UMA TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM PARA O ENSINO DE LOGARITMOS VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Renato Rodrigues dos Santos
Instituto Federal do Paraná – Campus Paranavaí - IFPR
renato.santos@ifpr.edu.br

Marcelo Carlos de Proença
Universidade Estadual de Maringá - UEM
mcproenca@uem.br

Resumo: O presente trabalho ter por objetivo propor uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA) elaborada na perspectiva do Ensino e Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas, para a introdução do conceito de logaritmo, bem como analisar as contribuições da construção dessa THA para a promoção do trabalho docente. A elaboração de uma THA permite que docentes e futuros professores de Matemática possam planejar e refletir sobre sua prática, bem como prever possíveis dúvidas e questionamentos que podem surgir durante o seu desenvolvimento de suas aulas. Defende-se que o conhecimento matemático deve ser construído a partir de um problema. Essa tendência no ensino de Matemática tem como uma referência o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas. As análises realizadas neste trabalho indicam que as THAs tem potencial de proporcionar uma reflexão acerca da ação pedagógica, podendo promover a melhoria do ensino de Matemática.

Palavras-chave: Trajetória Hipotética de Aprendizagem. Resolução de Problemas. Logaritmos.

INTRODUÇÃO

Neste trabalho, apresenta-se uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA), que tem por objetivo introduzir o conceito de logaritmos. Para esta THA optou-se por utilizar a perspectiva de *ensino via resolução de problemas* (SCHROEDER; LESTER JUNIOR, 1989). Nessa perspectiva, o ensino de matemática inicia-se por meio de uma situação, possível problema, que deverá ser o ponto de partida para a construção do conteúdo/conceito matemático. No que tange ao desenvolvimento do trabalho pedagógico, optou-se pelo esquema do trabalho por meio da sequência de cinco ações do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas, proposto por Proença (2018).

Alguns trabalhos apontam que as THAs são uma alternativa para o professor organizar a sua aula, bem como prever a postura dos alunos (dúvidas e dificuldades) durante a realização das tarefas em sala de aula. Destaca-se o trabalho de Rosseto (2021), que em sua pesquisa de doutorado, promoveu uma Oficina de Formação para professores de Matemática, na qual propôs analisar a forma como lidam com a construção de uma THA. Concluiu que:

> [...] o professor, ao incluir nas suas práticas a elaboração de Trajetórias de Ensino e de Aprendizagem, pode ter como resultado um instrumento que possibilita uma visão geral dos processos de ensino e de aprendizagem, que pode auxiliar em suas tomadas de decisões a respeito dos conteúdos e tarefas, assim como do que poderá desenvolver com os estudantes. (ROSSETO, 2021, p. 9).

Diante do exposto, considera-se que o exercício de planejar uma THA e tecer hipóteses acerca do desenvolvimento de uma tarefa em ambiente escolar pode promover mudanças na forma de ensinar Matemática.

TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM

Simon (1995), baseado em uma experiência de ensino na perspectiva construtivista, desenvolveu o ciclo de Ensino de Matemática abreviado (Figura 01), um esquema que representa aspectos da atividade docente, estabelecendo inter-relações entre o conhecimento do professor, seus objetivos, a proposta de atividades e hipóteses acerca do pensamento dos alunos, bem como, a avaliação dos conhecimentos construídos ao longo do processo.

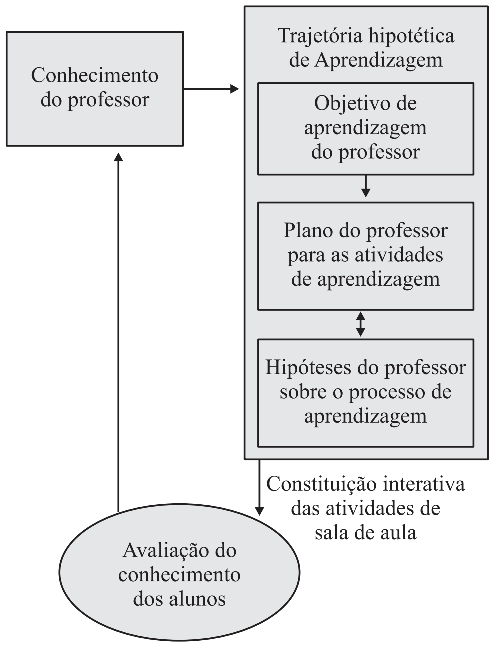

Figura 1 – Ciclo de Ensino de Matemática (abreviado)
Fonte: Simon (1995, p. 136, tradução nossa)

No cerne desse processo encontra-se o que chamou de Trajetória Hipotética de Aprendizagem, que para esse autor, refere-se a previsão que o professor faz acerca do percurso, por meio do qual, a aprendizagem deve ocorrer. É hipotética, pois a trajetória real só é conhecida efetivamente no momento em que se põe em prática o plano de ensino, podendo ocorrer situações adversas daquelas previstas no planejamento.

De acordo com Simon (1995), uma THA é formada por três componentes: Os objetivos de aprendizagem, o plano de trabalho elaborado pelo professor e o processo hipotético de aprendizagem, sendo este último componente, uma previsão que o professor faz acerca do pensamento, da compreensão e atitudes dos alunos e sua evolução, diante da realização das tarefas propostas.

Oliveira e Ferreira (2021) afirmam que o desenvolvimento de uma THA se caracteriza “como um recurso estratégico metodológico que possibilita aos docentes em formação organizarem seus planejamentos escolares a partir de um processamento hipotético” (OLIVEIRA; FERREIRA, 2021, p. 2). Os autores argumentam que “as THAs oportunizam aos docentes em formação analisarem aspectos que delimitam suas práticas de modo articulado, pois se envolvem em um processo de reflexão e tomada de decisão sobre demandas de seu exercício profissional” (OLIVEIRA; FERREIRA, 2021, p. 19). Destacam que as THAs se configuram como um recurso instrumentalizador, na medida que permite ao professor refletir sobre a organização de sua aula, levando em conta os conteúdos abordados, as dúvidas que poderão surgir e o modo como poderá responder a essas dúvidas.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A Resolução de Problemas, tema amplamente discutido na Educação Matemática, se faz presente nos documentos oficiais que norteiam o sistema educacional brasileiro. Um desses documentos é o caso da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), ressalta que:

> Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental (BRASIL, 2018, p. 266).

No documento, a habilidade de resolver problemas perpassa por diversos conteúdos matemáticos, além de destacar que “os estudantes devem desenvolver e mobilizar habilidades que servirão para resolver problemas ao longo de sua vida” (BRASIL, 2018, p. 535).

Quanto à abordagem, ou seja, a forma de realizar o trabalho em sala de aula, Schroeder e Lester (1989), apresentam três abordagens relacionadas ao momento em que um problema é introduzido durante as aulas de Matemática:

1) *Ensino sobre resolução de problemas:* Nessa abordagem, os alunos são incentivados a resolver problemas percorrendo certas etapas de resolução, que são indicadas pelo professor. Nessa perspectiva, são incentivados, durante a resolução, a desenvolver estratégias e obter padrões que não precisam obrigatoriamente estar relacionados a algum conteúdo matemático.

2) *Ensino para a resolução de problemas:* Nessa abordagem, os problemas são propostos aos alunos após a introdução do conteúdo. Espera-se que sejam capazes de utilizar o novo conceito que aprenderam na resolução desses problemas.

3) *Ensino via resolução de problemas:* Implica no uso do problema como ponto de partida para o trabalho pedagógico. Nessa perspectiva, o conhecimento matemático é construído a partir de um problema gerador.

Os autores afirmam que “[...] esta última abordagem merece ser considerada, desenvolvida, tentada e avaliada” (SCHROEDER; LESTER JUNIOR, 1989, p. 340). Nessa perspectiva de ensino, Proença (2018) propõe um esquema do trabalho pedagógico, por meio de uma sequência de cinco ações, na abordagem do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP), conforme figura a seguir:

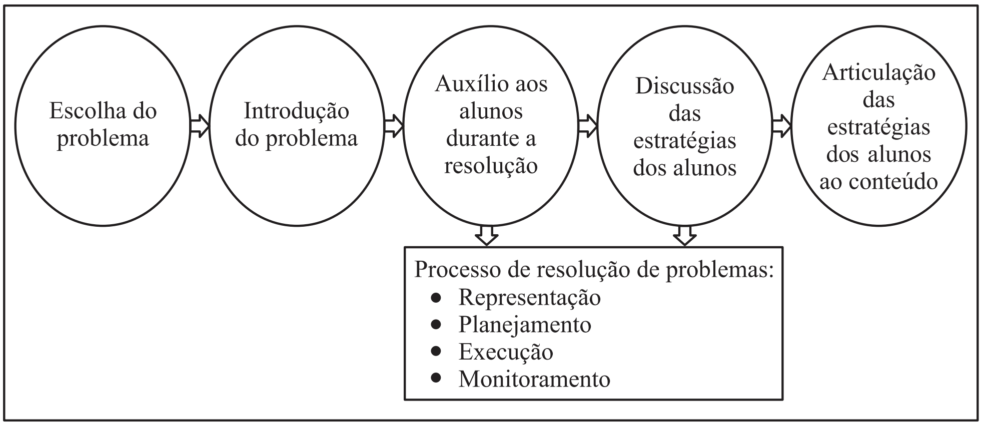

Figura 2: Esquema do trabalho por meio da sequência de ações.
Fonte: Proença (2018).

i) Escolha do problema: Consiste na escolha da tarefa de modo que seja reconhecida como um problema pelos alunos, levando-se em consideração seus conhecimentos prévios e a possibilidade de construir conhecimento matemático a partir dessa atividade proposta.

ii) Introdução do problema: Consiste na proposição da tarefa aos alunos, que será o ponto de partida para o conteúdo que será estudado. Recomenda-se a divisão em grupos, de modo que possam compartilhar conhecimentos e experiências. Nesse momento deve-se solicitar aos alunos que tentem resolver a tarefa com o conhecimento que já possuem.

iii) Auxílio aos alunos durante a resolução: Durante o trabalho em grupo, o professor deve auxiliá-los a lidar com suas dúvidas referentes a termos matemáticos e questioná-los acerca da validade de suas respostas. Caso não encontrem um caminho que leve à solução do problema, o professor poderá direcioná-los para isso.

iv) Discussão das estratégias dos alunos: Tem por objetivo socializar as resoluções feita pelos grupos, para que percebam e construam relações entre os conhecimentos que utilizaram. Cabe ao professor apontar as dificuldades e os equívocos cometidos em uma resolução inadequada, levando os alunos a perceber a necessidade de avaliar a validade da resposta obtida.

v) Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo: Tem por objetivo principal buscar a articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo que se quer ensinar. O papel do professor é utilizar os pontos centrais de uma estratégia de resolução para relacioná-la ao conteúdo por meio de uma expressão matemática.

Levando-se em consideração o modelo proposto por Simon (1995), bem como a proposta de organização do trabalho pedagógico de Proença (2018), propomos a seguinte THA, com o intuito de construir o conceito de logaritmo:

THA - ENSINO E APRENDIZAGEM DE LOGARITMOS VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Público Alvo: 3ª série do Ensino Médio

Conteúdo: Logaritmos

Duração: 4 horas/aulas.

Objetivos:

a. Resolver um problema em um contexto real.
b. Recordar conceitos de função exponencial.
c. Introduzir o conceito de logaritmo, partindo de uma situação envolvendo equações exponenciais.

Enunciado da Tarefa

Como o organismo reage às diferenças de altitude

Aumento da frequência cardíaca, falta de apetite, dor de cabeça, náusea, vômitos, dificuldade para respirar, sangramento do nariz. Parecem sintomas de algum filme de ficção sobre zumbis, mas são efeitos possíveis em pessoas que viajam de altitudes baixas para lugares montanhosos. Tais sintomas também são chamados de *mal da montanha*.

Figura 1: Pico da Neblina
Fonte: Portal da Amazônia (Marcos Amend/ICMBio)[1]

Mas você sabe porque isso ocorre?

Uma das causas está relacionada à densidade do ar, que não é constante, mas diminui com a altitude. Quanto maior a altitude, menor a pressão atmosférica e consequentemente, mais distantes estão as moléculas que compõe os gases da atmosfera terrestre e assim, o ar que respiramos torna-se cada vez mais rarefeito, causando os sintomas acima citados.

Todas essas sensações surgem apenas em locais em que a pressão atmosférica está abaixo de 0,76 atm, aproximadamente. Quanto mais alto, pior: alpinistas profissionais, correm o risco de sofrer edemas (pulmonar ou cerebral) ao tentarem escalar o Everest, por exemplo, que tem quase 9 mil metros de altitude. Os sintomas geralmente começam 4 horas depois de ficarem expostos em local onde a pressão atmosférica é inferior a 0,76 atm. O coração se acelera à toa, sinal de que o organismo está fazendo um esforço extra para continuar captando o oxigênio que sempre esteve acostumado a absorver.

(*Texto adaptado de Clique Ciência***:** *Como o organismo reage às diferenças de altitude?*[2])

Um modelo matemático que fornece uma estimativa para a pressão atmosférica P em função da altitude h, foi proposto por Reichardt (1990):

$P(h) = e^{-\frac{h}{8,4}}$, em que $P(atm)$ e $h(km)$.

Essa expressão pode ser simplificada, uma vez que $e \cong 2,71828\ldots$ é uma constante, logo

[1] Disponível em https://d1c51fywilmmrx.cloudfront.net/images/p/32755/b2ap3_large_image.jpeg. Consultado em 28/05/2021.

[2] Disponível em: https://www.uol.com.br/tilt/ultimas-noticias/redacao/2013/07/09/clique-ciencia-como-o-organismo-reage-as-diferencas-de-altitude.htm. Consultado em 28/05/2021.

$$P(h) = e^{-\frac{h}{8,4}} = \left(e^{-\frac{1}{8,4}}\right)^h$$

$$\Rightarrow P(h) \cong 0{,}89^h$$

Considerando o modelo proposto por Reichardt, responda as questões a seguir:

1) Uma pessoa que permanece por mais de quatro horas no topo do Pico da Neblina, que possui altitude aproximada de 2995 m, pode sofrer de *mal da montanha*?

2) E em Campos do Jordão, que se encontra na Serra da Mantiqueira, com 1639 m de altitude, sendo a cidade mais alta do Brasil?

3) A partir de qual altitude, aproximadamente, a pressão atmosférica fica abaixo de 0,76 atm, podendo provocar o *mal da montanha*?

1ª Ação: Escolha do problema

A escolha da situação foi realizada buscando-se mobilizar os conhecimentos prévios dos alunos acerca das funções exponenciais, em um contexto que pode ser ampliado pelo professor por meio de questionamentos sobre questões relacionadas com o texto da questão proposta. Pode-se questioná-los, por exemplo, sobre a realização de jogos olímpicos ou futebol em locais de maior altitude e propor uma pesquisa na internet sobre as estratégias dos jogadores para se adaptar a esses ambientes.

A situação foi elaborada tendo em vista a articulação das respostas dos alunos, ou seja, de suas estratégias de resolução, com o conceito de logaritmos.

Possíveis estratégias de resolução:

Para responder às questões 1 e 2, espera-se que os alunos compreendam que devem obter uma aproximação para a pressão atmosférica baseada no modelo de Reichardt, e para isso, basta transformar a unidade de medida de metros para quilômetros e calcular a potência. Recomenda-se o uso da calculadora, pois os dados do enunciado da tarefa dificultam que os cálculos sejam realizados sem seu uso.

Resolução da questão 1: Como o modelo proposto por Reichardt considera a altura em quilômetros, se faz necessário realizar a conversão:

$$h = 2995m = \frac{2995}{1000}km = 2{,}995km$$

Para obter a pressão atmosférica aproximada no pico da neblina, basta substituir $h = 2{,}995\ km$ em $P(h)$

$$P(h) \cong 0{,}89^h$$

$$P(2{,}995) \cong 0{,}89^{2{,}995} \cong 0{,}705\ atm$$

Possível resposta: Como a pressão atmosférica no topo do Pico da Neblina é inferior a $0{,}75\ atm$, uma pessoa nesse ambiente pode sofrer do *mal da montanha*.

Resolução da questão 2: De modo análogo à questão anterior,

$$h = 1639m = \frac{1639}{1000}km = 1{,}639km$$

Substituindo em $P(h) \cong 0{,}89^h$, obtêm-se:

$$P(1{,}639) \cong 0{,}89^{1{,}639} \cong 0{,}83\ atm$$

Possível resposta: Como a pressão atmosférica no topo do Pico da Neblina é superior a $0{,}75\ atm$, uma pessoa nesse ambiente provavelmente não sofrerá do *mal da montanha*.

Resolução da questão 3: Para obter a altitude aproximada de um local que possua pressão atmosférica de $0{,}76\ atm$, espera-se que os alunos substituam $P(h) = 0{,}76$ e resolvam a seguinte equação:

$$0{,}76 = 0{,}89^h$$

Salienta-se que não existe um número inteiro h que seja solução para essa equação. Diante disso, depois de tentativas de resolver a equação utilizando-se do conhecimento que possuem, caso apresentem alguma dificuldade, pode-se sugerir que utilizem a calculadora para fazer um quadro com as potências de base 0,89 e expoente h.

$h(km)$	$P(atm)$
1	$= 0{,}89^1 \cong 0{,}89\ atm$
2	$= 0{,}89^2 \cong 0{,}79\ atm$
3	$= 0{,}89^3 \cong 0{,}71\ atm$
4	$= 0{,}89^4 \cong 0{,}63\ atm$
5	$= 0{,}89^5 \cong 0{,}56\ atm$

Diante do quadro exposto, para valores de h inteiros, observa-se que a altitude aproximada é um número real entre 2 e 3. Nesses termos, sugere-se que se faça uma nova tabela, com aproximação de uma casa decimal.

$h(km)$	$P(atm)$
2,1	$= 0{,}89^{2{,}1} \cong 0{,}783\ atm$
2,2	$= 0{,}89^{2{,}2} \cong 0{,}774\ atm$
2,3	$= 0{,}89^{2{,}3} \cong 0{,}765\ atm$
2,4	$= 0{,}89^{2{,}4} \cong 0{,}756\ atm$
2,5	$= 0{,}89^{2{,}5} \cong 0{,}747\ atm$

Possíveis respostas:

"A pressão atmosférica fica abaixo de $0{,}76\,atm$ a partir de um valor entre 2300 e $2400m$ de altitude"; "Acima de $2400m$ de altitude".

Outras respostas podem surgir de aproximações com duas casas decimais ou mais.

2ª ação: Introdução do problema

Nesta ação ocorre a proposição da tarefa para os alunos. Sugere-se dividi-los em grupos, de modo que possam compartilhar suas experiências e conhecimentos prévios. Propor a tarefa e solicitar que tentem resolvê-la com os conhecimentos que possuem, podendo fazer o uso de calculadora científica.

Hipotetização: Os alunos podem não compreender os conceitos relacionados à "densidade do ar", "pressão atmosférica" e "altitude", bem como desconhecer ou não se recordar do número de Euler (e).

O professor pode explicar esses conceitos, fornecendo exemplos e/ou sugerindo uma pesquisa rápida na internet ou em livros didáticos de Física. A noção densidade de uma substância é a relação entre sua massa e o volume que ocupa a uma dada temperatura e pressão. No caso do ar, pode variar com a temperatura, pressão e também com a altitude. A pressão atmosférica, pode ser entendida com a pressão (força exercida por unidade de área) que a massa dos gases que compõe a atmosfera terrestre exerce sobre uma determinada superfície. Já a altitude é a distância vertical entre um referencial qualquer em relação ao nível do mar.

Quanto ao número de Euler (e), sugere-se que, com o uso da calculadora, pode-se obter uma aproximação para e por meio da soma $e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \cdots$ ou retomar o conceito geométrico de que a área abaixo da função (faixa de hipérbole) $h(x) = \frac{1}{x}$, limitada entre $x = 1$ e $x = e$, é igual a 1.

3ª ação: Auxílio aos alunos durante a resolução

Nessa ação, o professor deve observar os alunos durante o processo de resolução da tarefa, de modo a incentivá-los e direcioná-los caso apresentem alguma dificuldade ou estratégia equivocada, que não conduzam à solução da tarefa.

Hipotetização: Durante a resolução das questões 1 e 2, os alunos podem não se atentar às adequações nas unidades de medida de altitude, ou apresentar dificuldades decorrentes do uso da calculadora científica. Com relação à questão 3, provavelmente os alunos terão alguma dificuldade com a resolução da equação $0{,}76 = 0{,}89^{h}$, uma vez que a solução para essa equação não é um número inteiro.

Em relação às questões 1 e 2, o professor pode questionar os alunos sobre as unidades de medida, se há necessidade de fazer alguma adequação. Isso fará com que fiquem alertas acerca dessa questão. Sugere-se também explicar como se usa a potenciação na calculadora científica, uma vez que muitos alunos não tem o hábito de utilizá-la até pelo próprio preconceito que muitos docentes têm para com o seu uso em sala de aula.

Em relação à questão 3, o professor poderá sugerir que, por tentativa e erro, atribuam valores para h, na busca de uma solução para a equação. Os valores obtidos podem ser organizados em uma tabela.

4ª ação: Discussão das estratégias dos alunos

Nessa ação, o professor deverá promover a discussão coletiva das soluções obtidas pelos alunos.

Sugere-se que os grupos exponham suas respostas na lousa e caso haja respostas divergentes, discutir as possíveis inconsistências das respostas obtidas, buscando-se fazer uma síntese do que aprenderam.

Realizada a discussão, sugere-se que se faça uma síntese na forma de um quadro conforme apresentado na seção "*resolução da questão 3*".

5ª ação: Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo

Tomando-se como ponto de partida o quadro supracitado, e as respostas fornecidas pelos alunos, o professor pode questionar os alunos sobre a exatidão da resposta obtida para a questão 3. Seria uma oportunidade para afirmar que existe uma função matemática chamada logaritmo, que permite obter uma solução mais precisa para essa equação.

Uma maneira de realizar a articulação da tarefa com o novo conteúdo é explicar aos alunos que as expressões obtidas podem ser expressas da seguinte maneira:

$$0{,}89^{2} \cong 0{,}79 \Leftrightarrow \log_{0{,}89} 0{,}79 \cong 2$$

$$0{,}89^{3} \cong 0{,}71 \Leftrightarrow \log_{0{,}89} 0{,}71 \cong 3$$

$$0{,}89^{4} \cong 0{,}63 \Leftrightarrow \log_{0{,}89} 0{,}63 \cong 4$$

$$a^{c} = b \Leftrightarrow \log_{a} b = c$$

Nesse momento, recomenda-se formalizar o conceito de logaritmo de um número e suas propriedades operatórias.

Definição: Dados dois números reais positivos a e b, com $a \neq 1$, chama-se logaritmo de b na base a o expoente c, tal que $a^c = b$, ou seja:

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$$

Propriedades operatórias:

i) Logaritmo do produto:

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c \text{, com } a > 0,\ b > 0, c > 0 \text{ e } a \neq 1$$

ii) Logaritmo do quociente:

$$\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c \text{, com } a > 0,\ b > 0, c > 0 \text{ e } a \neq 1$$

iii) Logaritmo da potência:

$$\log_a b^n = \mathrm{n} \cdot \log_a b \text{, com } a > 0,\ b > 0 \text{ e } a \neq 1$$

Recomenda-se ao professor, propor aos seus alunos outros exercícios e problemas para auxiliar na compreensão do conteúdo.

Feito isso, pode-se retornar à *questão 3* e propor que os alunos a resolvam utilizando o conteúdo que aprenderam.

Possível solução:

$$0{,}76 = 0{,}89^h$$

Aplicando logaritmo na base 10 a ambos os lados da equação, obtém-se:

$$\log 0{,}76 = \log 0{,}89^h$$

$$\log 0{,}76 = h \cdot \log 0{,}89$$

$$\frac{\log 0{,}76}{\log 0{,}89} = h$$

$$h \cong \frac{-0{,}119}{-0{,}051}$$

$$h \cong 2{,}333\ km \text{ ou } 2333m$$

Possível resposta: A pressão atmosférica fica abaixo de $0{,}76\ atm$ a partir de $2333m$ de altitude.

Considerações Finais

Neste trabalho, apresentou-se uma THA para a introdução ao ensino de logaritmos, elaborada por meio do esquema de trabalho pedagógico baseado na sequência de cinco ações do EAMvRP, proposto por Proença (2018). Na elaboração dessa THA, levou-se em consideração o processo hipotético de aprendizagem, que segundo Simon (1995), pode ser compreendido como uma previsão sobre o pensamento e a compreensão dos alunos ao se deparar com a atividade proposta. Levantar hipóteses sobre o processo de ensino e aprendizagem permite que o professor se antecipe a determinadas situações, porém, não impede que possam ocorrer imprevistos que exijam decisões as quais não foram planejadas.

Tradicionalmente, o ensino de logaritmos parte de situações que podem ser resolvidas por meio de equações exponenciais, as quais normalmente já são conhecidas pelos alunos no momento em que se propõe o estudo desse conteúdo. Do ponto de vista cognitivo, os logaritmos se apresentam como um obstáculo para o aluno, na medida em que surgem meramente como uma outra forma de representar a mesma expressão matemática, ou seja, uma equação exponencial. Defende-se que as situações introdutórias para o ensino de logaritmos apresentem algum obstáculo de modo que não tenham uma resposta imediata e precisa, utilizando-se apenas de seus conhecimentos prévios.

Simon e Tzur (2004) afirmam que um dos maiores desafios para a elaboração e planejamento das aulas, está na escolha ou elaboração de uma tarefa que possa conduzir ao conteúdo/conceito pretendido. Nesse sentido, Proença (2018) considera que tomar o problema como ponto de partida tem potencial de permitir a construção e sistematização do conceito matemático. Em vista disso, a THA proposta visa permitir a construção do conceito de logaritmos, partindo de uma situação matemática que tem potencial de desafiar e instigar o aluno pela busca de sua solução. Espera-se que este trabalho possa subsidiar professores e docentes em formação a elaborar e implementar com seus alunos novas THAs e que isso possa promover a melhoria do processo de aprendizagem.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Base nacional comum curricular. Brasília, DF, 2018. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: set. 2022.

OLIVEIRA, J. C. R. de; FERREIRA, P. E. A. Trajetória hipotética de aprendizagem como recurso para a formação de professores. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 29, n. 00, p. e021013, 2021. DOI: 10.20396/zet.v29i00.8661816. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8661816. Acesso em: 2 set. 2022.

PROENÇA, M. C. DE. **Resolução de Problemas:** encaminhamentos para o ensino de Matemática em sala de aula. Maringá: Eduem, 2018.

REICHARDT, K. **A água em sistemas agrícolas**. São Paulo: Manole, 1987.

ROSSETO, H. H. P. **O desenvolvimento de um framework de trajetórias de ensino e aprendizagem de matemática**. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2021.

SCHROEDER, T. L; LESTER JR., F. K. Developing understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, Paul R.; SHULTE, Albert P. (Ed.) New directions for elementary school Mathematics. Reston: NCTM, 1989, p. 31-42.

SIMON, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. Journal for Research in Mathematics Education, vol. 26, n. 2, pp. 114-145

SIMON, M. A., & TZUR, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: an elaboration of the hypothetical learning trajectory. **Mathematical Thinking and Learning**, 6 (2), 91-104.