



CISTERNA: UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA VISANDO O PENSAMENTO FUNCIONAL POR CORRESPONDÊNCIA

Gizele Antunes da Luz
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
gizeleantunes@outlook.com

Adriana Helena Borssoi
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
adrianaborssoi@utfpr.edu.br

Resumo: Este artigo tem por objetivo investigar a ocorrência do Pensamento Funcional por Correspondência, mobilizado por alunos, a partir do desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática. Nesta atividade os alunos foram convidados a estimar qual a capacidade necessária para uma Cisterna que permitisse armazenamento de água em tempos de racionamento, a partir de hipóteses simplificadoras, para suprir a necessidade de lavar as mãos e dar descarga durante uma semana de aula. Os dados que subsidiam nossa análise qualitativa e de cunho interpretativo se referem as transcrições de áudios e vídeos, registros escritos e arquivos digitais desenvolvidos por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. Por meio da atividade, foi possível evidenciar que os alunos mobilizaram o Pensamento Funcional por Correspondência ao mostrar compreensão de como as variáveis se relacionam, por exemplo, ao identificar que o consumo de água para lavar as mãos depende do tempo em que a torneira será mantida aberta.

Palavras-chave: Anos Finais do Ensino Fundamental. Pensamento Funcional. Modelagem Matemática.

INTRODUÇÃO

Há, sem dúvida, muitos exemplos motivadores de matemática ensinada e aprendida que visam formar cidadãos, o que é atual, necessário e às vezes até prazeroso, mas a regra geral é outra, pois praticamos continuamente as maneiras como aprendemos, seja como professores ou instituições, maneiras que nos fazem sentir mais seguros e à vontade (MEYER, 2020).

Com o objetivo de mudar nossa prática docente, ao mesmo tempo em que buscamos promover aos alunos maior autonomia e ação em sala de aula, assumimos a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). A Modelagem Matemática “[...] é vista por muitos como uma estratégia pedagógica motivadora, capaz de despertar o interesse do aluno pela Matemática, relacionando-a com fatos do seu cotidiano ou, de modo mais incisivo, com as necessidades cotidianas de suas comunidades” (MEYER; CALDEIRA; MAHEIROS, 2011, p. 85).

Neste trabalho apresentamos uma atividade de Modelagem Matemática, desenvolvida com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, que visa promover o desenvolvimento do Pensamento Funcional. Para Blanton et al. (2018, p. 6, tradução nossa¹) o Pensamento Funcional busca “[...] incluir relações generalizadas entre quantidades covariáveis e representar, justificar e raciocinar com essas generalizações por meio de linguagem natural, notação variável, desenhos, tabelas e gráficos”. Além disso, em Blanton e Kaput (2005, 2011) os autores evidenciam que o Pensamento Funcional pode ser classificado de três formas: Padronização Recursiva, Pensamento Covariacional e Relação por Correspondência.

Conforme destacam Morales, Brizuela e Gomez (2018, p. 60, tradução nossa²) “[...] os benefícios atribuídos ao Pensamento Funcional levaram diversos países a incluir elementos desse tipo de pensamento em seus documentos curriculares para o Ensino Fundamental”. No Brasil, por exemplo, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) visa estabelecer conhecimentos, competências e habilidades que todos os estudantes devem desenvolver ao longo de sua escolaridade básica, entre as habilidades no 9º ano do Ensino Fundamental estão as relações funcionais (BRASIL, 2018).

A atividade de Modelagem Matemática apresentada neste trabalho é decorrente de uma primeira atividade: “Medindo a quantidade de chuva – pluviômetro”. A escolha desta temática iniciou-se a partir da ocorrência de goteiras em sala de aula. Nesta atividade, os alunos realizaram uma coleta de dados durante o mês de maio de 2022, utilizando um pluviômetro caseiro construído por eles, e a partir dos dados coletados os alunos elaboraram modelos gráficos e analisaram a relação entre as variáveis tempo e quantidade de chuva, o que permitiu explorar a noção intuitiva de função e iniciar os estudos sobre funções (LUZ;

¹ [...] to include generalizing relationships between co-varying quantities and representing, justifying, and reasoning with these generalizations through natural language, variable notation, drawings, tables, and graphs.

² Las bondades atribuidas al pensamiento funcional han hecho que diferentes países incluyan elementos de este tipo de pensamiento en sus documentos curriculares para Educación Primaria.

BORSSOI, 2022, no prelo). De acordo com as autoras, no desenvolvimento desta primeira atividade foi possível evidenciar a Padronização Recursiva e o Pensamento Covariacional.

Diante disso, apresentamos neste artigo uma atividade parte dos resultados da pesquisa de mestrado, em desenvolvimento, da primeira autora, sob orientação da segunda, focando na questão: *como uma atividade de Modelagem Matemática pode auxiliar na mobilização, por parte do aluno, do Pensamento Funcional por Correspondência?*

Nosso trabalho se subdivide em cinco seções: na primeira apresentamos ideias sobre a Modelagem Matemática na sala de aula, na segunda seção trazemos algumas considerações sobre o Pensamento Funcional, na terceira os aspectos metodológicos, na quarta a análise da atividade de Modelagem Matemática desenvolvida e por fim, algumas considerações acerca da pesquisa.

MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA

Aguiar e Malheiros (2020, p. 97) destacam que existem diferentes concepções de Modelagem³ na literatura nacional sobre Modelagem Matemática, por exemplo, aquelas “[...] nas quais os alunos são os protagonistas desde a escolha do tema a ser trabalhado, que é feita por eles, e o professor atua como orientador do processo, atuando como orientador no desenvolvimento do trabalho”. Como “[...] outras nas quais o professor escolhe o tema e apresenta encaminhamentos” (p. 98), ou “[...] a Modelagem também pode ser vista como o esforço de descrever matematicamente um fenômeno que é escolhido pelos estudantes com o auxílio do professor” (p. 98).

A Modelagem da sala de aula, de acordo com Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p. 33), “[...] se enquadra em uma concepção de educar matematicamente”. Meyer (2020, p. 146) defende que a Modelagem Matemática, em primeiro lugar, “[...] serve para aprendermos da vida – e não nos referimos apenas à vida humana, evidentemente”, o autor também sugere uma definição prática da Modelagem Matemática, definidas em sete passos ou etapas: conhecer o problema, escolher hipóteses simplificadoras, expressão do problema na linguagem matemática, resolução do problema matemático, solução do problema (modelo), repetir a avaliação crítica (segundo passo) e o processo decisório com relação ao problema original.

³ Se refere a Modelagem realizada no contexto da Educação Matemática, a sala de aula.
Comunicações Científicas

Para Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 12) a Modelagem Matemática é vista como uma alternativa pedagógica, ainda mais, os autores definem que a atividade de Modelagem Matemática, “[...] pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática)” seguida de “[...] uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial)” amparados em “[...] um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final”.

Borssoi (2013, p. 50) diz que o desenvolvimento de atividades de Modelagem em sala de aula, estaria “[...] associada tanto à possibilidade de tratar de conteúdos curriculares quanto à necessidade de desenvolver nos alunos a aprendizagem de resolução de problemas de sua vida fora da escola [...]”. Ainda que tenhamos várias pesquisas que apresentam a Modelagem Matemática na sala de aula como uma excelente alternativa, percebemos na “Entrevista: Um Caminho para a Prática de Sala de Aula e para a Pesquisa sob o olhar da professora Lourdes Maria Werle de Almeida” (SILVA; MALHEIROS, 2021, p. 25-26), que ainda temos muito a caminhar:

temos que desenvolver uma “cultura” de introduzir a Modelagem Matemática simplesmente porque desejamos ensinar, intermediar a aprendizagem, formar alunos críticos, criativos e já temos, na literatura, várias indicações de que a Modelagem tem potencial para isso. Ou seja, estimular a introdução de atividades de Modelagem Matemática desvinculada da pesquisa é uma lacuna presente, inclusive no Paraná [...].

Nesta perspectiva, de inserir a Modelagem nas aulas de matemática, apresentamos neste trabalho, uma atividade de Modelagem Matemática que visa contribuir com o desenvolvimento do Pensamento Funcional por Correspondência de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do Paraná. Sendo assim, na seção seguinte apresentamos algumas referências para compreender o que é o Pensamento Funcional.

PENSAMENTO FUNCIONAL

A BNCC não traz em seu texto a expressão “Pensamento Funcional”, entretanto, dentre as finalidades da unidade temática Álgebra está o desenvolvimento do Pensamento Algébrico (BRASIL, 2018). É importante ressaltar que uma das principais vertentes do Pensamento Algébrico é o Pensamento Funcional, além disso, o início deste tipo de pensamento se dá com a generalização de padrões, a capacidade de estabelecer conexões entre padrões geométricos e numéricos para descrever relações funcionais (CANAVARRO, 2007).

Mas o que é o Pensamento Funcional? Blanton et al. (2015, p. 43, tradução nossa⁴) definem que o Pensamento Funcional envolve “[...] a generalização de relações entre quantidades covariáveis, representação e raciocínio com essas relações por meio de linguagem natural, notação algébrica (simbólica), tabelas e gráficos”.

Para Blanton (2008), o Pensamento Funcional, envolve a generalização através da ideia de função, que pode ser encarada, por exemplo, como a descrição da variação das instâncias numa parte do domínio. Morales, Brizuela e Gomez (2018, p. 60, tradução nossa⁵) apontam que “[...] a função é o foco do Pensamento Funcional”.

Sendo assim, e com base na BNCC, que orienta que é no 9º ano que o aluno deve começar a compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica, além disso, utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis, buscamos nesta pesquisa oportunizar uma atividade de Modelagem Matemática contribua com o desenvolvimento do Pensamento Funcional do aluno.

Banton e Kaput (2005, 2011) classificam o Pensamento Funcional de três formas: Padronização Recursiva que é a relação que descreve uma variação entre as quantidades, o Pensamento Covariacional que descreve como duas quantidades variam entre si, e é uma referência para construção de uma regra de correspondência e, por fim, a Relação por Correspondência, que é o foco deste trabalho, em que descreve uma correlação entre pares correspondentes de variáveis independentes e dependentes, geralmente representadas como uma regra de função.

Deste modo, na seção seguinte, apresentaremos alguns episódios que nos permitem analisar a questão de pesquisa: *como uma atividade de Modelagem Matemática pode auxiliar na mobilização, por parte do aluno, do Pensamento Funcional por Correspondência?*

ASPECTOS METODOLÓGICOS

De acordo com Borba, Almeida e Gracias (2018, p. 39) “[...] a metodologia de pesquisa está relacionada ao conjunto de métodos ou caminhos que são percorridos no processo de pesquisa e sua sistematização”. Neste sentido, a fim de responder à questão de pesquisa, para o desenvolvimento deste trabalho utilizamos a análise qualitativa interpretativa.

⁴ Functional thinking involves generalizing relationships between covarying quantities and representing and reasoning with those relationships through natural language, algebraic (symbolic) notation, tables, and graphs.

⁵ La función es el foco de contenido matemático del pensamiento funcional.

A pesquisa qualitativa, como trazem Borba, Almeida e Gracias (2018, p. 41), pode assumir diferentes caminhos, mas “[...] os métodos qualitativos, em geral, enfatizam as particularidades do fenômeno em termos de seu significado para o grupo pesquisado”.

Entendemos que a pesquisa qualitativa é uma abordagem que pressupõe que o significado dado ao fenômeno é mais importante que sua quantificação, ou seja, a preocupação do pesquisador não está nos resultados estatísticos, mas sim nos significados produzidos pelos envolvidos na pesquisa.

A atividade que descreveremos na próxima seção foi realizada em uma turma do 9º ano dos Anos Finais do Ensino Fundamental, composta por 29 alunos, em uma escola pública localizada no município de Dois Vizinhos, no Paraná, onde a primeira autora é professora regente da mesma.

O contexto desta atividade está abarcado em uma primeira atividade “Medindo a quantidade de chuva - pluviômetro” que, embora não tenha permitido uma generalização da situação devido à natureza específica do fenômeno observado, foi possível perceber que a partir de sua realização os alunos puderam mobilizar o Pensamento Funcional Recursivo e Covariacional, quando optaram por responder ao problema a partir de representações gráficas dos dados, discutidas e organizadas em grupos (LUZ; BORSSOI, 2022, no prelo).

A motivação desta segunda atividade se deu a partir de uma situação recorrente no município de Dois Vizinhos no início deste ano, 2022, em que o racionamento de água foi necessário devido à escassez de chuva, e esta falta de água afetou também a escola. Para o desenvolvimento, os alunos foram organizados nos mesmos grupos da primeira atividade.

No Quadro 1 apresentamos a atividade que foi proposta aos alunos, lembramos que nesta atividade buscamos oportunizar aos alunos uma atividade com potencial para generalizar e relacionar padrões matemáticos, já que nosso objetivo é investigar a ocorrência do Pensamento Funcional por Correspondência.

Atividade 2: Cisterna

Escrevam o que vocês sabem sobre cisterna? _____

Neste início de ano, em nosso município, fomos afetados pelo racionamento da água, devido à escassez de chuvas, em 22 de fevereiro de 2022, a Sanepar divulgou a seguinte nota:

“O fechamento será mantido diariamente das 11h às 17h30, com previsão de normalização para as 20h. A Sanepar informa que a partir desta terça-feira (22) o rodízio no abastecimento de água em Dois Vizinhos passa a ser feito diariamente. A programação para fechamento e abertura dos registros permanece inalterada: das 11h às 17h30. O rodízio é necessário devido à gravidade da estiagem. Os mananciais de abastecimento, entre eles o Rio Girau Alto, perderam mais de 60% da vazão disponível para captação e tratamento. Todas as medidas operacionais possíveis já foram adotadas pela Sanepar como a ampliação de 15% na produção de água e mais outros 15% devem ser ampliados até o fim de

março. Porém, sem chuvas, não há água disponível para captação. A tabela do rodízio foi alterada para todos os dias da semana com previsão de normalização para as 20h. Cada vez mais é imprescindível a colaboração de todos. A água deve ser utilizada prioritariamente para alimentação e higiene pessoal”.

Fonte: <https://site.sanepar.com.br/noticias/rodizio-no-abastecimento-em-dois-vizinhos-passa-ser-diario>. Acesso em: 22 abr. 2022.

Este problema afetou também a escola, em algumas tardes ficamos sem água, e como é difícil ir ao banheiro e não poder dar descarga no sanitário e lavar as mãos, não é mesmo? Supondo que pudéssemos coletar a água da chuva para utilizar com as necessidades básicas como dar descarga e lavar as mãos, se considerarmos a instalação de uma cisterna: qual deve ser sua capacidade para suprir as necessidades do período da tarde por uma semana?

Quadro 1 – Atividade proposta aos alunos

Fonte: as autoras

A Tabela 1, traz a composição dos grupos. Ao longo do texto os alunos serão referenciados com um código que os associem ao grupo, como A5G1, por exemplo.

Tabela 1 – Organização dos grupos⁶

Grupos	G1	G2	G3	G4	G5
Alunos	A1, A2, A3, A4, A5, A6	A7, A8, A9, A10, A11, 12	A13, A14, A15, A16, A17, A18	A19, A20, A21, A22, A23, A24	A25, A26, A27, A28, A29

Fonte: as autoras

O desenvolvimento desta atividade ocorreu em quatro aulas de 50 minutos, sendo três aulas para o desenvolvimento da atividade e uma aula para apresentação dos resultados para a turma e a professora. Os dados que subsidiam nossa análise decorrem das gravações em áudio e vídeo da discussão dos grupos, que foram transcritos na íntegra, os registros do desenvolvimento da atividade e os arquivos digitais que os grupos organizaram para apresentação dos resultados.

Na próxima seção trazemos alguns episódios que evidenciam os sete passos da Modelagem Matemática apresentados por Meyer (2020), além disso, episódios que dão indícios do Pensamento Funcional por Correspondência apresentados por Blanton e Kaput (2005, 2011).

ANÁLISE DA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

O primeiro passo na Modelagem Matemática é conhecer o problema, familiarizando-se com seus aspectos mais importantes, é o ouvir, o perguntar, dialogar com o interlocutor⁷, nas palavras de Meyer (2020, p. 144) este primeiro passo refere-se a “‘prestar atenção’ do

⁶ Todos os alunos tem consentimento para participar da pesquisa, formalizada pelo projeto CEP 5.418.209 e aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa CEP-UTFPR *campus* Medianeira.

⁷ Pode ser um grupo de pessoas ou um conjunto de documentos.

início ao fim, fugindo o matemático de pular imediatamente ao uso de técnicas que lhe são familiares, por simplicidade”.

Podemos perceber que a primeira questão oportunizou que os integrantes dos grupos dialogassem e chegassem a um consenso sobre o que é uma cisterna, trazemos no Quadro 2 o que cada grupo considerou ser uma cisterna, para dar continuidade a atividade.

Grupo	O que é uma Cisterna?
1	A5G1: “Cisterna é tipo uma caixa d’água, só que fica debaixo da terra. Na verdade, ela é uma caixa d’água, só que tudo encanada, só tem uma tampa encima”.
2	A11G2: “É tipo uma caixa d’água que a gente coloca assim para quando chover”
3	A15G3: “Então, coloca que é um reservatório de água pluvial”.
4	A24G4: “É basicamente uma caixa de água”

Quadro 2 – O que os grupos consideraram ser uma Cisterna

Fonte: as autoras

No primeiro momento o grupo 5 não discute sobre essa questão, no entanto, no momento da apresentação se referem a cisterna como um reservatório de águas pluviais que também pode ser abastecido com o degelo de neve.

Quanto a instalação de uma cisterna, ao serem questionados “*qual deve ser sua capacidade para suprir as necessidades do período da tarde por uma semana?*”, percebemos no diálogo do grupo 1 que os alunos buscam compreender o objetivo da atividade proposta, por exemplo, A3G1 questiona: “*Tá! Então a gente vai ter que pesquisar tipo o tanto de água que a gente usa para dar descarga, mas de que forma? E para a escola toda?*”, os alunos se mostram um pouco confusos, então a professora faz uma intervenção, como podemos observar do diálogo:

A5: O prof^a, e ali embaixo tem que calcular em litros a proporção? (Aluno se refere à capacidade da cisterna)

Professora: Litros é uma unidade de medida bacana, né.

A5: Mas daí a gente vai ter que pegar uma cisterna do Google e daí nós calcula?

Professora: Mas qualquer cisterna vai funcionar para nosso problema?

A4: Tem que ser uma cisterna grande.

Professora: Então, primeiro passo seria vocês buscarem encontrar qual o consumo de água para suprir essa necessidade dos cinco dias na escola.

A5: Mas tem que ser da escola? Se não eu mando mensagem para o pai e ele me manda uma foto da conta de água.

Professora: Não! É da escola.

A5: Daí tinha que falar com o diretor.

Professora: Será que precisa? O problema está falando de quais necessidades?

A5: Lavar a mão e dar descarga no banheiro.

Professora: Isso, lavar a mão e dar descarga no banheiro. Vocês sabem a quantidade de água que vai...

A5: Uma caixa (se refere a caixa de descarga) acho que vai uns 10 litros.

Professora: Então, vocês não conseguem estimar qual o volume da caixa de descarga ali?

A5: 10 litros, digamos?

Professora: Por que vocês estão chutando valor? Vocês não podem ir lá e utilizar a régua, tirar as medidas e fazer um cálculo?

A4: Medir?

A5: Prof. Então nós vamos pegar o valor de uma caixa de água (aluno se refere a caixa da descarga) e daí para lavar a mão? Temos que chutar um valor?

A4: Vai 1 litro.

Professora: Quanto será? Vai 1 litro para lavar a mão?

A5: Não! É demais.

Professora: E aí? Se vocês abrirem a torneira por 1 segundo quanto de água se despeja, será?

A4: Vai uns 600 ml.

A5: Vamos lá ver. (alunos pegam o copo de medida para verificar o quanto de água sai por segundo)

[...]

Para Meyer (2020, p. 144) o segundo passo para a Modelagem Matemática “é o de escolher hipóteses simplificadoras do problema original, para se poder trabalhar apenas com os aspectos mais importantes”. Percebemos que, com o auxílio da professora, os alunos começam a coletar os dados para delinear as hipóteses e encontrar um modelo para a atividade proposta, orientações como a destacada ocorreram nos demais grupos também. Na figura 1, a seguir, podemos observar como o aluno, com auxílio da régua, coletou as dimensões da caixa de descarga, enquanto na figura 2, com os dados já coletados, os alunos organizam os dados.



Figura 1 – Aluno coletando dados
Fonte: as autoras



Figura 2 – Alunos organizando os dados
Fonte: as autoras

Quando a professora retorna ao grupo 1, ao questionar o grupo quais dados foram coletados, A5G1 responde: “1 segundo 100 ml, só que não deu bem certinho”, a professora questiona: “E que tanto da torneira vocês abriram para essa coleta?” e o aluno responde que consideraram a torneira toda aberta, podemos considerar que essas ações fazem parte da escolha de uma hipótese simplificadora em relação a quantidade de água por segundo. Ressaltamos que cada grupo realizou sua coleta de dados, assim como, definiu as hipóteses de quantas vezes a descarga seria utilizada por cada aluno e também por quantos segundos a torneira seria mantida aberta para lavar as mãos e quantas vezes ao dia.

Na figura 3 apresentamos os dados coletados pelos grupos e as hipóteses simplificadoras escolhidas. Entendemos que as informações se referem ao terceiro e quarto passos caracterizados por Meyer (2020, p. 144). Para o autor “o terceiro passo vem a expressão do problema numa das linguagens do universo matemático e, nesta hora, o contexto também influi no instrumental matemático escolhido” e o quarto passo que “da resolução do problema matemático”. Para Meyer o quarto passo é importante pois ao se tratar de uma

coleta de dados em campo, onde essas medidas não são regulares, permite-se ao aluno aprender a “conviver com nossas limitações, nossos erros e com uma Matemática que nem é perfeita, nem exata e muito menos verdadeira” (p. 144).

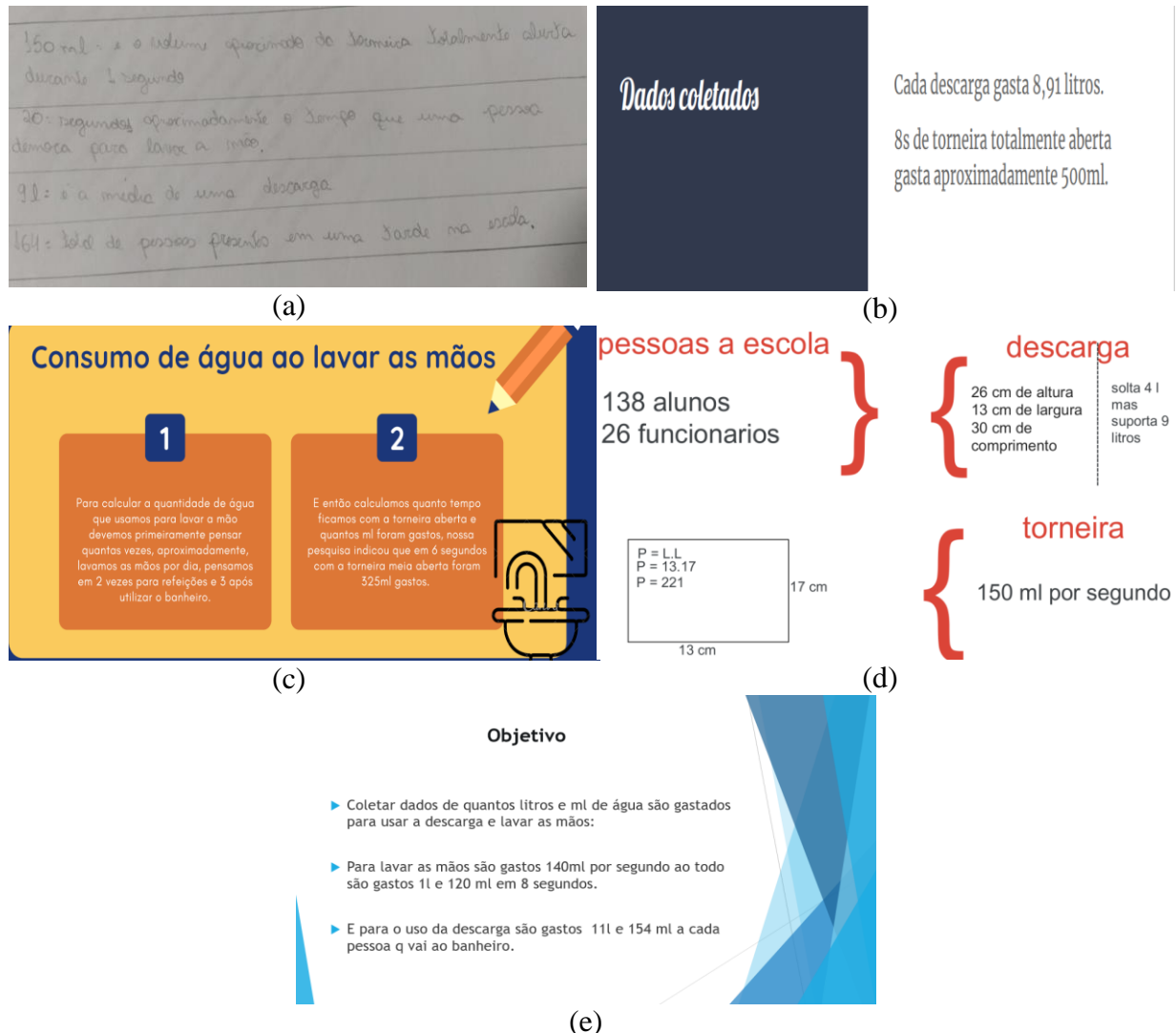


Figura 3 – Registros do Grupo 1 (a), Grupo 2 (b), Grupo 3 (c) Grupo 4 (d) e Grupo 5 (e)

Fonte: as autoras

Depois de definidas as hipóteses, os grupos se dedicaram a encontrar qual o consumo de água semanal para definir qual a capacidade ideal da cisterna. Na figura 3 é possível identificar registros de que expressam o Pensamento Funcional por Correspondência. Para Blanton (2008), o Pensamento Funcional é um hábito mental que os alunos adquirem, deste modo, entendemos ser importante oportunizar na sala de aula espaços em que os alunos são instigados a dialogar, discutir, explorar conjecturas matemáticas, construir argumentos para estabelecer ou refutar essas conjecturas (generalizações).

Tendo em vista que a atividade de Modelagem Matemática proposta aos alunos tem como foco oportunizar o desenvolvimento do Pensamento Funcional por Correspondência, e

isto é algo intrínseco do sujeito, destacamos alguns episódios em que é possível identificar a ocorrência de tal pensamento, por parte de alguns alunos, enquanto ocorriam os diálogos em grupos, conforme apresentamos no Quadro 3.

Aluno	Ocorrência do Pensamento Funcional por Correspondência - Blanton e Kaput (2005, 2011)	Justificativa
A5G1	“[...] 1 segundo é 150 ml de água com a torneira totalmente aberta”. “Tem que pegar o 150 ml vezes o 20 segundos que dá 3000 ml que é 3 litros. [...]”.	O aluno reconhece a correspondência entre as quantidades envolvidas, tempo (em segundos) e a quantidade de água (em ml), a qual é convertida em litros.
A5G1	“[...] Vamos pensar que todas as pessoas puxam a descarga. Faz 27 que é 3 vezes 9, faz 27 vezes...é quantas pessoas?”	O aluno reconhece a correspondência entre as quantidades envolvidas, descargas (quantidade de vezes) e a capacidade de água da descarga (em litros).
A5G1	“Você vai fazer 150 ml vezes 20, depois 3 vezes 9 litros que é a quantidade de vezes que cada pessoa vai dar descarga, agora 27 litros vezes 164, igual a 4428 (litros), tá. Agora 3 litros vezes 164”.	O aluno reconhece a correspondência entre as quantidades envolvidas, no primeiro caso o total de consumo com a descarga (litros) e a quantidade de pessoas. No segundo caso a quantidade de água para lavar as mãos (litros) e a quantidade de pessoas.
A8G2	“Já que uma descarga gasta 8,91 litros a gente vai fazer vezes o 140, considerando que os 140 alunos vão dar a descarga uma vez pelo menos”.	O aluno reconhece a correspondência entre as quantidades envolvidas, a capacidade de água da descarga (em litros) e a quantidade de pessoas.
A8G2	“Multiplicar! Já que a descarga é 8,91 litros, então vai ter que ser 8,91 vezes 164”.	O aluno reconhece a correspondência entre as quantidades envolvidas, a capacidade de água da descarga (em litros) e a quantidade de pessoas (Percebe-se que o aluno faz uma correção em relação a quantidade de pessoas).
A8G2	“Tá! 8 segundos gasta 500 ml. [...]” “A conta da torneira é quase a mesma coisa é 164 vezes 500 ml, como tá em ml a gente tem que dividir por 1000 para ficar em litro, daí a gente faz vezes 5 que é em uma semana e tem 5 dias”.	O aluno reconhece a correspondência entre as quantidades envolvidas, quantidade de pessoas e a quantidade de água (em ml). Além disso, ml para litros e o consumo diário para o semanal.
A18G3	“Mas então aqui saíram 325 (Se refere a ml de água) em 6 (Se refere a segundos)”.	O aluno reconhece a correspondência entre as quantidades envolvidas, tempo (em segundos) e a quantidade de água (em ml).
A15G3	“A15: Escreve aí que 1000 centímetros cúbicos equivalem a 1 litro”.	O aluno reconhece a correspondência entre as quantidades envolvidas, centímetros cúbicos e a quantidade em litros.
A15G3	“Então vamos fazer assim: 325 (Se refere a ml de água) vezes o tanto de vezes que a gente lava a mão”.	O aluno reconhece a correspondência entre as quantidades envolvidas, tempo (em segundos) e a quantidade de água (em ml). Além disso,

		consegue expressar uma generalização para a situação.
A15G3	“A gente fez uma estimativa de quantas vezes a gente vai no banheiro mais ou menos aqui na escola, que são 3 vezes, ou seja, se a gente vai no banheiro 3 vezes a gente puxa a descarga 3 vezes, certo?”	O aluno reconhece a correspondência entre as quantidades envolvidas, descargas (quantidade de vezes) e a capacidade de água da descarga (em litros).
A24G4	“[...] esse aqui é da torneira, são 150 (Se refere aos ml) por segundo”.	O aluno reconhece a correspondência entre as quantidades envolvidas, tempo (em segundos) e a quantidade de água (em ml).
A20G4	“Gasta 3 litros de água por descarga. Vai gastar 21 litros por semana, se der uma descarga”.	O aluno reconhece a correspondência entre as quantidades envolvidas, descargas (quantidade de vezes) e a capacidade de água da descarga (em litros). Além disso, o consumo diário para o semanal.
A20G4	“A20: Vamos fazer 150 vezes 20 segundos”.	O aluno reconhece a correspondência entre as quantidades envolvidas, tempo (em segundos) e a quantidade de água (em ml).

Quadro 3 – Pensamento Funcional por Correspondência expressado pelos alunos

Fonte: as autoras

Blanton e Kaput (2011, p. 8, tradução nossa⁸) argumentam que a “[...] relação de correspondência baseia-se na identificação de uma correlação entre as variáveis”, podemos perceber no Quadro 3 vários episódios em que os alunos fazem a correlação entre as variáveis envolvidas, além disso, quando o aluno A15G3 expressa “*então vamos fazer assim: 325 vezes o tanto de vezes que a gente lava a mão*”, podemos identificar que o aluno consegue generalizar a situação expressando-a em sua linguagem natural.

O quinto passo na Modelagem Matemática para Meyer (2020) são os resultados válidos, ao menos temporariamente. Nesta atividade fomos até esta etapa, onde cada grupo apresentou seus resultados, ou seja, qual a capacidade ideal da cisterna. No Quadro 4, trazemos os resultados apresentados, exceto do grupo 4 que não expressou o resultado.

Grupos	1	2	3	4	5
Capacidade da Cisterna (litros)	24600	7800	5255, 380	-	31454

Quadro 4 – Resultados dos grupos a questão da atividade

Fonte: as autoras

Para Meyer (2020) o sexto passo consiste em uma “[...] avaliação crítica, sempre que necessário, nos levar de volta ao segundo passo, tantas vezes quanto necessário e, assim, rever os critérios que nos levaram a aceitar aquelas hipóteses simplificadoras [...]” (p. 145), o passo

⁸ a correspondence relationship is based on identifying a correlation between variables.

sete “[...] é aquele que consiste no processo decisório com relação ao problema original” (p. 145). Considerando as limitações de espaço, esses passos não serão discutidos neste texto.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sendo o objetivo desta atividade investigar a ocorrência do Pensamento Funcional por Correspondência a partir de uma atividade de Modelagem Matemática, podemos concluir que foi possível evidenciar que os alunos mobilizaram tal pensamento ao longo do desenvolvimento da atividade. A atividade serviu para os alunos relacionar as variáveis envolvidas, por exemplo, perceber que a quantidade de água para lavar as mãos depende do tempo em que a torneira será mantida aberta, como também a quantidade de água utilizada para descarga depende de quantas vezes ela será utilizada por cada aluno.

Vale destacar que, da mesma forma que durante o desenvolvimento da atividade a professora orientou os grupos diante dos percalços para auxiliá-los na busca por um resultado, esta tem papel fundamental na sistematização dos conceitos a fim de levá-los a formalizar algebricamente a relação entre as variáveis, de modo a expressar a generalização.

Além das relações funcionais, a atividade desenvolvida permitiu que os alunos refletissem acerca do consumo de água, pois a partir dos resultados encontrados mesmo que considerado somente duas necessidades básicas (lavar as mãos e dar descarga) foi possível estimar um valor considerável de consumo de água, de acordo com as hipóteses simplificadoras, como se mostram no Quadro 4.

Meyer (2020, p.147) diz que a “[...] Matemática da escola tem que ser uma ‘ferramenta’ útil para se poder ver o mundo – a sociedade e a natureza – de modo a poder compreendê-lo e, até, para poder modificar nossas realidades para algo melhor”, consideramos que a atividade desenvolvida potencializa essa matemática.

REFERÊNCIAS

AGUIAR, M. K. S. de; MALHEIROS, A. P. dos S. Modelagem Matemática e a Sala de Aula: um olhar para um material didático. **TANGRAM - Revista de Educação Matemática**, [S. l.], v. 3, n. 4, p. 93–113, 2020. Disponível em: <https://ojs.ufgd.edu.br/index.php/tangram/article/view/12515>. Acesso em: 21 ago. 2022.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Editora Contexto, 2012.

BORSSOI, A. H. **Aprendizagem Significativa e Tecnologias em diferentes contextos educacionais**. 2013. 255f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Londrina, 2013.

BLANTON, M. L. **Algebra and the Elementary Classroom** – Transforming Thinking, Transforming Practice. Portsmouth, NH: Heinemann, 2008.

BLANTON, M.; KAPUT, J. **Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning**. *Journal for Research in Mathematics Education*, Boston, v. 36, n. 5, p. 412-446, 2005.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Functional Thinking as a Route Into Algebra in the Elementary Grades. *ZDM—International Reviews on Mathematical Education*, 2011, 37(1), 34–42.

Blanton, M. *et al.* Implementing a Framework for Early Algebra. *In: Kieran, C. (Orgs). Teaching and Learning Algebraic Thinking with 5- to 12-Year-Olds: The global evolution of an emerging field of research and practice*. Springer, 2010. p. 27-49. Disponível em: https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_2. Acesso em: 26 ago.2022.

BORBA, M. de C.; ALMEIDA, H.R.F.L. de. GRACIAS, T.A. de S. **Pesquisa em ensino e sala de aula: diferentes vozes em uma investigação**. 1.ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, Vol. XVI, n. 2, 2007.

LUZ, G. A.; BORSSOI, A. H. Modelagem Matemática associada ao Pensamento Funcional: uma atividade a partir de dados de um Pluviômetro Caseiro. *In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 9. 2022, União da Vitória. **Anais do IX Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática**. União da Vitória: SBEM/PR, 2022 (no prelo).

MEYER, J. F. Modelagem Matemática: O desafio de se ‘fazer’ a Matemática da necessidade.... **Com a Palavra, o Professor**, v. 5, n. 11, p. 140-149, 29 abr. 2020. Disponível em: <http://revista.geem.mat.br/index.php/PPP/article/view/559>. Acesso em: 26 ago. 2022.

MEYER, J. F.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. dos S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

Morales, R.; Cañadas, M. C.; Brizuela, B. M.; Gómez, P. Relaciones funcionales y estrategias de alumnos de primero de Educación Primaria en un contexto funcional. **Enseñanza de las Ciencias**, v. 36, n. 3, p. 59-78, 05 nov. 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2472>. Acesso em: 26 ago. 2022.

SILVA, K. A. P. da; MALHEIROS, A. P dos S. Entrevista: um caminho para a prática de sala de aula e para a pesquisa sob o olhar da professora Lourdes Maria Werle de Almeida. **Revista paranaense de educação matemática**, [S. l.], v. 10, n. 23, p. 13–29, 2021. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6697>. Acesso em: 27 ago. 2022.