UMA INVESTIGAÇÃO DO CAMPO CONCEITUAL DE EQUAÇÕES COM ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Willian Valverde
Universidade Federal do Paraná - UFPR
valverde.willian@gmail.com

Resumo: Neste trabalho, apresentamos uma investigação e reflexões sobre estratégias utilizadas por alunos de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de um colégio público de São José dos Pinhais, Paraná, para resolver equações polinomiais do 2º grau. Para tal investigação, utilizamos como base teórica a Teoria dos Campos Conceituais do pesquisador francês Gerard Vergnaud. Nossa investigação partiu de uma sequência didática elaborada que continha exercícios e problemas com equações incompletas e completas, visando valorizar diversas formas diferentes para resolver uma equação, nem sempre aplicando a fórmula para resolução de equações do 2º grau, conhecida por muitos como Fórmula de Bháskara, e explorando a forma fatorada de uma equação, evidenciando suas raízes.
Palavras-chave: Campos conceituais. Equações. Fatoração.

INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem por objetivo apresentar uma investigação acerca de estratégias utilizadas por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental II, de um colégio público da periferia de São José dos Pinhais, cidade da Região Metropolitana de Curitiba, para resolver equações polinomiais do 1º e 2º graus, em especial equações do 2º grau que não demandam da utilização da fórmula para sua resolução[1], sejam por serem equações "incompletas" ou por já serem apresentadas na forma fatorada.

[1] A fórmula para resolução de equações do 2º grau é comumente conhecida (apenas) no Brasil como Fórmula de Bháskara. Uma abordagem histórica sobre tal fórmula e sua nomenclatura podem ser encontra no Plano de trabalho docente – PDE 2014. Tendências metodológicas: História da Matemática. De autoria dos professores: Idalci Coutinho, Kátia Gonçalves, Vera Moreira e Salete Maria Heleno, sob orientação da professora Violeta Maria Estephan da Universidade Tecnológica do Paraná.

Tal investigação é motivada pela constatação pessoal, que também aparece com frequência em diferentes pesquisas na área de Educação Matemática[2], de que o ensino atual se dá muitas vezes pela simples utilização de fórmulas e algoritmos para resoluções de exercícios, sem propor situações problemas que interessem ao aluno. Para Gómez Chacon (2003), essa prática de ensino da Matemática, que se resume em aplicar regras, fórmulas e cálculos se sobressai ao desenvolvimento do pensamento matemático.

D'Ambrosio (1989) revela que tal concepção de ensino é baseada na crença de que o conhecimento matemático pode ser adquirido por um processo de transmissão, muitas vezes reduzidos a procedimentos determinados pelo professor. De acordo com esta autora:

> [...] primeiro, os alunos passam a acreditar que a aprendizagem da matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos. Aliás, nossos alunos hoje acreditam que fazer matemática é seguir e aplicar regras. Regras essas que foram transmitidas pelo professor. Segundo, os alunos acham que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, dos quais não se dúvida ou questiona, e nem mesmo se preocupam em compreender porque funciona. Em geral, acreditam também, que esses conceitos foram descobertos ou criados por gênios. (D'AMBRÓSIO, 1989, p. 16)

Assim, os alunos criam um mito a respeito da Matemática e supervalorizam a questão da aplicação de fórmulas, impedindo o desenvolvimento do pensamento matemático.

A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Uma possível referência, de base cognitiva, que serve para fornecer uma base de estudos da aprendizagem, tanto de competências simples quanto mais complexas, é a Teoria dos Campos Conceituas de Vergnaud (MAGINA *et al*, 2010, p. 18). Pais (2001, p. 1) destaca que esta teoria foi desenvolvida "para estudar as condições de compreensão do significado do saber escolar pelo aluno". O autor também destaca que:

> A valorização da aprendizagem de conceito não é uma prática encontrada na educação escolar. Há uma tendência tradicional na prática de ensino da matemática que valoriza, em excesso, a função da memorização de fórmulas, regras, definições, teoremas e demonstrações. Como consequência, os problemas propostos são, nesse caso, mais voltados para a reprodução de modelos do que para a compreensão conceitual. Entretanto, essa concepção de educação está longe das exigências da sociedade tecnológica, tornando-se

[2] Mais detalhes sobre o ensino atual da matemática podem ser encontrados em DE ANDRADE, C. C. O ensino da Matemática para o Cotidiano. Monografia apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Especialista na Pós-Graduação em Educação, UTFPR, Medianeira, 2013.

> urgente a sua superação e a abertura de espaços para uma educação mais significativa e esse é um dos argumentos que justifica a importância do estudo da formação de conceitos. (PAIS, 2001, p. 1)

Para Vergnaud (1996, p. 204 *apud* HILGER e OLIVEIRA, 2012, p. 60), um conceito é constituído por três conjuntos:

- O conjunto das *situações* que serão responsáveis por dar sentidos aos conceitos;
- O conjunto de *invariantes operatórios* que estão associados aos tratamentos dados ao conceito, gerando assim significados para tal e;
- O conjunto das *representações* simbólicas e linguísticas que nada mais são do que as ferramentas que permitem representar elementos envolvidos no conceito, como operações e procedimentos.

Diferentemente de Piaget, Vergnaud se deu conta da dependência das situações propostas para o desenvolvimento cognitivo (MOREIRA, 2002) e é a partir das relações que o sujeito estabelece entre as situações e seus significantes (o que elas significam) que podemos dizer que uma aprendizagem se tornou significativa. O autor também destaca que é por meio das situações propostas que o aluno desenvolverá seus esquemas.

Para Pais (2002, p. 2), "a noção de esquema está associada a forma invariante como as atividades são estruturadas ou organizadas diante de uma classe de situações voltadas para a aprendizagem específica de um conceito", ou seja, são as técnicas, ferramentas, formas que o sujeito organizar seu pensamento dentro de uma determinada categoria de situações pertinentes a um mesmo conceito.

Um esquema se compõe por vários elementos, que podemos chamar de *ingredientes*, e estes que podem ser classificados em quatro tipos principais, de acordo com Hilger e Oliveira (2012, p. 58 - 59):

- *Objetivos e antecipações*: são responsáveis por permitir a identificação da finalidade da situação, utilizando-se de etapas intermediarias para alcançá-la, bem como prevendo consequências que podem ou não ocorrer;
- *Regras de ação, de apoio e de controle de informações*: são regras pré-estabelecidas ou estabelecidas que permitem a formação e continuação da sequência das ações seguintes, ou da forma que o sujeito se porta perante as situações;
- *Possibilidades de inferência*: é o que permite ao aluno a possibilidade de decidir quais as regras de ação e antecipações que serão utilizadas, ou até modificadas,

imediatamente na situação a partir das informações conhecidas e dos invariantes operatórios disponíveis;

• *Invariantes operatórios*: são as características que permitem distinguir ou classificar o reconhecimento da situação, bem como a tomada de informações geralmente por de elementos explícitos, mas também por elementos implícitos que sejam pertinentes.

São os invariantes operatórios que formam a base, implícita ou explícita, que permite obter as informações pertinentes e, com base nelas, inferir os objetivos a serem alcançados e as regras de ações adequadas, São componentes essenciais dos esquemas, formados pelos chamados *conceito-em-ação* e *teorema-em-ação*, e determinam as diferenças entre eles (MOREIRA, 2002, p. 12 - 14).

Neste momento, se faz necessário uma pequena pausa para algumas observações. A primeira é que a teoria de Vergnaud é bastante complexa e possui uma série de definições/conceitos tão quão complexos, como os citados anteriormente, e que não são tão simples de serem categorizados de maneira explicita em uma determinada representação feita pelo aluno. Outro aspecto importante é a forma como esses conceitos se entrelaçam: Vimos que um conceito é formado por situações, invariantes operatórios e as representações. Temos também a ideia de esquemas, que, de certa forma, fazem uma ponte entre as situações e os invariantes operatórios que serão, por meio de suas representações, nossa ferramenta para buscar compreender erros e o desenvolvimento conceitual do sujeito. Desta maneira, se faz de extrema importância entender como se diferenciam os teoremas-em-ação e conceitos-em-ação, que são os dois elementos que formam os invariantes operatórios.

Os *teoremas-em-ação* são proposições tidas como verdadeira sobre o real (Moreira, 2002, p. 14), ou seja, são afirmações que o sujeito já as tem como verdadeiras de antemão, sejam por parecerem naturais ou por já construir, de alguma forma, essa ideia anteriormente. São conhecimentos mobilizados para ajudar na solução de determinadas situações. Já os *conceitos-em-ação* são uma categoria de pensamentos considerada como pertinente, são componentes essenciais do esquema (MOREIRA, 2002, p. 13 - 14), são compreendidos quando abordados por meio de um movimento evolutivo, (PAIS, 2001, p. 4), ou seja, são pensamentos formados de acordo com cada situação e que ainda não têm (e nem precisam vir a ter) o caráter de teorema-em-ação, pois são ideias ainda em evolução.

> Uma das dificuldades da aprendizagem de conceitos decorre do fato deles não pertencerem ao mundo imediato da materialidade, marcado pelo reino da sensibilidade onde o pré-reflexivo encontra-se assentado. Mesmo que certos conceitos possam estar associados a uma classe de objetos materiais, a generalidade e a abstração somente são compreendidas na medida em que

> forem abordadas por meio de um movimento evolutivo, essa estratégia pode ser chamada de *estado de devir*, no sentido de que, no plano subjetivo, sempre é possível descortinar novos horizontes na compreensão de um conceito (PAIS, 2004, p. 4, grifos do autor).

Levando em conta esse estado evolutivo de um conceito, bem como a forma como cada conceito se relaciona com outros conceitos na formação dos invariantes operatórios, se torna necessário não falar apenas de um conceito em si, mas sim de um campo conceitual que nada mais é que um "conjunto de problemas ou situações cuja análise e tratamento requerem vários tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas, os quais se encontram em estreita conexão uns com os outros." (Vergnaud, 1983, p. 127 *apud* MOREIRA, 2002, p. 9)

Moreira (2002) também destaca três fatores que levaram Vergnaud à ideia de campo conceitual: a primeira é que o um conceito não se forma dentro de um único tipo de situação; a segunda é que uma situação não envolve apenas um conceito; e por fim, a construção e apropriação de todos os elementos que constituem um conceito não se dá de imediato, pode levar muito tempo, anos às vezes, com analogias e mal-entendidos entre situações, concepções, procedimentos e significados atribuídos e

> [...] é praticamente impossível estudar as coisas separadamente, mas, por isso mesmo, é preciso fazer recortes e é nesse sentido que os campos conceituais são unidades de estudo frutíferas para dar sentido aos problemas de aquisição e às observações feitas em relação à conceitualização (VERGNAUD, 1983, p. 393 *apud* MOREIRA, 2002, p. 10).

O CAMPO CONCEITUAL DE EQUAÇÕES E UMA INVESTIGAÇÃO NO 9º ANO

Motivados pela citação de D'Ambrosio (1989), apresentada na introdução, que relata uma possível concepção de Matemática dos alunos, restringindo-a à aplicação de fórmulas, na experiência pessoal e no relato de outros professores de Matemática ao ensinar equações polinomiais de 1º e 2º grau para os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, atentamos a certas questões conceituais inerente ao campo conceitual de equações polinomiais. Antes de apresentar a fórmula para resolução de equação do segundo grau, conhecida por muitos comumente por Fórmula de Bháskara, apresentamos várias equações do 2º grau incompletas, por duas semanas, em um total de 4 aulas de 50 minutos cada.

A forma genérica de uma equação do 2º grau é $ax^2 + bx + c = 0$ com a, b e c constantes reais e a não nulo. Uma equação de 2º grau incompleta é uma equação que apresenta b e/ou c nulos. Diversas estratégias podem ser utilizadas para resolver equações nesses formatos (incompletas), como isolar a variável, fatoração, etc. (além, é claro, da aplicação da Fórmula da Bháskara, que seria o processo mais demorado e trabalhoso).

A abordagem metodológica teve por princípio valorizar as diversas formas de resolver uma mesma equação antes mesmo da aplicação da Fórmula de Bháskara ser apresentada. Para tal, utilizamos como recurso didático um livro com diversos exercícios e problemas que tem o caráter de situações de aprendizagem conforme Teoria dos Campos Conceituais. Além do mais, os alunos produziram materiais como resumos visuais, que teriam por objetivo descrever esquemas para resolver cada tipo de equação do 2º grau incompleta e completa. Por fim, após apresentarmos a Fórmula de Bháskara, trabalhamos a forma fatorada de uma equação: $m(x - r_1)(x - r_2) = 0$ onde m é o coeficiente líder e r_1 e r_2 são as raízes da equação (não necessariamente distintas).

O objetivo dessa abordagem foi atentar a uma série de conceitos inerentes ao campo conceitual de equações polinomiais, o qual um deles é o conceito de equações equivalentes. É por meio desse conceito também que podemos simplificar uma equação dividindo todos os seus termos por um mesmo fator não nulo. Outros conceitos que aparecem nesse campo conceitual são o de multiplicação e fatoração. Por exemplo, para resolver uma equação incompleta como $x^2 - x = 0$, podemos fatorar a equação chegando na nova equação $x(x - 1) = 0$. Aqui entra o conceito de multiplicação: aparecem dois fatores, x e $(x - 1)$ e se a multiplicação desses fatores é 0, então um deles é nulo. Daí surgem as equações $x = 0$ e $x - 1 = 0$ e as soluções 0 e 1 da equação. São estes conceitos, justamente, que nos permitem fatorar a equação em função de suas raízes.

Em avaliação formal feita com os alunos, entre outros problemas e exercícios que apenas pediam a solução de equações do 2º grau, apresentamos e pedimos para resolver a seguinte equação: $2(x - 3)(x - 4) = 0$.

Dos 34 alunos que fizeram a prova, 12 deixaram essa questão em branco, segundo eles, em conversa posterior, por não estar no "formato usual". Assim, disseram que não saberiam resolvê-la (aplicar a fórmula).

Os outros 22 alunos tentaram aplicar a "propriedade distributiva" para que, a partir do momento em que a equação estivesse na forma usual, pudessem aplicar a fórmula. Destes, apenas 3 conseguiram chegar no resultado final correto, como o exemplo da *Figura 1*:

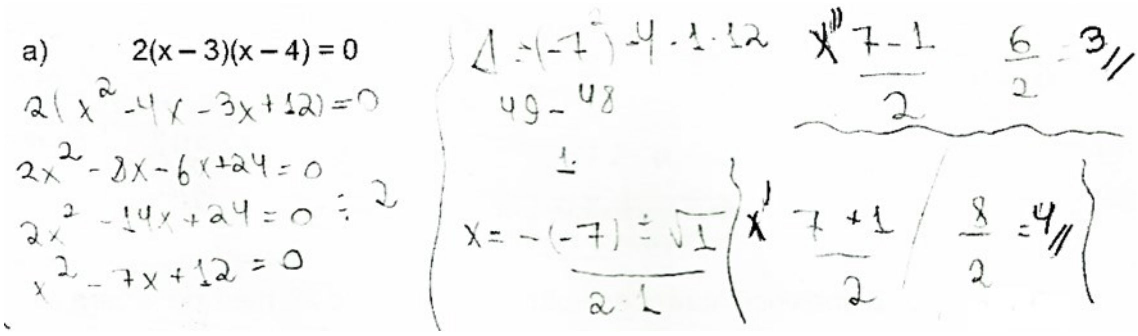

Figura 1 – Exemplo resolução correta, utilizando fatoração

Fonte: os autores

Estudos, como (BURIGATO e BITTAR, 2008) mostram a dificuldade de alunos na fatoração (isso inclui a aplicação da propriedade distributiva) e mostram justamente a formação de teoremas-em-ação e conceitos-em-ação equivocados que implicam, no nosso caso, em erros para a solução de equações.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados obtidos nas avaliações dos estudantes apontam para um certo fracasso no objetivo da formação de conceitos referentes ao campo conceitual de expressões algébricas polinomiais no sentido que nenhum aluno utilizou do conceito de multiplicação para identificar as raízes sem fatorar a equação. No entanto, como destacou D'Ambrosio (1989, p. 16), os estudantes já têm uma ideia pré-definida de Matemática, restrita à aplicação de fórmulas, que dificulta a formação de conceitos, ainda mais quando entendemos, conforme Vergnaud na Teoria dos Campos Conceituais, que a formação de um conceito leva certo tempo e é, muitas vezes, um processo de fôlego, como já mencionou Moreira (2002, p. 9).

Podemos identificar, nesses casos, que muitos estudantes têm o teorema-em-ação de que é preciso que uma equação esteja, necessariamente, no formato usual para ser resolvida ou até mesmo para ser uma equação (de 2º grau) e também podemos verificar que muitos apresentam os mesmos teoremas-em-ação equivocados, no que diz respeito a fatoração de expressões algébricas, conforme apresentado por Burigato e Bittar (2008).

Os próximos passos a serem tomados serão pensar em novas situações que busquem explorar o conceito de multiplicação e fatoração em equações polinomiais a fim de formar novos teoremas-em-ação e conceitos-em-ação no campo conceitual de equações polinomiais tentando desfigurar essa visão de Matemática restrita a fórmulas.

REFERÊNCIAS

BURIGATO, S. M. M. S., BITTAR, M. Teoremas em ação utilizados pelos alunos na fatoração de expressões algébricas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 313-330, 2008.

D'AMBROSIO, B. S. Como Ensinar Matemática Hoje? **Temas e Debates**. SBEM, Brasília, ano 2, n.2, p.15-19, 1989.

GÓMEZ CHACÓN, I. M. **Matemática emocional**: os afetos na aprendizagem matemática; Trad. Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2003.

HILGER, T. R., OLIVEIRA, A. M. M. O problema dos teoremas-em-ação sobre a força de atrito na disciplina de física geral para graduação. **R. B. E. C. T**., vol. 5, num 1, jan./abr. 2012.

MAGINA, S. M. P., SANTANA, E. R. S., CAZORLA, I. M. e CAMPOS, T. M. M. As Estratégias de Resolução de Problemas das Estruturas Aditivas nas Quatro Primeiras Séries do Ensino Fundamental. **ZETETIKÉ** – Cempem – FE – Unicamp – v. 18 n. 34 – jul/dez – 2010.

MOREIRA, M. A. A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências** – V7(1), p. 7-29, 2002

PAIS, L. C. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte. Autêntica, 2001.