



CORTA AQUI, ESPREME LÁ: UMA EXPERIÊNCIA NA CAPITAL PARANAENSE DA LARANJA

Bruna Carla Alves Falleiro
Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR, campus Paranavaí
falleirobruna96@gmail.com

Eliana Mayara Mendes Martelli
Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR, campus Paranavaí
eliana_mayh@hotmail.com

Daniela Barbieri Vidotti
Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR, campus Paranavaí
dnbarbieri@hotmail.com

Wellington Piveta Oliveira
Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR, campus Paranavaí
wellingtonmat09@hotmail.com

Resumo: O texto relata a primeira experiência vivida por duas alunas da Licenciatura em Matemática com Modelagem Matemática, na condição de professoras. A atividade aqui descrita foi desenvolvida com acadêmicos do 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR, campus de Paranavaí. A escolha da atividade relacionada à Laranja, na aula simulada, foi motivada pelo fato de Paranavaí ser considerada a capital da laranja e o nosso intuito era trabalhar com algo que fizesse parte da realidade da maioria dos acadêmicos. A situação proposta foi: *Que quantidade de laranja seria necessária para preparar um copo de suco de laranja de 400 ml?* que impulsionou para: *Quanto de suco tem uma laranja?* Assim, os estudantes foram convidados a investigar a situação e fazendo uso de diversas relações matemáticas envolvendo a laranja e seu suco, responderam adequadamente a situação. Além disso, tecemos algumas reflexões sobre a primeira experiência na condição de professoras atuando com Modelagem Matemática.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Função. Metodologia Ativa.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Experienciar diferentes abordagens de ensino ainda no curso de graduação em Licenciatura em Matemática é uma condição para que a prática do futuro(a) professor(a) seja significativa para aqueles que com ele aprende. Entre essas abordagens de ensino e aprendizagem temos a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática.

A literatura brasileira em Modelagem Matemática tem nos mostrado que a Formação de Professores é um tema relativamente recente (KLÜBER, 2017, OLIVEIRA, 2017, OLIVEIRA, 2020), portanto, refletir sobre possibilidades para que essa formação seja promotora de inúmeras mudanças nos contextos escolares se articula aos objetivos desse texto que é relatar a primeira experiência vivida por duas alunas da Licenciatura em Matemática com Modelagem Matemática, na condição de professoras. A atividade aqui descrita foi desenvolvida com acadêmicos do 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR, campus de Paranavaí, na componente curricular Estágio Curricular Supervisionado.

A escolha da atividade relacionada à Laranja foi motivada pelo fato de Paranavaí ser considerada a capital da laranja. A experiência ocorreu no âmbito da Universidade com os colegas que, em breve serão professores. Essa experiência consistiu em uma das ações de formação para o trabalho com a Modelagem Matemática, a prática simulada. Desenvolver esse tipo de experiência é vivenciar um ambiente de simulação e preparação em um contexto similar ao do real., o que pode ensejar algumas reflexões sobre a prática com Modelagem Matemática (OLIVEIRA, 2020).

Após essa contextualização, apresentaremos algumas compreensões sobre Modelagem Matemática e, na sequência, uma descrição acerca da primeira experiência vivida com Modelagem Matemática, bem como algumas reflexões sobre essa prática.

MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA ABORDAGEM PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM

No final da década de 1970, no Brasil, os alunos e professores passaram a protagonizar a história da Modelagem Matemática que, por sua vez, se expressa em um outro modo “fazer matemática”. Essa forma de “educar matematicamente” resgata outras maneiras de se trabalhar com matemática, pois, em geral, se utiliza de problemas com referência na realidade.

Esse é um ponto de destaque nessa abordagem. Nela não se trabalha com problemas fictícios e vai no caminho inverso de práticas reprodutivistas, ou seja, não se dá uma pergunta ao aluno para que ele utilize uma ferramenta e encontre a resposta correta; nela, o aluno é encorajado a perguntar a si e aos outros, tendo como objetivo solucionar uma situação e, nesse

percurso, mobilizar e aprender ferramentas matemáticas que também ajudam a compreender o fenômeno escolhido. Dessa forma, os alunos irão ter conhecimentos que já fazem parte da cultura local e poderão utilizá-los no estudo e compreensão do fenômeno.

Na prática com Modelagem Matemática, os alunos se tornam sujeitos à um processo cognitivo, permitindo que eles enxerguem além, reconhecendo, via contextualização, como determinado conteúdo matemático é importante na tomada de decisão em sociedade. A Modelagem é aquela que possibilita a resolução de um problema, produzindo novas ideias e trazendo senso crítico ao aluno, no que diz respeito às diferentes situações que moldam o seu cotidiano.

No contexto da pesquisa em Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, existem diversas concepções e indicações a respeito de como se orientar por meio da Modelagem Matemática a prática, dentre essas, podemos destacar a concepção do Prof. Dr. Jonei Cerqueira Barbosa. Barbosa (2001) compreende a Modelagem Matemática como uma oportunidade para que os alunos possam investigar as infinitas situações por intermédio da Matemática, sem caminhos preestabelecidos, ou seja, as possíveis soluções se encaminham de acordo com o desenvolvimento da atividade.

Outro conceito importante é o de modelo matemático que está relacionado ao modo como o aluno sistematiza a atividade, o que torna a prática de caráter aberto. Essa prática não exige, para Barbosa (2001), a criação de um modelo matemático, portanto, pode ser trabalhada em diferentes níveis de escolaridade, desde que os estudantes consigam representar, adequadamente, uma situação em estudo. Assim, a Modelagem Matemática assumida nesse estudo pode ser considerada como “[...] um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade” (BARBOSA, 2001, p. 6).

Nessa perspectiva, a Modelagem Matemática rompe com o paradigma do currículo que, segundo Machado (1995), é o problema que se diz respeito ao ensino e à aprendizagem da matemática. Quando os conteúdos a serem estudados são definidos antecipadamente, automaticamente, o professor limita a participação ativa do aluno na resolução da atividade, diferentemente do que ocorre na Modelagem Matemática, cujo conteúdo emerge das necessidades e estratégias mobilizadas por aqueles que modelam.

O ambiente é gerado como um convite feito aos alunos. Portanto, a escolha do tema ou o questionamento para introduzir o conteúdo deve ser feito com uma intencionalidade, levando em consideração os conhecimentos já adquiridos pelos alunos e a realidade onde são

inseridos. Em síntese, a modelagem só é feita se houver interesse dos alunos e, para tanto, Barbosa (2004), sugere:

- Preferencialmente trabalha-se em grupo;
- Não exige a obrigatoriedade da criação de modelos; pode ser compreendida em concordância com a Educação Matemática Crítica, não se fechando na construção de modelos nem em conteúdos programáticos da Matemática;
- Não existe um caminho predeterminado. O professor pode começar pela forma que se sente seguro. Para isso, classifica três possibilidades:

Caso 1: O professor leva para a sala de aula uma situação problemática do dia a dia, e os alunos, juntamente com o professor, buscam caminhos para solucioná-la. Não é preciso que eles procurem dados fora da sala de aula. Todo o trabalho se dá a partir da situação e do problema oferecido pelo professor.

Caso 2: O professor leva para a sala de aula uma situação problemática do dia a dia. Os alunos coletam as informações qualitativas e quantitativas necessárias para a resolução do problema e, junto com o professor, simplificam e resolvem o problema.

Caso 3: Os alunos participam de todas as etapas, desde a escolha da situação problemática até a resolução desse problema. Os alunos, juntamente com o professor, formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema.

Considerando essas sugestões teórico-metodológicas sobre Modelagem Matemática, desenvolvemos uma prática com uma atividade, numa espécie de aula simulada, visando angariar experiências para a prática profissional. Portanto, esse relato apresenta uma prática com Modelagem Matemática e alguns elementos que constituíram a experiência poderão ser encontrados na seção seguinte.

QUANTO DE SUCO TEM UMA LARANJA?

De acordo com informações já apresentadas, a atividade de Modelagem Matemática aqui descrita foi desenvolvida com os estudantes da Licenciatura em Matemática. Ainda que as duas primeiras autoras sejam alunas da mesma turma, naquele momento, ambas não tinham experiência com Modelagem Matemática e estiveram sob a orientação do terceiro autor, sob a supervisão da quarta autora.

Foi decidido propor uma atividade de Modelagem Matemática porque o Estágio de regência se apoiará nos pressupostos da Modelagem Matemática. A experiência aqui

planejada e conduzida aponta elementos convergentes ao Caso 2, proposto por Barbosa (BARBOSA, 2004). Destacamos também que essa atividade foi adaptada do livro: Modelagem Matemática na educação básica (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013) e a problemática que permeou a aula foi a seguinte: “*Quanto de suco tem uma laranja?*”.

Ao pensarmos na atividade, as nossas preocupações estiveram relacionadas aos possíveis “modelos” que seriam propostos pelos alunos e em como conduziríamos uma aula nessa perspectiva de ensino. Por ser uma primeira experiência, seria um desafio, tanto para nós quanto para os alunos por se tratar de uma metodologia ativa que nos tira da zona de conforto, tornando o aluno protagonista do seu processo de aprendizagem. Estávamos receosas em como os alunos iriam lidar com essa abordagem e se eles se interessariam na realização da atividade proposta.

Nosso planejamento da aula com a Modelagem Matemática, exigiu que tentássemos prever os possíveis caminhos seguidos pelos alunos para a formalização do modelo matemático e nos fez refletir sobre os questionamentos que seriam feitos, caso fosse necessário. Além disso, exigiu que pensássemos em uma estratégia para propor o convite para a atividade de modo que fosse motivadora, gerando no aluno o desejo de realizá-la. Sabíamos que os colegas da nossa turma, de modo geral, optam pela escolha do suco de laranja enquanto frequentam bares e restaurantes e, por ser algo presente na realidade de cada um, utilizamos esse caminho para propor a atividade de Modelagem Matemática.

A atividade foi desenvolvida em uma hora, iniciada por meio de um convite à discussão que começou com a apresentação de uma reportagem¹ com o auxílio de *slides*. A reportagem tratava do aumento da procura por produtos saudáveis em restaurantes, durante a pandemia, dentre eles, a procura por bebidas que teve um aumento significativo, principalmente por sucos naturais. Uma pesquisa realizada, apontou que o suco mais procurado foi o de laranja, por seus grandes benefícios envolvendo o sistema imunológico. Essas evidências geraram uma discussão envolvendo o benefício do suco e a preferência de cada um na escolha do sabor.

Após essas discussões e reflexões, os alunos foram questionados sobre a quantidade de laranja que seria necessário para preparar um copo de suco de laranja de 400 ml. A resposta da maioria foi: “*depende do peso e do tamanho da laranja*”. Fizemos, então, um novo questionamento: “*é possível prever a quantidade de suco que possui uma laranja?*” e

¹ Reportagem adaptada de Suco de laranja não concentrado tem mercado mais aquecido após pandemia, por Jorge Costa da Louis Dreyfus Company (LDC), do site Notícias Agrícolas, publicado em 27/06/2022.

Os membros do grupo ficaram em dúvida se era necessário cortar a laranja para fazer a estimativa. Um dos alunos disse que poderia relacionar a laranja com a esfera, então, sugeriu usar o volume da laranja para realizar a estimativa. Outros alunos pensaram em usar a circunferência da laranja para relacionar com a quantidade de suco. No processo de negociação, chegaram à conclusão que seria mais viável utilizar a medida da circunferência e relacioná-la com a quantidade de suco, dando início à produção de dados quantitativos, conforme a estratégia representada na “Figura 2”.

Figura 2 – Produção de dados quantitativos – medindo a circunferência da laranja.



Fonte: arquivo próprio (2022).

Eles realizavam as coletas relacionando a medida da circunferência com a quantidade de suco que a mesma laranja fornecia, fazendo as anotações em uma folha de papel. Após a coleta de dados, surgiram vários questionamentos no grupo sobre como seria possível representar, algebricamente, aquelas informações. Observando o registro que organizaram (Figura 3a), vislumbraram que se tratava de duas variáveis (x e y) e relacionando a medida do tamanho da circunferência à quantidade de suco em pares ordenados, representaram no plano cartesiano, localizando os pares ordenados, conforme a “Figura 3b”.

Figura 3a – Matematização da situação realizada pelo Grupo 1.

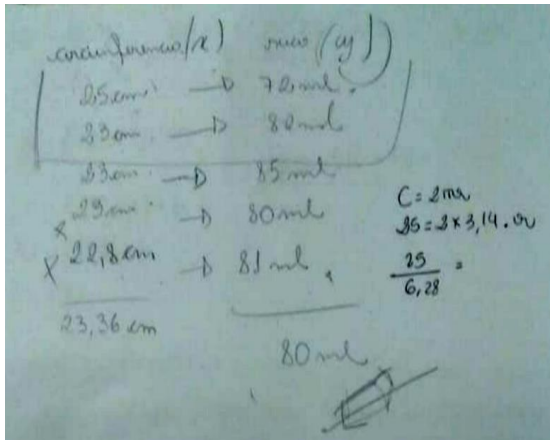
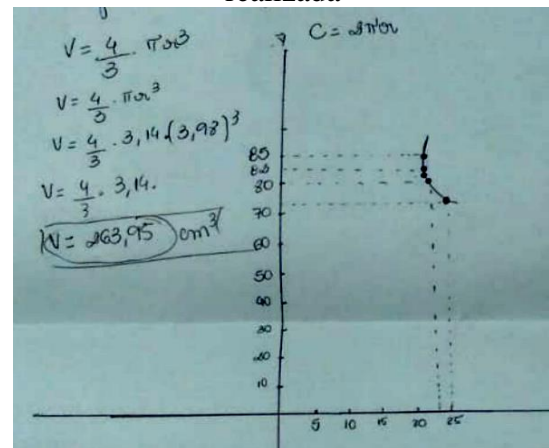


Figura 3b – Matematização da situação realizada



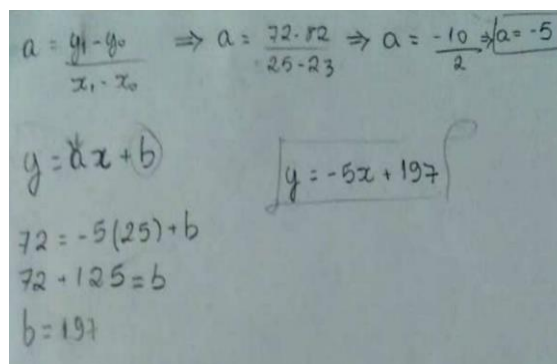
Fonte: dos registros dos estudantes (2022).

Observaram que a reta que passaria pelos pares ordenados seria uma reta decrescente. Em seguida, utilizaram a equação reduzida da reta para encontrar a função correspondente à quantidade de suco que possui uma laranja de circunferência (x), conforme o registro na “Figura 4”. Chegaram a um modelo correspondente aos dados obtidos por eles, nesse caso:

$$y = (-5) \cdot x + 197$$

Para determinar, aproximadamente, a quantidade de suco de uma laranja (y), basta utilizar o tamanho da circunferência.

Figura 4 – Modelo apresentado pelo G1.



Fonte: dos registros dos estudantes (2022).

Na oportunidade, foi discutido sobre as implicações desse modelo à situação, por exemplo, em que medida ele seria apropriado para expressar esse fenômeno “suco da laranja”.

Os membros do Grupo 2 iniciaram questionando se a laranja maior tinha a maior quantidade de suco. Em consenso, chegaram à conclusão de que, nem sempre a maior laranja terá a maior quantidade de suco. Após essa discussão, pensaram em relacionar o peso da laranja com a quantidade de suco, porém, seria necessário descartar o peso do bagaço. Observaram a laranja como um todo e começaram a produzir todos os dados possíveis, conforme a “Figura 5”, na tentativa de estimar o melhor resultado, nesse contexto, o modelo matemático.

Figura 5 – Produção dos dados realizada pelo G2.



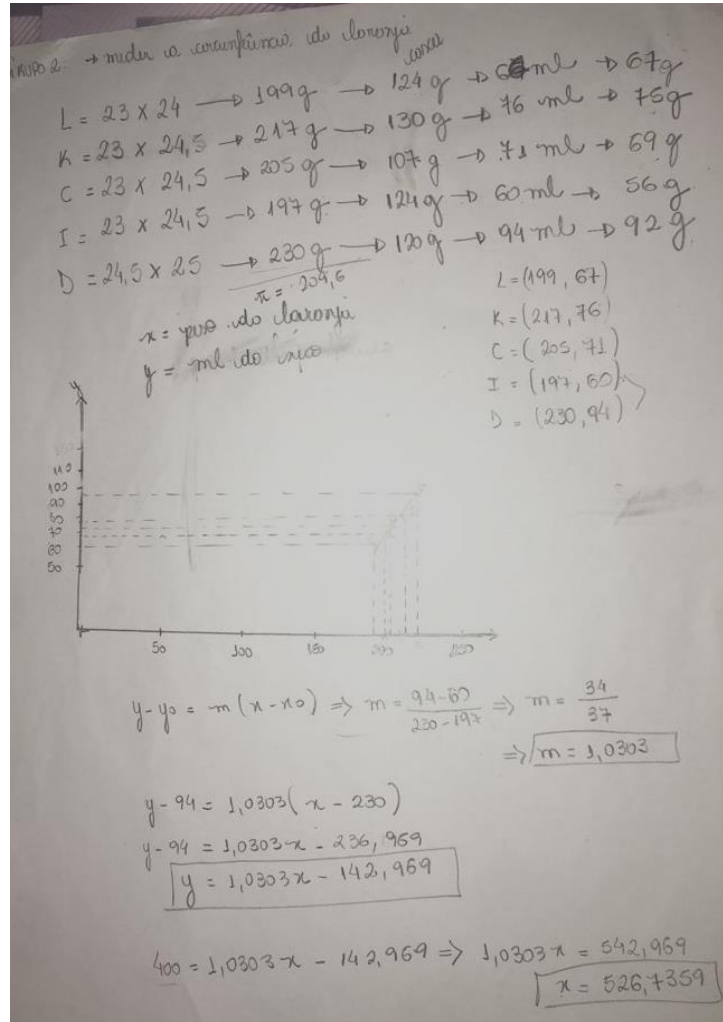
Fonte: arquivo próprio (2022).

Os estudantes coletaram as medidas da circunferência, peso da laranja, peso da casca, quantidade de suco da laranja e o peso do suco da laranja e foram anotando em uma tabela os dados correspondentes à cada laranja. Observaram que poderiam determinar uma função a partir dos pares ordenados e, após essa coleta, iniciou-se uma nova discussão sobre quais seriam as variáveis que determinaria o melhor modelo para expressar a quantidade de suco da laranja.

No processo de argumentação sobre, chegaram à conclusão de que poderiam utilizar o peso da laranja, pois o peso da casca não interferia na quantidade de suco da laranja, então, optaram em usar o peso da laranja relacionando-o à quantidade de suco, conforme a “Figura 6”. Em seguida, representaram os pares ordenados no plano de cartesiano, traçando uma reta pelos pontos e obtiveram uma reta crescente, confirmando a ideia inicial, que poderiam utilizar a função para representar a situação, delimitando um modelo matemático expresso em:

$$Y = 1,0303 \cdot x - 142,969$$

Figura 6 – Resolução e modelo produzido pelo G2.



Fonte: dos registros dos estudantes (2022).

Explicitadas as produções encaminhadas por cada um dos grupos, passemos a algumas reflexões que, num movimento de análise, foram oportunizadas no contexto da prática.

Como remate da experiência, cada um dos grupos foi convidado a compartilhar as suas produções com os demais colegas. Nesse contexto, inúmeras discussões surgiram, por exemplo: O Grupo 1 apresentou o gráfico produzido a partir dos dados, o que gerou curiosidade nos participantes do outro grupo e questionamentos sobre qual seria a interpretação do gráfico exposto. Os alunos do Grupo 1 responderam que o gráfico mostra que quanto menor a laranja maior será a quantidade de suco, isso por conta dos dados obtidos das laranjas exprimidas. Como justificativa, os alunos explicaram que as laranjas tinham as medidas muito próximas o que pode ter influenciado no resultado.

Já o Grupo 2, ao apresentar sua produção, justificou que aconteceu o mesmo ocorrido no outro grupo, suas laranjas tinham as medidas muito próximas, mas diferente do outro grupo eles optaram por usar a balança e foi o que diferenciou nos resultados obtidos. Argumentaram que o gráfico encontrado foi de uma função crescente, o que indica que quanto maior a laranja, maior será a quantidade de suco nela. Os alunos chegaram à conclusão de que, generalizando as duas funções encontradas, sob essa perspectiva, os estudantes podem prever a quantidade de suco existente em uma laranja.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste texto foi relatar uma experiência de aula simulada com Modelagem Matemática e, ao relatarmos, algumas reflexões emergiram. Tendo em vista ser esta a primeira produção acadêmica das primeiras autoras, pareceu apropriado refletirmos sobre a formação das futuras professoras pelo caminho da reflexão sobre a própria prática.

Ao analisarmos o caminhar de ambos os grupos, refletimos que eles representaram, matematicamente, a situação com modelos matemáticos adequados. O Grupo 1, estabeleceu uma relação de medida da circunferência com a quantidade de suco de laranja. O Grupo 2, estabeleceu diversas relações, optando em trabalhar com peso relacionando à quantidade de suco. De modo geral, os conceitos matemáticos que permearam a aula foram àqueles relacionados à geometria, geometria analítica, álgebra, estatística, entre outros. Muito embora, o Grupo 1 tenha apresentado adequadamente o modelo matemático, o produzido pelo Grupo 2 mostrou ser mais adequado à situação com referência na realidade. Essa discussão ficou latente no contexto da experiência.

Para além da apresentação de estratégias em registros, essa primeira experiência prática com Modelagem Matemática conduziu analisarmos alguns aspectos. O primeiro deles foi que por ser uma metodologia pouco trabalhada no dia a dia, tivemos receio em levá-la para sala de aula; os alunos não aceitem a proposta e dificultar a abordagem com ela, pois nesta metodologia os conteúdos vão surgindo conforme o trabalho vai se desenvolvendo. Entendemos que essa reflexão está alinhada às resistências e obstáculos (CEOLIM; CALDEIRA, 2017). É necessário, portanto, que os alunos saiam do comodismo e comecem a pensar, desenvolvendo produções até encontrar o desejado, sob a orientação do professor.

Talvez esse seja um dos argumentos que distancia a Modelagem Matemática da sala de aula, pois isso dificulta nossa ação já que não sabemos quais conteúdos surgirão a partir do tema escolhido. Mas essa dificuldade é contornada quando “colocamos na balança” a

aprendizagem favorecida e a quantidade de relações que são estabelecidas. Foi o que de fato aconteceu nesta experiência, pois supomos possíveis resoluções e dúvidas dos alunos e no decorrer da aula foram surgindo dúvidas que, de antemão, não havíamos pensado. Essa constatação nos levou a refletir que por mais que nos sintamos “preparadas”, nunca estaremos prontas. Entendemos que, talvez, para esse encaminhamento tenhamos tido influências de outra perspectiva, o Ensino Exploratório, etapa conhecida por *antecipação*.

Outro aspecto que destacamos é o benefício de se optar em trabalhar com uma metodologia ativa que torna, de fato, o aluno o protagonista do seu processo de aprendizagem. Isso ficou evidente quando os estudantes tiveram que tomar decisões para dar o “pontapé” na atividade até a sua sistematização, nos registros, e argumentarem sobre aquilo que produziram, por exemplo, se compararmos ambas as funções que emergiram nesse estudo: *uma decrescente e outra crescente. E agora?* Uma compreensão sobre o que se faz e as circunstâncias que levaram a essa produção se tornam relevantes. Notamos que a significação das ações e da própria matemática envolvida se tornam uma condição para justificar esses aspectos, o que potencializa a aprendizagem via a Modelagem Matemática.

É nesse sentido que, enquanto futuros professores, enfatizamos a importância de se trabalhar com atividades mais abertas, em que os alunos podem construir esse ambiente de aprendizagem com liberdade para o expor suas ideias e estratégias, tornando-se sujeitos críticos tanto na vida acadêmica quanto pessoal. Ao refletirmos sobre a experiência em si, entendemos que trabalhar com a Modelagem Matemática enquanto professoras, foi desafiador.

Para nós, foi necessário sair da zona de conforto, deixar de lado o ensino expositivo e admitir uma prática que insere os alunos na sala de aula. Apesar dos desafios, instigar e levar os alunos a pensarem, gerando neles prazer em participar das atividades propostas é oferecer condições para que se torne aluno protagonista do conhecimento. Diante dessa experiência, estamos menos apreensivas em trabalhar, novamente, com essa abordagem, pois pudemos ver, na prática, que ela funciona e, por mais que planejem algumas questões, a imprevisibilidade toma conta do ambiente que constituímos.

Entendemos que outras questões poderiam ser levantadas nessa reflexão, mas esperamos que esse relato possa inspirar outros (futuros) professores que desejarem realizar uma prática com Modelagem Matemática, encorajando-os para que tenhamos melhorias nos processos de ensinar e aprender Matemática.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. A Prática dos Alunos no Ambiente de Modelagem Matemática: O esboço de um framework. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (org.) **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife, PE: SBEM, 2007.

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores**. 2001. 253 f. Tese (Doutorado) -Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?** *Veritati*, n. 4, p. 73-80, 2004.

CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S.; MEYER, J. F. C. A. **Modelagem em Educação Matemática**. 1.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

CEOLIM, A. J.; CALDEIRA, A. D. Obstáculos e dificuldades apresentados por professores de matemática recém-formados ao utilizarem modelagem matemática em suas aulas na educação básica. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 31, p. 760-776, 2017.

COSTA, J. **Suco de laranja não concentrado tem mercado mais aquecido após pandemia**, por Jorge Costa da Louis Dreyfus Company (LDC). Notícias Agrícolas, Matão, 26, junho. 2022.

KLÜBER, T. E. Formação de professores em Modelagem Matemática na Educação Matemática brasileira: questões emergentes. **Educere et Educare**, v. 12, n. 24, 2017.

OLIVEIRA, W. P.; KLÜBER, T. E. Formação de professores em Modelagem Matemática: uma hermenêutica dos relatórios do GT 10 – Modelagem Matemática da SBEM. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.19, n.2, 167-186, 2017.

OLIVEIRA, W. P. **Modelagem Matemática no Estágio Pedagógico: uma investigação fenomenológica**. 2020. 504 f. (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Maringá, 2020.