



A EXPERIÊNCIA DA ELABORAÇÃO DE UMA THA NA PERSPECTIVA DO ENSINO EXPLORATÓRIO PARA O CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Flavio Lima de Souza
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
professorflaviolima@hotmail.com

Pamela Emanuelli Alves Ferreira
Universidade Estadual de Londrina - UEL
pamelael@gmail.com

Resumo: Neste trabalho pretende-se apresentar um relato de experiência realizado em uma disciplina do curso de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina. Nesta disciplina foi proposta a elaboração de uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA), em que os alunos deveriam elaborar e propor de tarefas de Matemática que oportunizassem a matematização. A THA proposta foi elaborada para estudantes de cursos superiores de Engenharia que cursam a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I e utilizou como estratégia metodológica o ensino exploratório. No trabalho são apresentados o enunciado de uma tarefa que compõe a trajetória, as análises e discussões geradas a partir da experiência realizada, além das relações observadas entre o ensino exploratório e a THA.

Palavras-chave: Educação Matemática. THA. Ensino Exploratório. Tarefas significativas.

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem por objetivo apresentar o relato de experiência da elaboração de uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA) na perspectiva do ensino exploratório para o Cálculo Diferencial e Integral I desenvolvida na disciplina “Trajetórias de Ensino e de Aprendizagem em Matemática” do curso de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PECEM) da Universidade Estadual de Londrina (UEL) no ano de 2022.

O primeiro autor deste trabalho cursou a disciplina como aluno especial do PECEM. Durante a disciplina foram estudadas alternativas pedagógicas para o ensino de matemática;

foi feita a análise, discussão, elaboração e proposição de tarefas de matemática para a elaboração de uma THA e discutiu-se sobre as relações entre as tarefas de sala de aula e a epistemologia da Matemática e da Educação Matemática. Ao término da disciplina, cada aluno deveria elaborar uma THA, composta de tarefas de Matemática que oportunizassem a matematização e utilizando uma metodologia de ensino.

A ideia da elaboração da THA parte da necessidade de utilização de diferentes metodologias de ensino nas disciplinas básicas da área de Matemática dos cursos Superiores de Exatas e da experiência profissional do primeiro autor deste trabalho como professor de Matemática do Ensino Superior. A THA que será aqui relatada, apresenta uma proposta de ensino para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I (Cálculo I) dos cursos de graduação pertencentes às Ciências Exatas, especialmente nos cursos de Engenharia. Ela representa uma alternativa para o ensino de cálculo de áreas de regiões curvilíneas, conteúdo este abordado nas disciplinas de Cálculo I e fornece também, aporte para a preparação de aulas na perspectiva do ensino exploratório.

ENSINO EXPLORATÓRIO

O ensino exploratório é uma estratégia metodológica de ensino que desafia os alunos a pensarem como fazer matemática (ação de matematizar), pois procura promover a aprendizagem dos alunos por meio da realização de tarefas matemáticas significativas. Segundo Cyrino (2016), um dos pontos destacados do ensino exploratório é a escolha de tarefas que envolvam os alunos em atividade matemática significativa. As tarefas matemáticas propostas assumem particular relevância, dado que é a partir delas que a atividade matemática do aluno se desenvolve. Além disso:

[...] as tarefas podem ser problemas, investigações ou explorações, mas apresentam diversos traços comuns: são desafiadoras e partem de uma situação concreta; permitem que os alunos se apoiem na sua experiência para realizá-las e, portanto, supõem o uso de estratégias variadas, com diferentes níveis de sofisticação matemática; estão ancoradas no currículo e visam à compreensão aprofundada de conceitos matemáticos que têm forte ligação com o conhecimento que os alunos vêm a construir nas aulas (CYRINO, 2016, p. 23 e 24).

De acordo com Canavarro, Oliveira e Menezes (2012), uma aula exploratória típica (ou conjunto de aulas) é geralmente estruturada em quatro fases: 1) Introdução da tarefa; 2)

Desenvolvimento da tarefa; 3) Discussão da tarefa, e 4) Sistematização das aprendizagens matemáticas.

Com o objetivo de viabilizar a preparação do professor para a fase 3, Canavarro (2011) destaca cinco práticas (ações) que visam manter/promover as discussões produtivas em sala de aula, são elas: 1) *antecipar*; 2) *monitorar*; 3) *selecionar*; 4) *sequenciar*, e 5) *estabelecer conexões* entre as respostas dos alunos.

“A ação *antecipar*, que ocorre antes da aula, inicia-se com a escolha/elaboração/adaptação da tarefa considerando os objetivos de ensino” (CYRINO, 2016, p. 149). Segundo Canavarro (2011), ao *antecipar*, o professor dedica-se a:

- Prever a interpretação e o envolvimento dos alunos na tarefa;
- Elencar uma diversidade de estratégias, corretas e incorretas, que os alunos poderão usar;
- Relacionar essas estratégias com os conceitos, representações, ou procedimentos que quer que os alunos aprendam e/ou com as capacidades que quer que eles desenvolvam.

Ao *antecipar*, o professor fica mais apto a explorar todo o potencial da tarefa para as aprendizagens matemáticas dos alunos e a tomar decisões acerca de como estruturar as apresentações e gerir as discussões com base em critérios relacionados com a aprendizagem matemática (CANAVARRO, 2011, p. 13).

Segundo Stein et al. (2008 apud CYRINO, 2016, p. 154), “a ação *monitorar* é o momento que o professor circula pela sala com a intenção de identificar resoluções, representações, erros, verificar a necessidade de realizar intervenções, e, ainda, de promover interação entre os alunos, solicitando justificativas”.

Ao *monitorar* o processo de resolução dos alunos, é fundamental que o professor identifique as resoluções que são diferentes, as possíveis conexões entre elas, e avalie o potencial para a discussão e a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos envolvidos na tarefa, de modo que possa selecionar e sequenciar aquelas que serão apresentadas visando a discussão coletiva com a turma (CYRINO, 2016, p. 94).

“A ação *selecionar* ocorre durante o desenvolvimento da tarefa, no final da prática *monitorar*” (CYRINO, 2016, p. 161). Segundo Canavarro (2011), *selecionar* corresponde à identificação das resoluções importantes para partilhar com toda a turma, de modo a proporcionar uma diversidade de ideias matemáticas adequadas ao propósito matemático da aula. Ainda segundo a autora, ao *Selecionar*, o professor pode adotar diversos critérios como, por exemplo, escolher:

- Uma resolução que apresenta um erro recorrente para esclarecer;
- Uma resolução particular que se distingue e acrescenta compreensão e/ou ajuda a atingir o propósito matemático da aula;
- Resoluções com diferentes estratégias matemáticas, sobretudo as mais produtivas;
- Resoluções com representações matemáticas diversas, sobretudo as mais eficazes.

“A ação *sequenciar* também ocorre durante a ação *monitorar*, quase simultaneamente a *selecionar*. Nessa ação, o professor pondera acerca da ordem pela qual se dará a apresentação” (CYRINO, 2016, p. 162).

A importância dessa ação é que as resoluções partilhadas e discutidas, além de serem intencionais, seguem uma ordem estabelecida pelo professor. Por isso, também têm sua complexidade, pois o professor precisa estabelecer critérios para o sequenciamento pautado nos objetivos de ensino, visando às aprendizagens e à sistematização dos conceitos (CYRINO, 2016, p.162).

De acordo com Canavarro (2011), ao *sequenciar*, o professor pode optar por diversos critérios, por exemplo, partir de uma resolução mais simples para uma mais complexa, partir de resoluções que foram utilizadas pela maioria dos alunos, sendo corretas ou não, ou ainda, partir de uma resolução mais informal para a mais formal no que diz respeito às representações matemáticas utilizadas.

Após às ações de *selecionar* e *sequenciar*, o professor convida os alunos a participar de uma discussão coletiva das resoluções da tarefa,

[...] ao desenvolver o papel de gestor da discussão, o professor precisa solicitar justificativas para as resoluções e representações dos alunos, oportunizar que evidenciem e discutam (caso haja) equívocos comuns, incentivar os alunos a questionarem a si mesmos e aos colegas, bem como buscarem possíveis respostas e estabelecer conexões entre as resoluções discutidas (CYRINO, 2016, p. 96).

TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM (THA)

Segundo Rossetto (2021) em 1995, o pesquisador americano Martin Simon publicou um artigo no qual ele apresenta uma experiência de ensino que está focada na tomada de decisões do professor em relação ao conteúdo e às tarefas matemáticas para a sala de aula. De acordo com Simon (1995, apud OLIVEIRA, 2015, p. 46), o uso da expressão “trajetória hipotética de aprendizagem” é para se referir à

[...] previsão do professor como um caminho pelo qual a aprendizagem pode ocorrer. É hipotético porque a trajetória real de aprendizagem não é conhecida previamente. Ela caracteriza uma tendência esperada. A aprendizagem dos estudantes ocorre de forma idiossincrática, embora frequentemente em caminhos similares. É assumido que uma aprendizagem individual tem alguma regularidade, que a sala de aula limita a atividade matemática frequentemente de formas previsíveis, e que muitos estudantes da mesma sala podem se beneficiar da mesma tarefa matemática. Uma trajetória hipotética de aprendizagem fornece ao professor uma análise racional para escolher um projeto instrucional particular; assim, eu tomo as minhas decisões baseadas nas minhas melhores suposições de como a aprendizagem pode ocorrer.

De acordo com Pires (2009), Simon desenvolveu o Ciclo de Ensino de Matemática (Figura 1) como um modelo de inter-relações cíclicas dos aspectos do conhecimento do professor, seu pensamento e tomada de atitudes. “O Ciclo de Ensino de Matemática retrata uma visão das tomadas de decisões do professor a respeito dos conteúdos e das tarefas” (SIMON, 1995 apud ROSSETTO, 2016, p. 23).

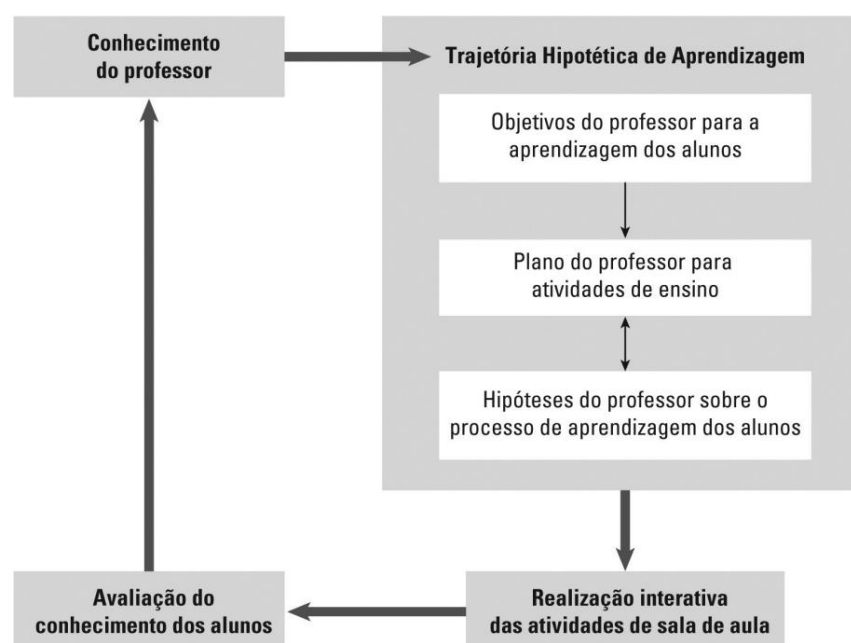


Figura 1 - Ciclo de Ensino de Matemática
Fonte: Simon, 1995 (apud PIRES, 2009, p. 156)

Segundo Simon (1995 apud ROSSETTO, 2016, p.25), a THA, uma alternativa para o professor em sala de aula, é constituída por três componentes:

1. O objetivo do professor com direções definidas para a aprendizagem de seus alunos;
2. As atividades de ensino, e

3. O processamento hipotético de aprendizagem (uma suposição de como o pensamento e o entendimento dos alunos serão colocados em ação no contexto de aprendizagem das atividades).

Para a elaboração de uma THA, inicialmente, o professor precisa explicitar os objetivos de aprendizagem que pretende alcançar, a partir de um tema ou conteúdo matemático que ele pretende abordar (1ª componente). Para atingir esses objetivos, o professor cria um plano de atividades composto de tarefas significativas (2ª componente) e apresenta suas hipóteses de como será a aula que planejou, desde as dúvidas que podem surgir na interpretação do enunciado da tarefa, até as diferentes formas de resoluções da mesma (3ª componente).

De acordo com Simon (1995 apud OLIVEIRA, 2015, p. 49), “depois de estabelecer o(s) objetivo(s) de aprendizagem e selecionar as tarefas, o professor avalia o trabalho que desenvolveu e tem a possibilidade de reformular sua trajetória hipotética de aprendizagem”, isso mostra que a THA pode ser modificada a qualquer momento, pois ao desenvolver o seu plano de atividades, o professor poderá se deparar com situações (dúvidas, resoluções) diferentes das hipóteses que ele havia previsto, gerando novas hipóteses e novos objetivos.

Apresentadas as três componentes de uma THA e as quatro fases do ensino exploratório, observa-se uma conexão/complementação entre essas duas estruturas. Para elaborar o processamento hipotético de uma THA, é necessário que o professor conheça as atividades de ensino (tarefas) para que os objetivos da aula sejam cumpridos, assim, ao desenvolver as quatro fases e as cinco ações do ensino exploratório, o professor estará fazendo suposições de como os alunos resolverão a tarefa, e ainda, prevendo possíveis dúvidas e/ou erros que podem surgir durante à sua resolução. Uma análise e discussão sobre as relações observadas entre o ensino exploratório e a THA será discutida a seguir.

ELABORAÇÃO DE UMA THA PARA O CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

A motivação para a escolha do tema (conteúdo a ser abordado) da THA parte da experiência profissional do primeiro autor deste trabalho como professor de Matemática do Ensino Superior e da necessidade de aulas diversificadas e mais atrativas para cursos superiores de Engenharia. De agosto de 2020 a julho de 2022, o primeiro autor foi professor colaborador do Departamento de Matemática da UEL, durante esse período ele lecionou as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I para o curso de Engenharia Civil, Cálculo I para o curso de Engenharia Elétrica e a disciplina de Cálculo e Geometria Analítica I para o curso

de Bacharel em Física. Embora essas três disciplinas tenham nomes distintos, as ementas são semelhantes, pois abordam os conceitos de Limite e Continuidade, Derivada e Integral para funções de uma variável real.

Durante as suas aulas de Cálculo I na UEL, uma prática que realizou nessas turmas, antes de introduzir o conceito de integral definida, foi a de desenhar no quadro algumas figuras planas e perguntar para os alunos como se calcula a área de cada uma delas, conforme a Figura 2. A intenção foi de motivar os alunos a utilizarem os seus conhecimentos prévios para calcular a área de algumas figuras, e em seguida, criarem alternativas para calcular a área de regiões curvilíneas (dando uma ideia de somas finitas e integral definida).

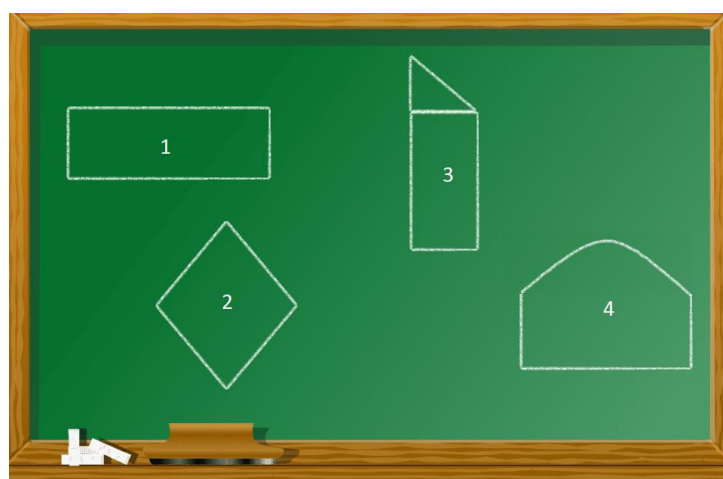


Figura 2 – Como se calcula a área das seguintes figuras?
Fonte: compilação dos autores

No decorrer dessa atividade de discutir como se calcula a área desses quatro exemplos (Figura 2), os alunos podem recordar muitos conceitos importantes da Geometria estudados no Ensino Básico. Uma discussão inicial pode ser esclarecer o que eles entendem pelo conceito de área. A área dos exemplos 1, 2, e 3 da Figura 2 podem ser calculadas recordando as fórmulas da área de um retângulo, triângulo e/ou losango, ou ainda, calculando a área através da decomposição em figuras geométricas conhecidas. Entretanto, o exemplo 4 da Figura 2 se difere dos demais por apresentar a parte superior arredondada (forma uma região curvilínea), então para calcular a área é necessário criar estratégias para estimar o valor da área dessa figura (não é possível calcular o valor exato sem a utilização do Cálculo Diferencial e Integral).

Partindo das reflexões e discussões oriundas da prática como docente do primeiro autor com relação a esse tema, decidiu-se formalizar essa ideia escrevendo e propondo as tarefas que irão compor a THA que será apresentada.

A composição de uma THA segundo Simon apresenta três componentes. Para a elaboração da THA, a primeira etapa foi definir quais os principais objetivos (1ª componente) do planejamento do professor que pretende trabalhar com essa THA, são eles:

- I. Estimar a área de uma região curvilínea utilizando estratégias diversas.
- II. Estimar a área de uma região curvilínea utilizando somas finitas.
- III. Calcular a área de uma região no plano utilizando a integral definida.

A THA será composta de duas tarefas (2ª componente). A tarefa 1 tem como finalidade cumprir o objetivo I e a tarefa 2, os objetivos II e III. Para fins de análise, iremos apresentar o enunciado da tarefa 1 (veja o Quadro 1). Esta tarefa tem como objetivos específicos:

- I. Compreender, interpretar e resolver problemas envolvendo áreas.
- II. Criar estratégias para estimar a área de uma região no plano.
- III. Confrontar as diferentes resoluções e analisar o potencial matemático de cada uma delas.

Tarefa 1

Rogério é estudante do 1º ano do curso de graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Londrina (UEL) e precisa fazer um projeto de construção de uma quadra poliesportiva com cobertura para uma cidade do estado do Paraná, cujo modelo deverá ser semelhante ao da Figura 3.



Figura 3: Modelo da quadra poliesportiva com cobertura
Fonte: Compilação dos autores

Entre as especificações do projeto, consta a construção de um mosaico artístico na parede do fundo da quadra, esta etapa será desenvolvida por um artista local. De acordo com o projeto, a parede terá as seguintes medidas, conforme a Figura 4.

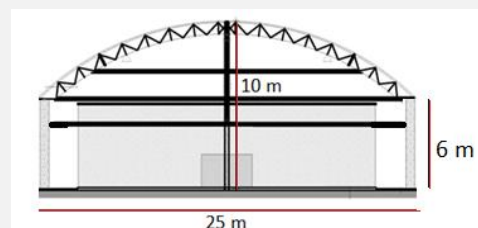


Figura 4: Vista da parede do fundo da quadra
Fonte: Os autores

Para finalizar o projeto, Rogério precisa calcular a área dessa parede. Ajude-o a calcular essa área a partir dos conhecimentos que você tem da Geometria. Discuta com seus colegas estratégias para calcular essa área e dê uma estimativa do cálculo.

Quadro 1: Enunciado da Tarefa 1

Fonte: Os autores

Cada tarefa foi elaborada para ser aplicada em aulas na perspectiva do ensino exploratório, composta das quatro fases (introdução da tarefa, desenvolvimento da tarefa, discussão da tarefa e sistematização das aprendizagens matemáticas). Além disso, antes e durante a execução da THA, o professor deverá desenvolver as cinco ações (*antecipar, monitorar, selecionar, sequenciar e estabelecer conexões* entre as respostas dos alunos) visando manter/promover discussões produtivas em sala de aula.

A terceira etapa da elaboração da THA foi descrever o processamento hipotético de aprendizagem (3ª componente). Essa etapa é a mais desafiadora, pois propõe ao professor fazer diversas suposições de como os alunos resolverão a tarefa.

Durante a elaboração da terceira etapa, observou-se algumas relações entre o ensino exploratório e a THA. Por exemplo, na primeira fase de uma aula exploratória (introdução da tarefa) é muito importante que os alunos compreendam e entendam o enunciado da tarefa, relacionando as informações fornecidas e o que se pretende alcançar (objetivos da tarefa – 1ª componente da THA). O Quadro 2 apresenta algumas dúvidas que podem surgir após a leitura e interpretação da tarefa 1 e algumas ações do professor.

Possíveis dúvidas dos alunos	Ações do professor
O que é área?	O professor pode propor uma pequena discussão com os alunos sobre o que eles entendem por área de uma figura plana.
É possível decompor a parede da quadra em qualquer figura geométrica?	O professor pode responder que sim, pode-se decompor a parede da quadra em qualquer figura geométrica plana desde que ele saiba calcular a sua área.
Por que a tarefa pede para “dar” uma estimativa do cálculo da área?	O professor pode perguntar para os alunos qual(is) a(s) diferença(s) entre as áreas das figuras geométricas planas calculadas no Ensino Básico e a área da parede dessa quadra. A partir desse questionamento, pode concluir que utilizando os conceitos básicos da Geometria, eles não conseguirão encontrar a área exata da parede, mas sim, uma boa estimativa.

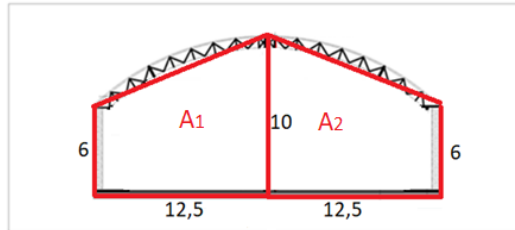
Quadro 2: Ações previstas na leitura e interpretação da tarefa 1

Fonte: Os autores

A ação de *antecipar* complementa o processamento hipotético (3ª componente da THA). É muito importante que antes da aplicação das tarefas, o professor as resolva, faça previsões de possíveis resoluções, dúvidas e erros dos alunos e pense em possíveis questionamentos e orientações. O Quadro 3 apresenta três possíveis estratégias de resolução da tarefa 1.

Resolução hipotética 1:

Decompor a área da parede em dois trapézios:



Como a área do trapézio é definida como o produto entre a soma das medidas das bases pela altura, e dividindo o resultado por 2, logo:

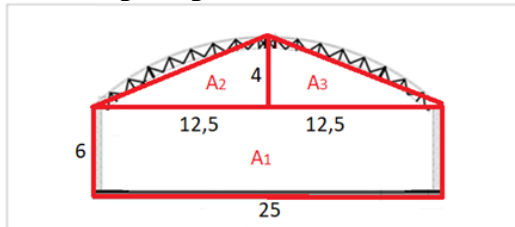
$$A_1 = A_2 = \frac{(10 + 6) \cdot 12,5}{2} = \frac{16 \cdot 12,5}{2} = \frac{200}{2} = 100 \text{ m}^2$$

Portanto, a estimativa da área da parede será:

$$A_T = A_1 + A_2 = 100 + 100 = 200 \text{ m}^2$$

Resolução hipotética 2:

Decompor a área da parede em três figuras geométricas conhecidas: um retângulo e dois triângulos.



Como a área do retângulo é definida como o produto do comprimento pela largura, assim:

$$A_1 = 25 \cdot 6 = 150 \text{ m}^2$$

Como os dois triângulos são iguais e a área de um triângulo é definida como a metade do produto do comprimento da base pela altura, logo:

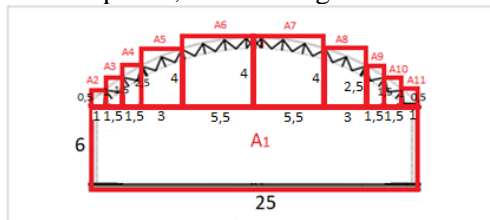
$$A_2 = A_3 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{12,5 \cdot 4}{2} = \frac{50}{2} = 25 \text{ m}^2$$

Portanto, uma estimativa para a área da parede será:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = 150 + 25 + 25 = 200 \text{ m}^2$$

Resolução hipotética 3:

Decompor a área da parede em onze partes, todas retangulares.



As áreas calculadas são:

$$A_1 = 25 \cdot 6 = 150 \text{ m}^2; \quad A_2 = A_{11} = 1 \cdot 0,5 = 0,5 \text{ m}^2; \quad A_3 = A_{10} = 1,5 \cdot 1 = 1,5 \text{ m}^2$$

$$A_4 = A_9 = 1,5 \cdot 1,5 = 2,25 \text{ m}^2; \quad A_5 = A_8 = 3 \cdot 2,5 = 7,5 \text{ m}^2; \quad A_6 = A_7 = 5,5 \cdot 4 = 22 \text{ m}^2$$

Portanto, uma estimativa da área será:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 + A_{10} + A_{11}$$

$$= 150 + 0,5 + 1,5 + 2,25 + 7,5 + 22 + 22 + 7,5 + 2,25 + 1,5 + 0,5 = 217,5 \text{ m}^2$$

Quadro 3: Possíveis resoluções da tarefa 1

Fonte: Os autores

Na terceira fase de uma aula exploratória (discussão da tarefa) é importante que o professor desenvolva a ação de *estabelecer conexões* entre as respostas dos alunos, pois ele como gestor da discussão, precisa solicitar justificativas para as resoluções apresentadas, além de incentivar os alunos a questionarem a si mesmos e aos colegas, buscando possíveis conexões entre as resoluções discutidas. Através das resoluções hipotéticas apresentadas no Quadro 3, o professor poderá fazer comentários e/ou questionamentos durante a fase de discussão, conforme o Quadro 4.

Possíveis comentários e/ou questionamentos	Intenções do professor
Porque na resolução 1 decidiu-se decompor a área da quadra em dois trapézios?	Essa pergunta pode ser feita com a intenção de mostrar para os alunos que os trapézios não são figuras geométricas tão comuns, prova disso é que muitos alunos esquecem como se calcula a área de um trapézio.
O valor da estimativa da área das resoluções 1 e 2 são iguais. O que essas resoluções têm em comum?	O professor pode comentar que a região formada pelos dois trapézios é exatamente igual a região formada pelo retângulo com os dois triângulos. Além disso, um trapézio pode ser decomposto em um retângulo e um triângulo.
Há alguma relação entre a quantidade de partes que se decompõe a região e o valor da estimativa desta área? Por quê?	O professor pode comentar que quanto mais dividida estiver a região da área da parede, usando formas geométricas cada vez menores, mais próxima a soma das áreas se aproxima do seu valor exato.

Quadro 4: Possíveis comentários e/ou questionamentos que podem ser feitos pelo professor durante a fase de discussão da tarefa 1

Fonte: Os autores

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi o de apresentar um relato de experiência de elaborar uma THA na perspectiva do ensino exploratório. Nesta experiência, destacamos três pontos positivos:

- A oportunidade do professor propor tarefas matemáticas significativas em suas aulas.
- Na elaboração de uma THA, o professor não enxerga uma tarefa matemática de maneira linear (escolhe uma tarefa e a resolve no quadro), ele passa a ter uma visão tridimensional e de diversos ângulos dessa mesma tarefa, analisando desde as dificuldades de interpretação e entendimento do enunciado da tarefa que os alunos possam ter, até as diversas formas de resolução da mesma.

- Elaborar uma THA é uma excelente atividade de reflexão para o professor.

Como pontos negativos, destacamos que elaborar uma THA não é uma atividade rápida, pois o professor precisa analisar diversos aspectos da mesma tarefa. Além disso, o professor sem experiência de sala de aula pode ter algumas dificuldades na elaboração, principalmente durante o processamento hipotético de aprendizagem.

Nesta experiência, observamos que o ensino exploratório foi uma excelente metodologia de ensino em uma THA, pois ao desenvolver as fases e as ações do ensino exploratório, o professor estará desenvolvendo o processamento hipotético da THA.

Em suma, a elaboração de uma THA na perspectiva do ensino exploratório proporciona ao professor muitas aprendizagens e desafios, tanto na preparação da aula (momento de antecipar as possíveis resoluções ou erros dos alunos e os questionamentos que poderão surgir durante a resolução da tarefa), quanto em criar um ambiente propício para promover discussões produtivas em sala de aula.

Esta proposta de trabalho tem a intenção de proporcionar um ensino de Cálculo I significativo para os alunos. Espera-se que através da aplicação dessa THA, a atividade matemática dos alunos seja produtiva, em um contexto no qual os estudantes possam atribuir sentido e significado ao conhecimento matemático que surge a partir da discussão coletiva das tarefas.

Como trabalhos futuros, pretendemos publicar a THA na íntegra em uma revista científica e aplicá-la em sala de aula.

REFERÊNCIAS

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, Lisboa, n.115, p.11-17, 2011.

CANAVARRO, A.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2012: **Práticas de ensino da Matemática**, 2012, Castelo de Vide. Actas. Porto Alegre: SPIEM, 2012, p.255-266.

CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade (organizadora). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática**. Londrina: Eduel, 2016.

OLIVEIRA, Júlio Cezar Rodrigues de. **Uma trajetória hipotética de aprendizagem para o ensino de logaritmos na perspectiva da resolução de problemas**. 2015. 127f. Dissertação de mestrado (PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

PIRES, C. M. C. Perspectivas construtivistas e organizações curriculares: um encontro com as formulações de Martin Simon. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 11, n. 1, p. 145 – 166, 1. Quadrimestre, 2009.

ROSSETTO, H. H. P. **Trajetória hipotética de aprendizagem sob um olhar realístico**. 2016. 104f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

ROSSETTO, H. H. P. **O desenvolvimento de um framework de trajetórias de ensino e aprendizagem de Matemática**. 2021. 91f. Tese de Doutorado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2021.