DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO MATEMÁTICO NA RESOLUÇÃO DE UMA TAREFA EXPLORATÓRIA NO CONTEXTO RURAL: UM ESTUDO COM ESTUDANTES DO 7º ANO

Iziane Lais Rodrigues Nunes
Universidade Estadual do Centro-Oeste - UNICENTRO
izilaisrnunes@gmail.com

Márcio André Martins
Universidade Estadual do Centro-Oeste - UNICENTRO
mandre@unicentro.br

Ana Cláudia Correia Batalha Henriques
Universidade de Lisboa - ULISBOA
achenriques@ie.ulisboa.pt

Joyce Jaquelinne Caetano
Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO
joyce@unicentro.br

Resumo: O presente trabalho corresponde a um relato de experiência envolvendo a resolução de uma tarefa exploratória por estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública municipal rural. Embora a promoção do Raciocínio Matemático (RM) seja relevante nas orientações curriculares, tarefas com essa intencionalidade são pouco evidenciadas em sala de aula, assim, assumimos como questão de investigação: quais são os processos e os tipos de RM desenvolvidos pelos estudantes durante a resolução de uma tarefa matemática no contexto rural? Investigamos os tipos e os processos de Raciocínio Matemático desenvolvidos pelos discentes. As informações foram coletadas no ambiente da sala de aula por meio da observação participante, com gravações em áudio/vídeo e composição de um diário de bordo. A análise, de cunho qualitativo e interpretativo, ocorreu com base na triangulação entre as produções escritas e orais dos estudantes, o referencial teórico adotado e as orientações curriculares vigentes. Como resultados, identificamos os processos de conjectural, generalizar e justificar, respectivamente inerentes aos tipos de raciocínios abdutivo, indutivo e dedutivo, assim como as formas e dificuldades encontradas pelos estudantes em elaborar uma argumentação consistente. Em relação às aprendizagens desenvolvidas, muitos estudantes manifestaram o entendimento sobre regularidades, operações fundamentais, expressões numéricas e algébricas.
Palavras-chave: Ensino Exploratório. Experiência de Ensino. Capacidade de Raciocínio. Educação Matemática.

INTRODUÇÃO

Em acordo com Lima e Lima (2013), a perspectiva da Educação do Campo está relacionada a transformação social e, dessa forma, o ensino deve contemplar "o diálogo dos saberes escolares com a cultura, com o modo de vida do camponês e suas atividades produtivas, problematizando a realidade" (p. 5). Assim, no âmbito da Matemática, o conhecimento da realidade rural necessita ir ao encontro do planejamento do professor e em suas metodologias didáticas de ensino. Além disso, segundo os autores, um desafio a ser superado se refere ao papel da Matemática para a formação humana dos camponeses, em que o ensino de conteúdos matemáticos da Educação Básica "deve contribuir para que os educandos utilizem os conhecimentos construídos na intervenção social" (p. 5). Nesse sentido, a elaboração de tarefas matemáticas condizentes com a realidade rural, juntamente com a metodologia do Ensino Exploratório são alternativas relevantes, fomentando para o desenvolvimento da capacidade de Raciocínio Matemático (RM) e a formação social dos estudantes.

Os conteúdos de sequência numérica, álgebra e regularidades estão estabelecidos na Base Nacional Comum Curricular, BNCC (BRASIL, 2018), com relação às capacidades de compreensão de ordem e posição; observação de regras utilizadas em seriações numéricas; identificação de regularidades e relações entre operações com números naturais. Conforme Ponte, Branco e Matos (2009), a importância de se trabalhar conteúdos relacionados a álgebra envolve o desenvolvimento do pensamento algébrico e a capacidade de explorar relações matemáticas para interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outras áreas. "Aprender álgebra implica ser capaz de pensar algebricamente numa diversidade de situações, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação" (p. 10). Gil (2008) aponta que as principais dificuldades apresentadas pelos estudantes no que tange a linguagem algébrica, residem na interpretação de expressões numéricas, utilização de símbolos matemáticos, significado das letras no contexto matemático e generalização.

Nesta perspectiva, a promoção do RM é relevante para a aprendizagem dos estudantes, sendo salientado na BNCC como a competência de "desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo" (BRASIL, 2018, p. 267). Entretanto, tarefas que envolvem o desenvolvimento da capacidade de RM são pouco evidenciadas em sala de aula e, nesse sentido, desenvolvemos uma experiência de ensino com estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, considerando-se como base o Ensino Exploratório, segundo Ponte *et al.* (2020), com vistas à promoção da capacidade de RM dos estudantes. Em nosso estudo, assumimos como questão de investigação: quais são os processos e os tipos de Raciocínio Matemático desenvolvidos pelos estudantes durante a resolução de uma tarefa matemática no contexto rural?

Para contribuir com essa discussão, apresentamos na sequência alguns elementos referentes ao RM e ao Ensino Exploratório. Descrevemos a experiência de ensino realizada e apresentamos os resultados encontrados em relação aos tipos e processos de RM e sobre as dificuldades e aprendizagens. As considerações finais abordam perspectivas sobre a relevância da abordagem exploratória.

RACIOCÍNIO MATEMÁTICO E ENSINO EXPLORATÓRIO

Raciocinar matematicamente envolve vários processos. Esses processos, em acordo com Jeannotte & Kieran (2017) estão relacionados a conjecturar, comparar, identificar padrões, classificar, generalizar, validar e justificar. Ponte *et al.* (2020) definem que o raciocínio implica em fazer inferências de maneira justificada, ou seja, a partir de uma informação dada, obter uma nova informação utilizando o pensamento lógico e argumentativo.

Epistemologicamente, o raciocínio compreende três tipos: raciocínio dedutivo, raciocínio indutivo e raciocínio abdutivo. Segundo Ponte (2005), o raciocínio dedutivo está relacionado à demonstração matemática e a justificação, ou seja, ao encadeamento de asserções de forma lógica. O raciocínio indutivo está associado à generalização, isto é, a inferência de casos particulares até se chegar a um caso geral. O raciocínio abdutivo, por sua vez, refere-se à formulação de conjecturas, específicas a um caso incomum. Nessa concepção, o RM envolve os raciocínios dedutivo, indutivo e abdutivo. Para o desenvolvimento do RM em contexto de ensino e aprendizagem da matemática, é importante considerar aspectos que envolvem os tipos de raciocínio associados aos seus processos.

Para melhor compreensão sobre os processos de RM, suas bases e suas formas, podemos analisar o Quadro 1, conforme Ponte *et al.* (2020).

Com efeito, os autores evidenciam que os processos essenciais do RM contemplam as conjecturas, que são específicas ao raciocínio indutivo e abdutivo; as generalizações, inerentes ao raciocínio indutivo e as justificações, que envolvem o raciocínio dedutivo.

Processo	Base	Forma
Conjecturar	-Observação; - Construção; -Transformação do conhecimento prévio; - Combinações de observação, construção e transformação.	- Identificar uma possível solução para um problema; - Formular uma estratégia para resolver um problema.
Generalizar	-Observação; - Construção; - Transformação do conhecimento prévio; - Combinações de observação, construção e transformação.	- Reconhecer um padrão ou uma propriedade comum a um conjunto de objetos; - Alargar o domínio de validade de uma propriedade a um conjunto mais alargado de objetos.
Justificar	- Definições; - Axiomas, propriedades, princípios gerais; - Representações; - Combinações de definições, propriedades e representações.	- Coerência lógica; - Uso de exemplos genéricos; - Uso de contraexemplos; - Por exaustão; - Por absurdo.

Quadro 1 – Processos de Raciocínio Matemático
Fonte: Elaborado com base em Ponte *et al.* (2020, p. 10)

Ponte *et al.* (2020) em consonância com Rivera e Becker (2009) apontam que “os alunos devem aprender a raciocinar dedutivamente em Matemática, mas devem igualmente aprender a raciocinar indutiva e abdutivamente” (p. 2) e “é de grande importância saber como pode o professor, na sala de aula de Matemática, contribuir para que os alunos desenvolvam a capacidade de raciocínio nas suas diversas formas” (p. 2).

No sentido de promover a capacidade própria de raciocínio do estudante, Ponte *et al.* (2020) apresentam como alternativa o Ensino Exploratório. Tal perspectiva envolve a resolução de tarefas matemáticas exploratórias, que permitem aos estudantes construírem suas próprias estratégias utilizando conhecimentos prévios para resolução. Essas tarefas devem ser escolhidas de maneira apropriada, “suscetíveis de promover a construção de conceitos, a formulação de conjeturas, generalizações e justificações” (p. 10). Além disso, a sala de aula deve apresentar-se como um ambiente de comunicação “capaz de favorecer a participação e reflexão por parte dos alunos, com relevo para os momentos de discussão coletiva” (p. 10). Para essa abordagem, os autores sugerem a operacionalização da aula em três fases, 1) Lançamento da tarefa, 2) Trabalho autônomo e 3) Discussão coletiva.

Segundo Ponte *et al.* (2017) em concordância com Ponte (2005) e Stein *et al.* (2008), a primeira fase compreende o Lançamento da Tarefa, em que o professor apresenta a tarefa exploratória aos estudantes e intervém em possíveis dificuldades quanto aos significados de aspectos que envolvem o enunciado. A segunda etapa consiste no Trabalho Autônomo dos estudantes, os quais realizam a tarefa proposta individualmente, em duplas ou em grupos. Nessa fase, o professor observa e apoia o desenvolvimento dos estudantes, intervindo, de maneira cuidadosa, nas possíveis dificuldades que possam aparecer, contemplando as estratégias utilizadas. A terceira fase refere-se a Discussão Coletiva, em que o professor seleciona algumas das soluções realizadas pelos estudantes para exposição e discussão com toda a turma.

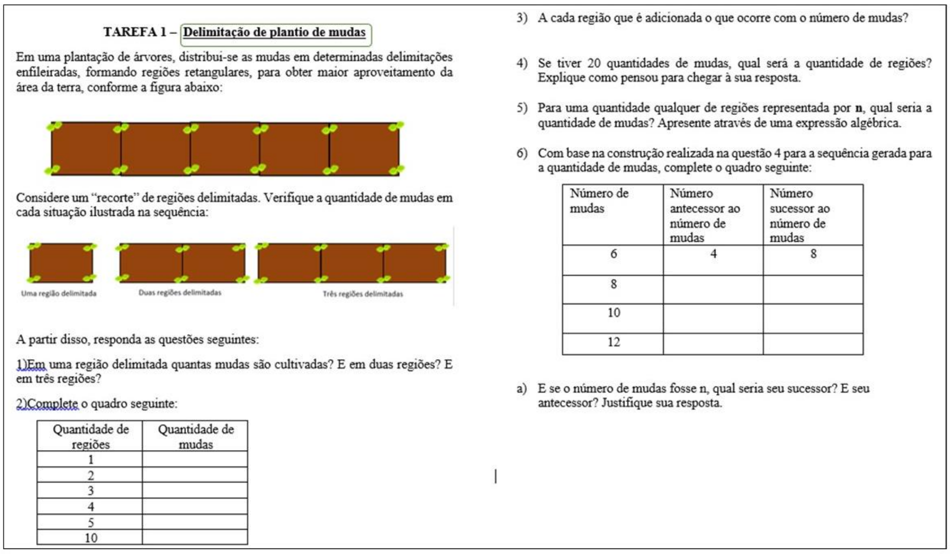
> Esta discussão deve permitir que os alunos não apenas compreendam a solução ou soluções corretas da tarefa, mas também desenvolvam novas ideias matemáticas e tomem consciência de possíveis erros a evitar. Na ausência de possibilidade de apresentação do trabalho realizado por todos os alunos, o professor deve selecionar as soluções a considerar e sequenciá-las de forma adequada, geralmente começando com soluções que apresentam erros e limitações, passando para soluções matematicamente mais corretas (PONTE, MATA-PEREIRA e QUARESMA, 2017, p. 2-3).

Os alunos têm assim oportunidade para construir ou aprofundar a sua compreensão de conceitos, procedimentos, representações e ideias matemáticas. Conforme Ponte *et al.* (2020), no Ensino Exploratório, o docente, ao invés de ensinar diretamente exemplos e exercícios com algoritmos, propõe aos estudantes “um trabalho de exploração e descoberta, e promove momentos de negociação de significados, argumentação e discussão coletiva” (p. 10).

CARACTERIZAÇÃO DA PROPOSTA E METODOLOGIA UTILIZADA

A experiência de ensino ocorreu em uma escola municipal rural que atende estudantes de famílias de trabalhadores do campo, com uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental, com faixa etária entre doze e treze anos de idade, composta por onze estudantes, sendo quatro meninas e sete meninos.

Em acordo com a exposição apresentada anteriormente, em relação ao conteúdo de sequência numérica, álgebra e regularidades, elaboramos uma tarefa dividida em duas partes (Figuras 1 e 2), a ser desenvolvida nessa turma, em um período de 8 aulas cada parte. Admitimos como conhecimentos prévios dos discentes, a partir de conteúdos já trabalhados em sala de aula, os fundamentos de geometria plana, operações com números naturais, expressões numéricas e algébricas. Como princípios para elaboração da tarefa, consideramos a possibilidade de uma variedade de estratégias de resoluções e representações, visando a formulação de generalizações baseadas na observação de semelhanças e diferenças entre objetos e da construção. Assumimos o intuito da exploração de sequências de figuras planas e quantidade de objetos envolvendo regularidades em uma situação com a delimitação de plantio de mudas de árvores, com base na representação. Inspiramo-nos na realidade dos estudantes, participantes da pesquisa, que residem em zona rural, e, visamos à compreensão sobre conceitos de sequências e regularidades em contexto com expressões algébricas e relações entre operações com números naturais.



TAREFA 1 – Delimitação de plantio de mudas

Em uma plantação de árvores, distribui-se as mudas em determinadas delimitações enfileiradas, formando regiões retangulares, para obter maior aproveitamento da área da terra, conforme a figura abaixo:

Considere um "recorte" de regiões delimitadas. Verifique a quantidade de mudas em cada situação ilustrada na sequência:

Uma região delimitada

Duas regiões delimitadas

Três regiões delimitadas

A partir disso, responda as questões seguintes:

1)Em uma região delimitada quantas mudas são cultivadas? E em duas regiões? E em três regiões?

2)Complete o quadro seguinte:

Quantidade de regiões	Quantidade de mudas
1	
2	
3	
4	
5	
10	

3) A cada região que é adicionada o que ocorre com o número de mudas?

4) Se tiver 20 quantidades de mudas, qual será a quantidade de regiões? Explique como pensou para chegar à sua resposta.

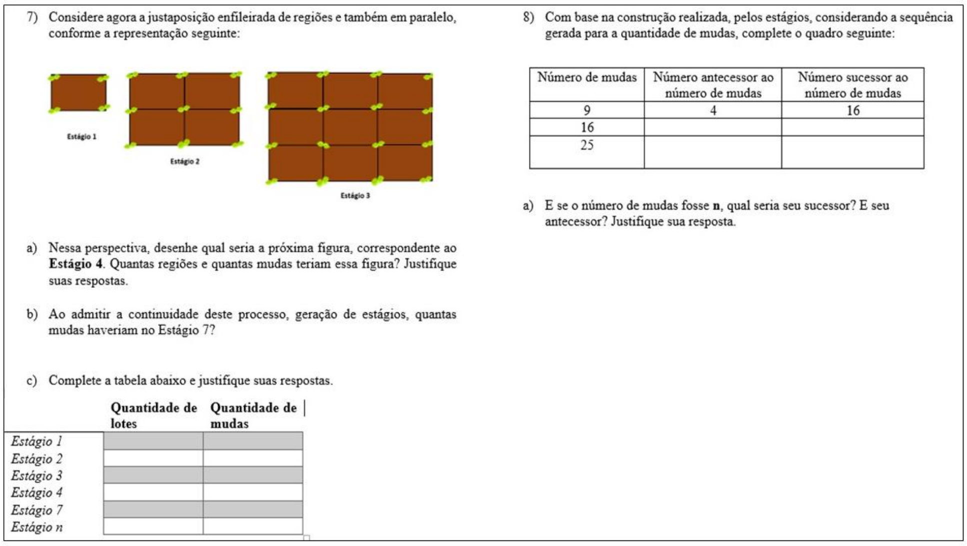
5) Para uma quantidade qualquer de regiões representada por **n**, qual seria a quantidade de mudas? Apresente através de uma expressão algébrica.

6) Com base na construção realizada na questão 4 para a sequência gerada para a quantidade de mudas, complete o quadro seguinte:

Número de mudas	Número antecessor ao número de mudas	Número sucessor ao número de mudas
6	4	8
8		
10		
12		

a) E se o número de mudas fosse n, qual seria seu sucessor? E seu antecessor? Justifique sua resposta.

Figura 1 – Tarefa – Parte 1 – questões 1, 2, 3, 4, 5 e 6
Fonte: arquivo dos autores



7) Considere agora a justaposição enfileirada de regiões e também em paralelo, conforme a representação seguinte:

Estágio 1

Estágio 2

Estágio 3

a) Nessa perspectiva, desenhe qual seria a próxima figura, correspondente ao **Estágio 4**. Quantas regiões e quantas mudas teriam essa figura? Justifique suas respostas.

b) Ao admitir a continuidade deste processo, geração de estágios, quantas mudas haveriam no Estágio 7?

c) Complete a tabela abaixo e justifique suas respostas.

	Quantidade de lotes	**Quantidade de mudas**
Estágio 1		
Estágio 2		
Estágio 3		
Estágio 4		
Estágio 7		
Estágio n		

8) Com base na construção realizada, pelos estágios, considerando a sequência gerada para a quantidade de mudas, complete o quadro seguinte:

Número de mudas	Número antecessor ao número de mudas	Número sucessor ao número de mudas
9	4	16
16		
25		

a) E se o número de mudas fosse **n**, qual seria seu sucessor? E seu antecessor? Justifique sua resposta.

Figura 2 – Tarefa – Parte 2 – questões 7 e 8
Fonte: arquivo dos autores

A tarefa foi abordada em sala de aula por meio de aulas em três fases. Para preservar as suas identidades, os estudantes foram divididos em cinco grupos, denominados G1, G2, G3, G4, G5, com 2, 3, 2, 2 e 2 alunos respectivamente. Os excertos apresentados na sequência foram identificados com códigos, sendo: PP – professora pesquisadora; G1E1 - grupo 1, estudante 1; G1E2 – grupo 1, estudante 2; G2E3 – grupo 2, estudante 3; como exemplos.

Para a análise das informações coletadas, assumimos a perspectiva qualitativa e interpretativa, e consideramos a triangulação dos dados proposta por Marcondes e Brisola (2014), sendo uma articulação entre as produções escritas e orais dos estudantes em relação ao desenvolvimento da tarefa, as orientações curriculares, juntamente com o referencial teórico adotado e a observação da professora.

ANÁLISE DO RACIOCÍNIO MATEMÁTICO DOS ESTUDANTES DURANTE A REALIZAÇÃO DA TAREFA

Com relação a questão 2 da tarefa – parte 1 (Figura 1) apresentamos na sequência alguns excertos que são representativos das resoluções. Primeiramente, consideramos as conjecturas realizadas por G1, assim como a intervenção da PP.

(1) G1E2 *Professora, a quantidade de mudas é a tabuada do 2.*
(2) PP: *Porque a tabuada do 2?*
(3) G1E2: *Porque se for pegando de duas em duas plantinhas, seria 2, 4, 6, 8, 10, 12...*
(4) PP: *Então o que acontece com a sequência de mudas?*
(5) G1E2 e G1E1: *Ela está aumentando.*
(6) PP: *Aumenta de quanto em quanto?*
(7) G1E1: *4.*
(8) G1E2: *2.*
(9) PP: *Aumenta em 2 ou em 4?*
(10) G1E1: *Em 4, já que uma região tem 4 mudas.*
(11) PP: *Observe mais uma vez a ilustração.*
(12) G1E1: *Ah!!! Acho que é de 2 em 2 professora, porque em uma região tem 4 mudas e quando aumenta mais uma região fica 6, depois 8. Só somar 8 mais 2 se aumentar outra região.*

Os estudantes conjecturaram com base na observação da Figura 1, concluindo que a sequência aumentava de 2 em 2 (1) e justificaram conforme a linha (3) do excerto, após o questionamento da professora (2). Ainda, alguns conjecturaram que o aumento seria de 4 em 4 (7), que após a provocação pela PP (9), concluíram a resposta correta (12). Identificamos um destaque para a interação e colaboração entre os estudantes e para o papel do professor, de questionar e incentivar. Percebemos a conjectura como evidente do raciocínio abdutivo. Entretanto, a justificação e a generalização não estiveram explícitas, de maneira que pudéssemos identificar uma base e uma forma para a ocorrências dos raciocínios indutivo e dedutivo.

A questão 5 da tarefa – parte 1 (Figura 1) apresenta um nível de dificuldade maior que as anteriores, com vistas ao desenvolvimento dos processos de generalização e/ou justificação

-correspondentes à quantidade de mudas para uma região qualquer, n. Como os participantes da pesquisa haviam tido pouco contato com atividades envolvendo expressões algébricas, foi necessário o apoio da professora para o desenvolvimento da questão.

(13) PP: *Vocês identificaram o que acontece com essa sequência em relação ao número de regiões e a quantidade de mudas?*
(14) G1E1: *Sim, que vai de 2 em 2.*
(15) PP: *Vocês podem dar um exemplo com algum número? Mas sem prolongar a tabela.*
(16) G1E2: *Tem que fazer o desenho?*
(17) PP: *Não necessariamente, podem analisar os dados da tabela. Existe alguma relação em comum entre quantidade de mudas e número de regiões? Analisem um caso específico.*
(18) G1E1: *Ah, acho que entendi.*
(...)
(19) G1E2: *Para 4 regiões seria 6 mudas. 2+2+2? [Apontou para a ilustração da questão 5]*
(20) PP: *E para 5 regiões será que dará certo a ideia dessa soma?*
(21) G1E2: *5+5+5? Mas daí vai dar 15, e tem que ser 12.*
(22) PP: *Então precisam analisar de maneira que essa soma seja válida para todos os casos.*
(23) G1E1: *vai dar 5+5+2, daí vai dar certo.*
(24) PP: *Agora imaginem que vocês quisessem saber a quantidade de mudas de 30 regiões.*
(25) G1E2: *Para 30 regiões vai dar 14 mudas*.
(26) PP: *Como vocês fizeram?*
(27) G1E2: *Fomos testando até chegar no 14. [Prolongou a tabela]*
(28) PP: *E qual é a relação entre 30 e 14?*
(29) G1E2: *14+14+2 = 30*
(30) PP: *E como poderia ser representada uma expressão algébrica?*
(31) G1E1: *Soma 2?*
(32) PP: *Soma que número com o 2?*
(33) G1E2: *Soma o número (regiões) duas vezes e soma 2.*
(34) PP: *Então representem essa relação com o número de regiões n.*

Observamos que, com a intervenção da PP, linhas (15), (17), (20), (22), (24), (28), (30), (32) ao questionar as estudantes e dar sugestões facilitadoras, os estudantes conseguiram chegar a uma estratégia de resolução, com base na mudança de representação e elaboração de exemplos numéricos particulares (19), (23), (29), assim, foi possível caracterizar a generalização (33), associada ao raciocínio indutivo.

Na questão 6 (Figura 1), os estudantes deveriam completar o quadro com o número de mudas relacionando com o número antecessor e sucessor, visando a generalização para as quantidades de n mudas.

(35) G1E1: *Prof., nessa tabela o sucessor aumenta 2 e o antecessor diminui 2?*
(36) PP: *E se o número de mudas fosse n, qual seria o antecessor?*
(37) G1E1: *Ele diminuiria 2. Diminuir por 2 é o antecessor*
(38) PP: *E essa relação dará certo para qualquer número de mudas?*
(39) G1E2: *Qualquer número que for n, o antecessor é só diminuir 2 e o sucessor só aumentar 2.*
(40) PP: *Por que?*
(41) G1E1: *Porque o antecessor diminui e o sucessor aumenta. E também como a sequência é de 2 em 2, era só diminuir o que for antecessor e aumentar o que for sucessor.*
(42) PP: Então como ficaria a expressão algébrica?
(43) G1E1: *n+2 para o sucessor e n-2 para o antecessor.*

Podemos compreender que a generalização para os números antecessor e sucessor teve por base a observação da sequência e a transformação do conhecimento prévio envolvendo conceitos de antecessor e sucessor, operações fundamentais e expressões algébricas (vistos na questão 5), o que marcou a ocorrência do raciocínio do tipo indutivo pelos estudantes. Podemos, também, observar que realizaram uma justificação para essa generalização (41), com base em definições relacionadas aos conceitos de antecessor e sucessor e à coerência lógica, caracterizando assim, o raciocínio dedutivo.

As questões 7 e 8 da segunda parte da tarefa (Figura 2) apresentaram o mesmo contexto das questões anteriores, porém em uma nova perspectiva, com um enfoque bidimensional, ou seja, em que o crescimento do número de mudas e regiões se dava em duas direções. Na questão 7-c, os estudantes teriam que completar uma tabela com a quantidade de lotes e mudas de cada estágio. Além dos estágios já determinados, os estudantes precisariam encontrar uma expressão que representasse a quantidade de lotes e a quantidade de mudas para um estágio n. Diante da resistência dos estudantes na resolução da tarefa, a PP questionou coletivamente os grupos visando fomentar a formulação de estratégias.

(44) PP: *Cada estágio se estabelece como uma sequência, que aumenta ou diminui?*
(45) G1, G2, G3, G4, G5: *Aumenta.*
(46) PP: *Pela tabela, em cada estágio, aumenta os lotes e as mudas. De que forma aumenta?*
(47) G1E1: *Prof., cada desenho da sequência forma um quadrado maior.*
(48) PP: *E essa formação de quadrados, nós podemos representar na linguagem matemática e algébrica?*
(49) G2E1: *Acho que sim, 1*1, 2*2. 3*3*
(50) PP: *Em relação a quantidade de lotes ou de mudas?*
(51) G2E1: *Quantidade de lotes.*
(52) PP: *E para o estágio n, qual seria a quantidade de lotes?*
(53) G2E1: *n*n*

Podemos inferir que G2E1 estabeleceu uma conjectura relacionando os conceitos de quadrado como figura geométrica e multiplicação ou potenciação, conforme excertos constantes nas linhas (47), (49) e (53), tendo como base combinações de observação, construção e transformação do conhecimento prévio e, dessa forma, formulou uma estratégia de resolução e reconheceu um padrão comum (generalização) para a quantidade de lotes de cada estágio. Esses processos de conjecturar e generalizar estão associados aos tipos de raciocínios abdutivo e indutivo.

A questão 8-a (Figura 2) apresentou uma perspectiva diferente da questão 6. Como os estudantes já tinham compreendido o conceito de antecessor e sucessor, completaram a tabela e fizeram inferências para encontrar as quantidades quando o número de mudas é n. G1 utilizou símbolos para a representação de números desconhecidos (Figura 3), o que foi essencial para que conseguissem representar a expressão genérica.

(54) G1E1: *Se fazer a raiz quadrada de 9 vai dar 3, aí 3+1 = 4, 4*4 =16 que é o número sucessor.* (55) PP: *E como ficaria essa expressão para n mudas?* (56) G1E1: *Faz a raiz quadrada de n, aí o resultado soma 1, depois o resultado multiplica por ele mesmo.* (57) PP: *E como ficaria para o antecessor?* (58) G1E2: *Diminui 1. Raiz quadrada de 9, daí faz 3-1 =2 e multiplica 2*2 = 4.* (59) PP: *E para o antecessor de n?* (60) G1E2: *Mesma coisa, só diminuir 1.*

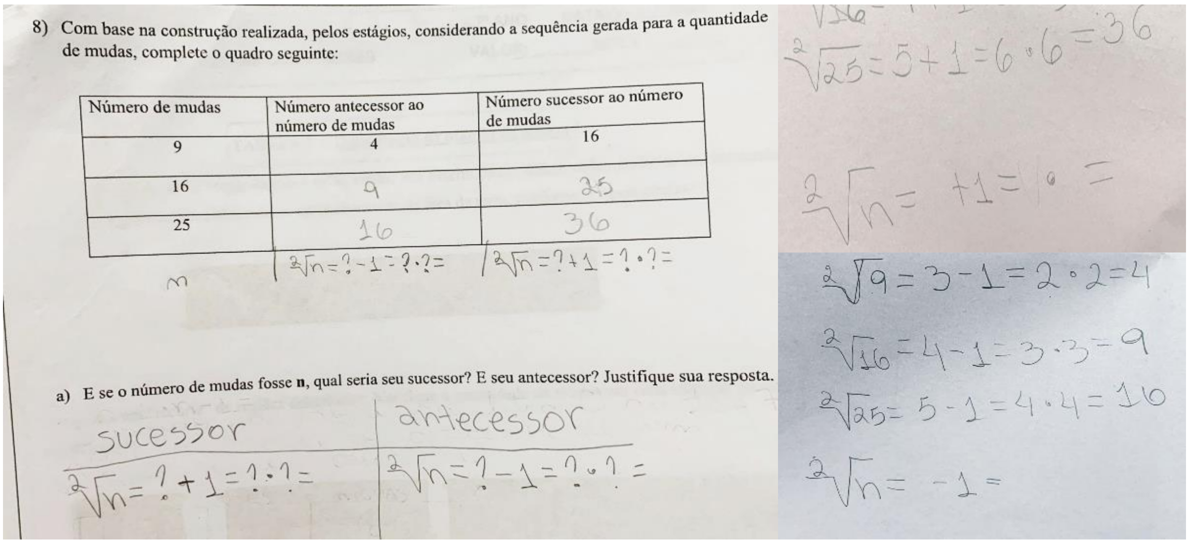


Figura 3 – Resolução da questão 8-a da Tarefa – Parte 2 (Figura 2), por G1E1
Fonte: Arquivo dos autores.

As inferências realizadas por G1 estão relacionadas ao processo de conjecturar, tendo como base a observação da sequência e a transformação do conhecimento prévio de raiz quadrada, operações fundamentais e conceitos de antecessor e sucessor (54). Além disso, as estudantes desenvolveram a generalização (56) (Figura 3), com base em combinações de observação da sequência, construção de uma expressão algébrica e transformação do conhecimento prévio. Assim, suas ações foram correspondentes a indução e a abdução.

Reflexões sobre as aprendizagens e dificuldades dos estudantes

Os objetivos de aprendizagem da tarefa envolvem a compreensão de regularidades em determinadas sequências numéricas, compreensão de quadrados perfeitos, entendimento sobre expressões numéricas utilizando operações com Números Naturais, e compreensão do significado de expressão algébrica para representação de uma expressão geral. Com base nesses objetivos, a tarefa propiciou aos estudantes, possibilidades para resolução, os quais utilizaram conhecimentos prévios e formularam estratégias durante o desenvolvimento das questões.

Previmos ações dos estudantes frente a tarefa, sendo: identificar um padrão em determinadas sequências e encontrar uma forma geral para determinar a regularidade de tais sequências (questões 1 a 7-a-b-c); identificar números antecessores e sucessores de sequências distintas e encontrar uma forma geral para essas sequências (questões 6-a e 8-a); e perceber que o formato geométrico da ilustração de delimitação de plantio de mudas de árvores altera o comportamento da sequência gerada pelas quantidades de mudas e regiões (questão 7-a-b-c). Para que essas ações fossem concretizadas, foi necessária a intervenção da professora durante todas as fases das aulas, com esclarecimentos sobre os enunciados das questões no Lançamento da Tarefa, questionamentos facilitadores frente as dificuldades dos estudantes durante o Trabalho Autônomo e explorações de resoluções, reflexões e explicações formais durante a Discussão Coletiva.

As possíveis dificuldades dos estudantes esperadas na tarefa estão relacionadas a encontrar uma forma geral para a regularidade das sequências e/ou para os números antecessores e sucessores.

Nas questões 5 e 6 (Figura 1), os estudantes tiveram certa dificuldade em representar expressões algébricas e estabelecer relações com operações envolvendo Números Naturais com vistas a generalização. Nesse sentido, foi essencial a intervenção da PP durante o Trabalho Autônomo e, principalmente, durante a Discussão Coletiva, explicando aos estudantes as relações que podem ser estabelecidas entre as sequências a fim de chegar a uma expressão de natureza genérica, incentivando a resolução autônoma dos estudantes e tomando cuidado para não responder a questão, tendo por base as próprias resoluções dos estudantes, apresentando outras representações na lousa, como exemplo, que a expressão n+n+2 (Figura 3) também poderia ser representada como 2n +2.

Nas questões 7-c e 8-a (Figura 2), que envolveram a generalização, a maioria dos estudantes tentou representar algebricamente, pois devido ao fato de já terem experiência semelhante com a questão 5 e 6, em outra perspectiva, puderam pensar sobre representações algébricas e compreender o significado, mesmo que não chegando ao resultado correto (Figura 4).

ISSN 2595-5578

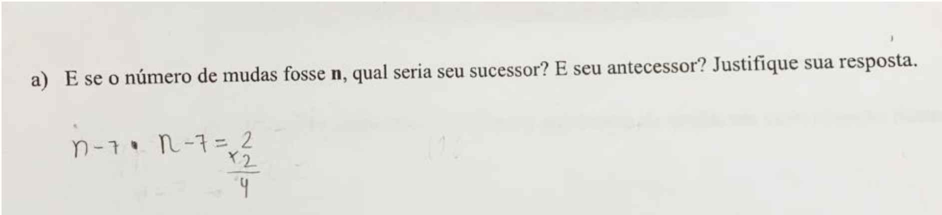


Figura 4 – Resolução da questão 8-a da Tarefa - Parte 2 (Figura 2), por G4E1.
Fonte: Arquivo dos autores

A representação de G4E1 (Figura 4), embora seja de forma algébrica, somente foi válida para um exemplo numérico da sequência, não correspondendo a uma generalização. Essa dificuldade se deu pela falta de interpretação da regularidade da sequência em contexto algébrico. Nesse sentido, durante a Discussão Coletiva a PP explanou aos estudantes sobre a invalidade da expressão encontrada e que não representava todos os termos da sequência. Em seguida, apresentou a expressão correta, já realizada por G1.

Na Discussão Coletiva referente a questão 8-a (Figura 2), a PP utilizou as resoluções dos estudantes comentando sobre suas representações e explicando sobre outras formas de representar a mesma expressão. Alguns estudantes representaram a incógnita da expressão com o símbolo do ponto de interrogação, porém, mesmo com a utilização de um símbolo incomum, compreenderam o seu significado, que se referia a um número desconhecido. Nesse caso, a PP esclareceu que as expressões algébricas (Figura 5) poderiam ser representadas como $(\sqrt{n} + 1)^2$ para o sucessor e $(\sqrt{n} - 1)^2$ para o antecessor.

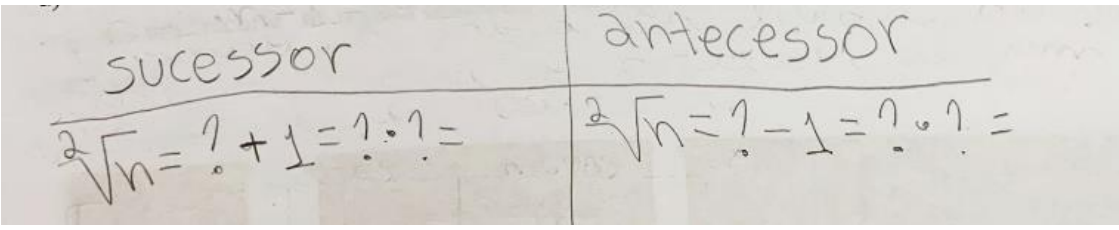


Figura 5 – Representação algébrica da questão 8-a da Tarefa – Parte 2 (Figura 2), por G1E1.
Fonte: Arquivo dos autores

O desenvolvimento da tarefa (Figuras 1 e 2) possibilitou aprendizagens em acordo com os objetivos propostos, tendo G1 e G4 apresentando algumas dificuldades pontuais relacionadas às representações algébricas. O significado de uma expressão algébrica foi clarificado pela PP durante a discussão coletiva com a utilização das resoluções e dos exemplos dos próprios estudantes.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Podemos destacar que a experiência com o Ensino Exploratório em sala de aula no contexto rural caracterizou-se como relevante para o desenvolvimento de processos inerentes aos tipos de RM. Verificamos que todos os estudantes desenvolveram conjecturas para a realização das questões da tarefa, sendo que alguns conseguiram generalizar e também justificar. Dessa forma, foi possível evidenciar que o tipo de raciocínio mais utilizado foi o abdutivo por G1, nas questões 2 e 8-a, linhas (7) e (54) da tarefa – partes 1 e 2 (Figuras 1 e 2) e por G2, na questão 7-c, linhas (47), (49) e (53) da tarefa – parte 2 (Figura 2). A indução foi utilizada por G1, na questão 5, linha (33) e na questão 8-a, linha (56) e (Figura 3) da tarefa – partes 1 e 2 (Figuras 1 e 2) e por G2, na questão 7-c, linha (53) da tarefa – parte 1 (Figura 1). A dedução foi utilizada por G1, na questão 6, linha (41) da tarefa – parte 1 (Figura 1). Os demais grupos, G3, G4 e G5 tiveram maior dificuldade em utilizar os raciocínios indutivo e dedutivo, sendo identificado apenas o raciocínio abdutivo por meio de conjecturas para a realização da tarefa.

Evidenciamos que as aprendizagens relacionadas a tarefa, como o uso de operações fundamentais, interpretação de sequências, regularidades e expressões numéricas e algébricas foram identificadas nas produções dos estudantes considerando-se os seus conhecimentos prévios. Alguns estudantes apresentaram dificuldades principalmente para generalização com a utilização de expressões algébricas.

Durante as três fases que a tarefa foi desenvolvida, a PP apoiou e incentivou os estudantes. Na discussão coletiva foi possível a troca de experiências sobre a resolução da tarefa e a mediação da PP para a aprendizagem formal. Destacamos também que o contexto da tarefa foi incentivador aos estudantes, que se mostraram interessados por se tratar de suas realidades cotidianas.

É importante salientar que a experiência de ensino foi desafiadora, principalmente devido às lacunas de aprendizagens pós pandemia, mas com a perspectiva do Ensino Exploratório os estudantes vivenciaram a matemática de forma interativa e colaborativa, refletindo sobre suas estratégias e soluções, fomentando a sua aprendizagem. Esperamos, com essa proposta, contribuir com os educadores a fim de que seus estudantes possam desenvolver capacidades de RM, novas perspectivas em relação à matemática e autoconfiança ao esquematizar questões e argumentar sobre fatos e resultados, consolidar e obter conhecimentos, entre outras potencialidades que contribuirão ativamente para a sua formação enquanto cidadãos críticos e criativos.

Agradecimentos:

Ao apoio recebido do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq - Brasil, e ao Projeto Reason (IE-UNILISBOA, PT).

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017. BRASIL – disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#fundamental/a-area-de-matematica> Acesso em março de 2021.

GIL, K. H., **Reflexões sobre dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra.** 2008. 118 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Fac. De Física, PUCRS, Porto Alegre, 2008.

JEANNOTTE, D., & KIERAN, C., A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. Educational Studies in Mathematics. **Educ Stud Math**, 96:1, p. 1–16, Canadá, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8> Acesso em junho de 2022.

LIMA, A. S.; LIMA, I.M.S., Educação Matemática e Educação do Campo: desafios e possibilidades de uma articulação. **Em Teia**: **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Pernambuco, v. 4, n. 3, p. 1-10, 2013.

MARCONDES, N. A.V.; BRISOLA, E. M. A. Análise por triangulação de métodos: um referencial para pesquisas qualitativas. **Revista Univap**, São José dos Campos, v. 20, n. 35, p. 201-208, jul. 2014.

PONTE, J. P., Gestão curricular em Matemática. In: PONTE, J. P. **O professor e o desenvolvimento curricular.** Lisboa: Apm, 2005. p. 11-34.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A., **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: Dgidc, 2009. 180 p.

PONTE, J.P.; MATA-PEREIRA, J.; QUARESMA, M., *Challenging students to develop mathematical reasoning.* **Project REASON – Mathematical Reasoning and Teacher Education,** Lisboa, 2017.

PONTE, J.P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J., Como desenvolver o raciocínio matemático em sala de aula? **Educação e Matemática,156** Lisboa: APM, p.7-11, 2020.

RIVERA, F.D.; & BECKER, J. R., Algebraic reasoning through patterns: Findings, insights, and issues draw from a three-year study on patterns are intended to help teach prealgebra and álgebra. **Mathematics Teaching in the Middle School**, 15 (4), p. 213-221.

STEIN, M. K., ENGLE, R. A., SMITH, M., & HUGHES, E. K. Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. **Mathematical Thinking and Learning**, 10, 313-340.