de casos particulares, para identificar pontos em comum, para expandir os domínios da validade (DREYFUS, 2002).

Sintetizar significa combinar ou compor partes de tal modo que elas formem um todo. A abstração é um processo construtivo dependente da capacidade de isolar as propriedades e de relações entre objetos matemáticos.

Sendo assim, propomos nesta investigação tarefas investigativas, com o intuito de desenvolver os processos do PMA. Todavia, Ferruzzi, Borssoi e Silva (2021) consideram que o papel do professor se estende por todo o processo com a finalidade de atingir os diferentes modos de aprendizagens dos estudantes e diferentes tópicos de estudos. No entanto, para que a tarefa realmente seja de caráter investigativo, também é preciso atenção às ações realizadas pelos estudantes. Com isso, podemos levantar um questionamento: será que os estudantes estão envolvidos na resolução da tarefa? A participação ativa dos estudantes pode ser uma resposta à proposta para desenvolvimento da tarefa investigativa, “[...] conduzidos pela sua própria curiosidade, interesse e capacidade para compreender uma observação ou resolver um problema” (BAPTISTA, 2010, p. 92).

Uma tarefa pode desencadear uma investigação por parte dos alunos ou não. Neste momento é fundamental o papel do professor tanto na preparação/escolha do tema a ser trabalhado quanto suas orientações em sala de aula (FERRUZZI; BORSSOI; SILVA, 2021). Outra característica para desencadear uma tarefa investigativa é a situação inicial ser um problema para os alunos. “Investigar é procurar conhecer o que não se sabe” (PONTE, 2003, p. 3). Por fim, outra característica citada por Ferruzzi, Borssoi e Silva (2021) é a possibilidade de a tarefa propor elaboração de conjecturas, testes e provas ou demonstrações, esta busca proporciona o desenvolvimento da capacidade de observação, síntese e generalização.

Pensando na configuração de uma tarefa investigativa com base nas características mencionadas, nos focamos no componente curricular de Educação Financeira. Segundo a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF):

A educação financeira não se resume a um conjunto de saberes puramente matemáticos ou de instrumentos de cálculo. Está amparada em áreas complexas como a Psicologia Econômica e a Economia Comportamental, e por isso acessar educação financeira é provocar mudanças de comportamento, por meio da leitura de realidade, do planejamento de vida, da prevenção e da realização individual e coletiva (ENEF, 2020, p. 33).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) propõe às escolas incorporar aos currículos e às propostas pedagógicas temas do contexto do estudante, como: taxas de juros, inflação, aplicações financeiras e impostos. “Essa unidade temática favorece um estudo interdisciplinar envolvendo as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro (BRASIL, 2018, p. 269).

Partindo dessas considerações objetivamos evidenciar processos do PMA mobilizados por alunos da 2ª série do ensino médio quando desenvolvem uma tarefa investigativa.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Os registros analisados foram coletados presencialmente no início do ano letivo de 2022. A tarefa investigativa que analisamos foi iniciada no dia 08 de março de 2022 e concluída no dia 21 de maio de 2022, em um total de 5 aulas, em uma turma da 2ª série do Ensino Médio de um colégio estadual do interior do Estado do Paraná. A coleta de dados foi feita por meio de gravações em áudios/vídeos e registros escritos do desenvolvimento da tarefa investigativa enunciada no Quadro 1.

1. Observe a charge abaixo. Depois, responda às questões:



ALVES. Hora do Café. 14 nov. 2017. Disponível em: <https://fotografia.folha.uol.com.br/galerias/1582815303586029-hora-do-cafe-novembro-de-2017>. Acesso em: 31 mar.2022.

- O valor do preço de quais produtos ou serviços foi utilizado pelo artista para abordar a alta da inflação?
- O que significa dizer que esses produtos afetam o orçamento familiar?
- Pesquise os preços desses itens em março de 2017 a 2022.
- Com base em sua pesquisa, o que você pode concluir com os resultados encontrados.
- Com base nestas informações você consegue estimar o valor para 2023.

Obs: Não esqueça de indicar a fonte de pesquisa.

Quadro 1 – Tarefa “Preço do gás e energia”

Fonte: adaptado do livro didático - Cenários para investigação: humanidade e matemática em contexto, 2020

A turma era composta por 33 alunos, divididos em 7 grupos com 4 integrantes e 1 grupo com 5 alunos, totalizando 8 grupos. A professora regente da turma, leciona o componente curricular de Educação Financeira nesta turma desde 2021, e também é uma das autoras deste artigo.

Com o objetivo de trazer uma reflexão para a questão de pesquisa – *Quais processos do PMA são mobilizados por alunos da 2ª série do ensino médio quando desenvolvem uma Tarefa Investigativa?* nos embasamos em uma análise qualitativa de cunho interpretativo de um grupo composto por quatro alunos. A escolha deste grupo ocorreu após análise das produções, e a qualidade dos áudios e vídeos que puderam ser transcritos e analisados. Esta pesquisa faz parte de uma pesquisa de mestrado e optamos por trazer aqui parte da discussão e reflexão dos dados de nossa investigação.

No intuito de manter em anonimato os alunos, utilizamos os símbolos E1, para o primeiro aluno da lista de chamada, E2 para o segundo de acordo com a lista e assim sucessivamente. O grupo analisado nesta investigação é composto pelos alunos: E1, E3, E13 e E19. Além disso, voltamos nossa atenção para as discussões feitas pelo grupo e os registros escritos produzidos para as questões *c*, *d*, e *e* que são discutidos e analisados no próximo tópico.

DISCUSSÃO E ANÁLISE DA TAREFA INVESTIGATIVA

A professora iniciou a aula com questionamentos: *Por quê um produto que custava um valor no mês passado neste mês pode estar outro valor? Quais produtos sofreram constantes alterações de preços nos últimos dias ou meses?* Durante os questionamentos os alunos apresentaram como resposta: Inflação e deram como exemplo o preço da gasolina e o litro de óleo de soja que sofreram constantes variações de preços no início de 2022. Os questionamentos tiveram o objetivo de a professora ‘sondar’ o interesse dos estudantes pelo tema. A tarefa (Quadro 1) foi apresentada à turma por meio de slides.

Em aula posterior ao convite de trabalhar com a temática *Preço do gás e energia*, já com dados coletados como solicitado no item *c*, a professora organizou os alunos em grupo. Cada grupo iniciou a discussão da tarefa com seus colegas de modo a apresentar solução para os itens *d* e *e*.

O grupo, cujos dados analisamos neste artigo, iniciou a resolução da tarefa, justificando os dados coletados, conforme solicitado pela professora na aula anterior, nos quais foram feitos arredondamentos nos valores do gás e energia. No entanto, ao observar os dados coletados, a professora percebeu que o grupo apresentou como valor do kWh (quilowatts hora) o total da fatura nos respectivos anos e não o valor do kWh. A Figura 1 apresenta os dados coletados pelos grupos, porém os valores referentes à energia já tinham sido alterados, depois da intervenção da professora.

c) Gás - 58,00; 70,00; 89,00; 98,00; 103,00;
120,00
Energia - 89,49,3; 81,27; 121,30; 120,24;
89,49; 113,24.

Figura 1 – Coleta dos dados

Fonte: relatório do grupo

No ensino por investigação o “professor possibilita que os seus alunos desenvolvam atividades de investigação e desempenhem um papel ativo” (BAPTISTA, 2010, p. 89), desta forma, a professora auxiliou na compreensão dos procedimentos a serem realizados pelos estudantes e esperou-se que eles mobilizassem processos relacionados ao PMA. A resposta para a questão c, foi organizada em quadro, como mostra a Figura 2.

GÁS: mês de Março (13kg)

Ano	R\$	
2017	58,00	} 25% 27% 7% 7% 36%
2018	70,00	
2019	89,00	
2020	98,00	
2021	103,00	
2022	120,00	

E N E R G I A

Ano	R\$	Total Instalado	Consumo/dia	KWH
2017	326,96	327 KWH	9,27 KWH	0,933
2018	357,74	375 KWH	5,83 KWH	0,934
2019	362,39	374 KWH	5,94 KWH	0,737
2020	379,04	396 KWH	6,32 KWH	0,750
2021	393,86	206 KWH	6,65 KWH	0,528
2022	249,88	254 KWH	8,47 KWH	0,744

Figura 2 – Resposta à questão c

Fonte: relatório do grupo

Inferimos que o grupo mobilizou processos de mudança de representação e tradução, ao construir um quadro para representar e organizar os novos dados. Para Dreyfus (2002) muitas representações mentais concorrentes de um conceito podem coincidir na mente de uma pessoa e, com isso, observar as vantagens dessas diferentes situações matemáticas.

Em seguida, os alunos discutiram o que investigar. Para Ponte (2005, p. 8) uma “tarefa aberta é a que comporta um grau de indeterminação significativo no que é dado, no que é pedido, ou em ambas as coisas”. Sendo assim, o grupo decidiu analisar quanto um trabalhador

compromete do seu salário com o gás e com a energia elétrica, como mostra o excerto a seguir:

Professora: *O que vocês irão analisar?*

E13: *Eu acho interessante analisar quanto do salário é comprometido com o gás e com a energia elétrica.*

Na discussão, após a definição do que seria investigado pelo grupo, os alunos iniciaram uma representação mental de como poderiam encontrar um valor para analisar os gastos com a energia elétrica. Para a resolução consideraram o valor do kWh como sendo uma variável a cada ano (VL) e a média de consumo de uma família brasileira de 152,2 kWh após uma consulta na internet, utilizando como palavras-chaves “média de consumo em kWh de uma família brasileira”. Com esse encaminhamento foi possível evidenciar indícios de processos de intuição, característica do PMA. O excerto a seguir subsidia essa inferência:

E13: *E se pegarmos o valor que ele gasta por mês e multiplicar pelo valor do kWh?*

Professora: *Pode ser, mas isso você justifica depois no seu trabalho.*

E13: *Podemos pesquisar quanto se consome em uma família?*

E1: *E a gente encontra?*

Professora: *Acho que sim, vocês podem fazer uma pesquisa.*

E13: *Pesquisa aí E3!*

E3: *Aqui dois valores um deles é 152,2.*

E13: *Pode ser professora?*

Professora: *Pode. Analisem com calma!*

A fim de encontrar uma solução para o cálculo do valor do kWh, o grupo formulou uma expressão que poderia ser utilizada nos anos de 2017 a 2022. Podemos inferir que neste momento o grupo apresentou indícios de processos do PMA como: modelação e generalização. Para Henriques (2010), a modelação refere-se à procura de uma representação matemática para um objeto, no qual o modelo matemático ganha então o estatuto de uma representação da situação. Domingos (2003, p. 62) denota a generalização “quando um indivíduo aprende a aplicar um esquema existente a uma vasta coleção de fenômenos”. A Figura 3 mostra o registro feito pelos alunos após determinarem um modelo $V_F = 152,2 \text{ KW}$, em que V_F representa o valor final (em reais) de acordo com KW valor do quilowatt hora de cada ano.

Energia - 2017 - $0,588 \cdot 152,2 = 89,4936 \approx$
 2018 - $0,534 \cdot 152,2 = 81,2748 \approx$
 2019 - $0,797 \cdot 152,2 = 121,30 \approx$
 2020 - $0,790 \cdot 152,2 = 120,24 \approx$
 2021 - $0,588 \cdot 152,2 = 89,49 \approx$
 2022 - $0,744 \cdot 152,2 = 113,24 \approx$

generalização
 $KN \cdot 152,2 = VF$

Figura 3 – Resposta à questão d “Modelação”
Fonte: relatório do grupo

Podemos evidenciar que para calcular quanto do salário mínimo era comprometido com gás e energia elétrica, o grupo fez uma representação mental da situação associando a regra de três, para cálculo do percentual utilizando seus conhecimentos prévios. Neste momento podemos evidenciar novamente indícios do processo de intuição. Verificando a escolha do grupo, a professora propôs que os alunos resolvessem a questão de diferentes maneiras, ou seja, utilizando diferentes representações. Para Dreyfus (2002), é importante ter várias representações de um conceito, porém sua existência por si mesma não é suficiente para permitir o uso flexível do conceito na solução de um problema, a menos que as várias representações sejam ligadas fortemente, sendo assim, é necessária habilidade para alternar de uma representação para outra. A Figura 4 mostra um trecho da resolução dos alunos apresentando duas maneiras diferentes de calcular o comprometimento do salário com cada item.

Mudança de representação

Gás

2017 - $\frac{58}{937} \cdot 100 = 6,06\%$
 2018 - $\frac{70}{957} \cdot 100 = 7,31\%$
 2019 - $\frac{89}{998} \cdot 100 = 8,91\%$

2017 - $\frac{937}{58} \times \frac{100\%}{x}$
 $937x = 5800$ $x = \frac{5800}{937}$ $x = 6,06\%$
 2018 - $\frac{957}{70} \times \frac{100\%}{x}$
 $957x = 7000$
 $x = \frac{7000}{957}$ $x = 7,31\%$
 2019 - $\frac{998}{89} \times \frac{100}{x}$
 $998x = 8900$ $x = \frac{8900}{998}$ $x = 8,91\%$

Figura 4 – Mudança de Representação
Fonte: relatório do grupo

No Quadro 2 está organizado os valores dos salários e o percentual do salário comprometido com gás e energia, de acordo com os cálculos (Figura 4) feito pelo grupo.

Ano	Salario	Comprometimento com gás (%)	Comprometimento com energia (%)
2017	R\$ 937,00	6,06	9,55
2018	R\$ 954,00	7,31	8,51
2019	R\$ 998,00	8,91	12,15
2020	R\$ 1039,00	9,23	11,57
2021	R\$ 1100,00	9,36	8,13
2022	R\$ 1212,00	9,9	9,34

Quadro 2 – Comprometimento do salário (%)

Fonte: relatório do grupo

Na resolução da questão, os alunos tiveram o auxílio da professora na identificação do padrão. Dreyfus (2002) considera generalizar como derivar ou induzir a partir de casos particulares, para encontrar pontos em comum, expandir domínios de validade. Sendo assim, o grupo criou uma expressão por meio de símbolos para modelar a situação e enfim generalizar, como mostra a Figura 5.

$\frac{VG}{SM} \cdot 100 = \text{Percentual retirado do salario.}$
 $\frac{VL}{SM} \cdot 100 = \text{Percentual retirado do salario minimo.}$

VG: valor do gás
 VL: valor da energia
 SM: salario minimo.

Figura 5 – Generalização

Fonte: relatório do grupo

Após representar a situação por meio de dois procedimentos e generalizar, os alunos fizeram o esboço do gráfico (Figura 6). Desta forma, o grupo mobilizou indícios do processo de mudança de representação e tradução, pois, representou e transitou entre as duas representações: geométrica e gráfica. “Para resolver um problema o estudante precisará utilizar pelo menos duas representações além de transferir informações para outra (MARINS, 2014, p. 28). Além disso, o grupo visualizou a situação por meio do esboço do gráfico.

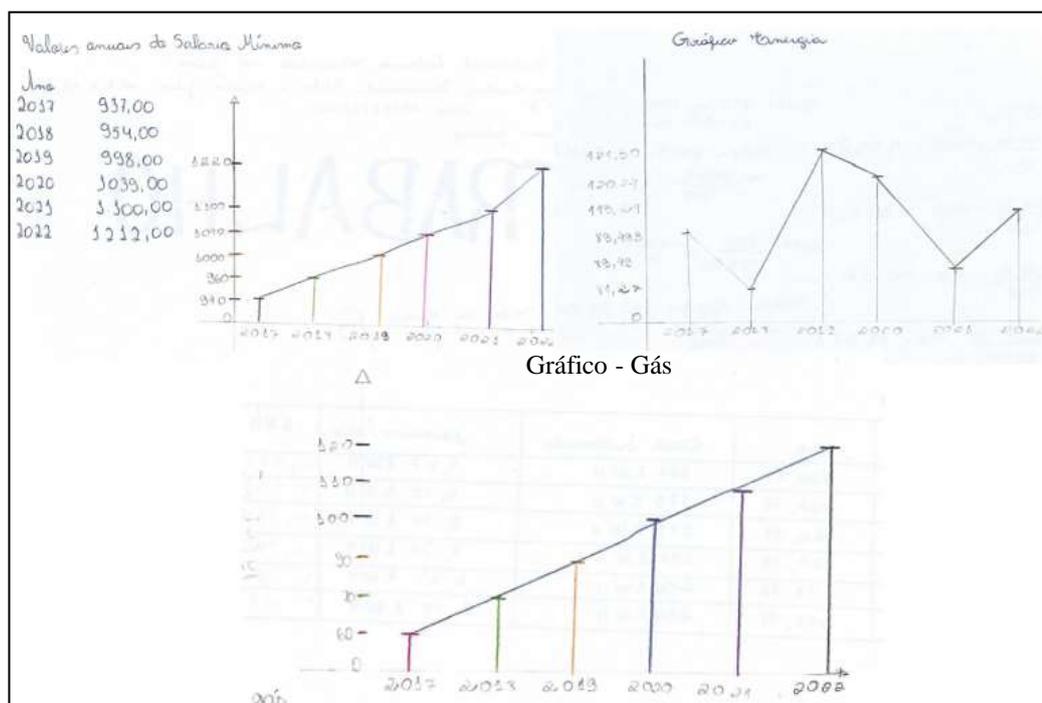


Figura 6 – Representação gráfica

Fonte: relatório do grupo

Após a construção do gráfico, a professora fez questionamentos, a fim de evidenciar quais processos do PMA poderiam estar associados ao processo de construção do gráfico pelo grupo, conforme excerto a seguir:

Professora: [...] gráfico dá para perceber em qual período ele aumenta mais?

E13: De 2021 para 2022?

E13: [...] De 2017 a 2018 aumentou bem pouco.

Professora: [...] Se vocês tivessem usado uma escala certinha poderiam fazer relações com outros conceitos.

E13: Função né?

Professora: Sim.

E13: Olhando assim parece uma função exponencial. [...] Por não ser exatamente reta, me lembra aquelas curvas da função exponencial. (se referindo ao gráfico do salário).

Professora: E da energia?

E1: Em algumas partes me lembra função quadrática, só que usamos a régua para fazer os pontos.

E13: Em alguns períodos sim.

Professora: Por quê?

E13: A curva para cima que forma de 2018 a 2019.

Professora: Tem outra?

E19: Tem. De 2019 a 2022.

Professora: [...] E do gás o que vocês observam?

E13: Olhando assim, linha reta.

Professora: Como se chama mesmo, função?

E1: Do 2º grau!

E19: Do 1º

No excerto supracitado podemos evidenciar indícios de uma síntese, quando os alunos relacionaram o gráfico construído com alguns conteúdos já estudados nas aulas de matemática, porém não conseguiram analisar com mais clareza devido à falta de uma escala na construção do gráfico. Para Dreyfus (2002), a síntese consiste em combinar ou compor as partes do conhecimento de forma a constituir um todo.

Na questão e, o grupo iniciou uma discussão referente a possíveis valores para o ano de 2023. Para isso fizeram previsões sobre os valores de acordo com a análise dos anos anteriores estimando um valor para o próximo ano. Deste modo, os alunos não encontraram um padrão ou regularidade para estimar o valor desses itens para 2023. Porém, apresentaram apenas uma expressão em relação ao preço do gás, com relação à energia apresentaram uma justificativa em decorrência ao término da aula. A Figura 7 mostra a resolução feita pelo grupo.

e) Energia \rightarrow 270,00, porque só houve aumento durante todos os meses e até em março de 2023 pode estar esse valor.

Gás \rightarrow Porque observando os fatos o gás no mês de março 2022 tava 120 e no mês maio já passou para 140 mostrando isso em percentual ficava:

$$12,85\% \rightarrow 140 - 180$$

$$16\% \rightarrow 120 - 140$$

$$50\% \rightarrow 120 - 180$$

Gás

$$\begin{array}{r} 120 - 100 \\ 180 - x \end{array} \quad 120x = \frac{18000}{120} = 150 - 100 = \boxed{50\%}$$

$$\begin{array}{r} 120 - 100 \\ 140 - x \end{array} \quad 120x = 14.000 \quad 116 - 100 = \boxed{16}$$

Figura 7 – Resposta à questão e
Fonte: Relatório do grupo

Nota-se que os alunos não encontraram uma expressão ou modelo matemático para determinar o valor para 2023. Eles analisaram as informações coletadas, estimaram um possível valor (R\$180,00) e utilizaram a regra de três para considerar qual será o aumento, chegando a 50%. Consideraram o aumento do gás de R\$ 120,00 para R\$ 140,00, valores correspondentes aos meses de março e maio, que consiste a 16% de aumento e o valor de R\$ 120,00 para R\$ 180,00 aumento estipulado por eles para 2023.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo evidenciar “*Quais processos do PMA são mobilizados por alunos da 2ª série do ensino médio quando desenvolvem uma Tarefa Investigativa?*” De acordo com nossas análises podemos inferir que a tarefa “Preço do gás e energia” nos possibilitou evidenciar aspectos do PMA relacionados à representação e abstração, presentes nas discussões e resoluções apresentadas pelo grupo. Foi possível evidenciar processos de representação simbólica, pois utilizaram símbolos matemáticos para expressar a situação proposta; representação mental, na qual associaram a situação com conceitos matemáticos com operações algébricas, aritméticas ou métodos de resolução; visualização tendo em vista que o grupo construiu uma imagem mental da situação e externalizou por meio de esboços e esquemas para compreender ou analisar a situação, explorando o problema proposto; intuição, pois os alunos utilizaram conhecimentos prévios como fração, porcentagem e regra de três para solucionar o problema; mudança de representação e tradução, pois, transitaram de uma representação a outra como o intuito de analisar a situação inicial proposta pelo grupo, representação algébrica, aritmética, representação gráfica e tabular; modelação, a partir da situação criaram um modelo para satisfazer a situação.

Quanto aos processos de abstração, foi possível evidenciar a generalização e a síntese, pois os alunos utilizaram uma expressão para calcular o valor de referência para energia, além de criar uma expressão algébrica para cálculo do comprometimento do salário. Com relação à síntese foi possível evidenciar quando o grupo estabeleceu relações do contexto da tarefa com outros conhecimentos, como ao relacionar o gráfico com algumas funções.

Enfim, ao analisar as resoluções da tarefa investigativa, podemos inferir que auxiliaram no desenvolvimento de diferentes processos do PMA. Sendo assim, as tarefas “[...] devem ser variadas e suficientemente ricas para permitirem explorações e investigações que conduzam os alunos a desenvolver as suas capacidades de raciocínio e à compreensão de novos conceitos” (HENRIQUES, 2010, p. 400).

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular - BNCC** - 2ª versão. Brasília, DF, 2018.

BAPTISTA, M.L.M. **Concepção e implementação de actividades de investigação:** um estudo com professores de física e química do ensino básico. Tese de Doutoramento Universidade de Lisboa, 2010.

BUSSMANN, C. J. C.; KLAIBER, M. A.; SILVA, D. P. Processos mentais de Dreyfus e o Ensino Exploratório: discussão e possível intervenção em sala de aula. In: **Encontro paranaense de Educação Matemática**, 14, 2017. Cascavel. Anais... Cascavel: Unioeste, 2017. p. 1-13.

DOMINGOS, A. **Compreensão de conceitos matemáticos avançados:** a Matemática no ensino superior. 2003. Tese. (Doutorado em Ciências de Educação) – Faculdade de Ciências e Tecnologias, Universidade Nova Lisboa, Lisboa, 2003.

DREYFUS, T. Advanced mathematical thinking processes. In: D. Tall (Ed.), **Advanced mathematical thinking**. Dordrecht: Kluwer, p. 25-41, 2002.

ESTRATÉGIA NACIONAL DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA - ENEF. **Vida e Dinheiro**, 2020. Disponível em : <www.vidaedinheiro.gov.br>. Acesso em: 03 abr 2022.

FERRUZZI, E. C.; BORSSOI, A. H; SILVA, K. A. P. Investigação Matemática em foco: Evidenciando possibilidade para sala de aula. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v. 11, 2021.

HENRIQUES, A. **O pensamento matemático avançado e a aprendizagem da análise numérica num contexto de actividades de investigação**. 2010. 462 f. Tese (Doutoramento em Educação, Didática da Matemática Instituto de Educação, Universidade de Lisboa), Lisboa, 2010.

KLAIBER, M. A. **Introdução à Álgebra Linear em um curso de licenciatura em química: o desenvolvimento do Pensamento Matemático Avançado por meio de uma Experiência de Ensino**. 2019. 329 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina – UEL/PR, Londrina. 2019.

MARINS, A. S. **Pensamento Matemático Avançado em tarefas envolvendo Transformações Lineares**. 2014. 170 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

PONTE, J. P. da. Investigações matemáticas em Portugal. **Investigar em Educação**, 2, p. 93-169, 2003.

PONTE, J. P. Gestão Curricular em Matemática. In: GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, p.11-34, 2005.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. Investigações matemáticas na sala de aula. Belo Horizonte: **Autêntica**, 2015.

PONTE, J.P.; OLIVEIRA, H.; BRUNHEIRA, VARANDAS, L.J.; FERREIRA, C. O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. **Quadrante**. 7. 41-70, 1998.