ENSINO-APRENDIZAGEM DE PROGRESSÃO ARITMÉTICA VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: ANÁLISE DE UMA PROPOSTA ELABORADA POR UM LICENCIANDO EM MATEMÁTICA

Iara Souza Doneze
Universidade Estadual de Maringá - UEM
iaradoneze@gmail.com

Fernando Francisco Pereira
Universidade Estadual de Maringá - UEM
fernandoutfcp@gmail.com

Ana Beatriz de Oliveira
Universidade Estadual de Maringá - UEM
anaboliveirac@gmail.com

Letícia Munhoz Padovan
Universidade Estadual de Maringá - UEM
leticiapadovan18@gmail.com

Marcelo Carlos de Proença
Universidade Estadual de Maringá - UEM
mcproença@uem.br

Resumo: O presente trabalho caracteriza-se como uma pesquisa de abordagem qualitativa de cunho descritivo, o qual objetivou analisar uma proposta para o ensino-aprendizagem de progressão aritmética (PA) via resolução de problemas, elaborada por um discente matriculado no sétimo semestre de um curso de licenciatura em matemática, de uma universidade pública, localizada no noroeste do estado do Paraná. A análise dos dados se pautou nas ações de escolha do problema e articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo, as quais são desempenhadas ao longo do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP). No que se refere à escolha do problema, a situação de matemática selecionada foi adaptada do Exame Nacional do Ensino Médio, para o qual o participante previu três estratégias de resolução. Quanto à articulação das estratégias ao conteúdo, o licenciando explorou as características de uma PA por meio da discussão de pontos centrais das estratégias apresentadas, a fim de articular à razão e ao termo geral da PA.
Palavras-chave: Ensino de Matemática. Formação Inicial de Professores. Resolução de Problemas

INTRODUÇÃO

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) apresenta competências específicas a serem desenvolvidas por meio de um conjunto de habilidades, que envolvem o estabelecimento de conjecturas pautadas em investigações e formulações de argumentos. No que se refere ao ensino de Progressões Aritméticas (PA), a resolução de problemas deve ser considerada neste processo, conforme é descrito em uma das habilidades indicadas pela BNCC (BRASIL, 2018, p. 541): “Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas”. Assim, considera-se que o uso da resolução de problemas no ensino de PA seja uma das possibilidades para abordar tal conteúdo.

Desde a formação inicial, é essencial que os futuros professores de matemática construam conhecimentos, inclusive referentes aos conteúdos e como ensiná-los (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Nesse sentido, uma das possibilidades é conhecer sobre a resolução de problemas como abordagem de ensino e como conduzi-la em sala de aula (BRASIL, 2018; PROENÇA, 2018).

Mendes, Maia-Afonso e Proença (2020) analisaram a compreensão de licenciandos acerca da resolução de problemas no ensino, verificando que possuem dificuldades em abordar um problema como ponto de partida para o ensino de um conteúdo e concluíram que é importante possibilitar momentos formativos que permitam aos licenciandos entrarem em contato com a resolução de problemas por meio de atividades teóricas e práticas.

Oliveira (2022) desenvolveu um curso com licenciandos em Matemática, abordando a temática da resolução de problemas no ensino e, ao analisar as propostas desenvolvidas por futuros professores elaboradas a partir das ações do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (PROENÇA, 2018) para o ensino de conteúdos algébricos, verificou que entre as dificuldades apontadas pelos licenciandos estavam escolher problemas adequados e fazer a articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo.

Considerando importante desenvolver estudos para ampliar o conhecimento sobre a dificuldades e compreensões do uso da resolução de problemas no ensino, este trabalho tem como objetivo analisar uma proposta para o ensino-aprendizagem de progressão aritmética via resolução de problemas, elaborada por um discente de um curso de licenciatura em matemática.

ENSINO DE PROGRESSÃO ARITMÉTICA: ALGUNS ESTUDOS

O ensino de Progressão Aritmética (PA) se faz presente na etapa do Ensino Médio, porém, desde o Ensino Fundamental-Anos Finais, trabalham-se com sequências, generalizações, que são conteúdos prévios importantes. Archilia (2008) desenvolveu uma pesquisa com o objetivo de investigar se alunos do 2º ano do Ensino Médio conseguiriam construir uma fórmula para o termo genérico de uma PA por meio de atividades de observação e generalização de padrões. Verificou que nenhum deles conseguiu encontrar uma fórmula para o enésimo termo de uma PA. Archilia (2008) constatou que essa dificuldade se deve a falta do trabalho com padrões e generalizações durante toda a trajetória escolar.

Carvalho (2008) realizou uma pesquisa com o 1º ano do Ensino Médio e verificou que os alunos tiveram facilidade em indicar o próximo termo de diversas sequências, por outro lado, tiveram dificuldade em compreender a característica de uma PA (diferença constante entre um termo e seu sucessor). Com isso, indica a importância de, ao trabalhar o ensino de PA, explorar sua característica principal e fazer comparações entre outros tipos de sequências e a PA para verificar diferenças. Carvalho (2008) ressalta que após a discussão das características da PA, os alunos compreenderam a razão positiva, mas muitos não entenderam suas características associadas à PA de razão negativa ou de razão positiva com o primeiro termo negativo. Por fim, o pesquisador também aponta que os alunos tiveram grande dificuldade para construir uma fórmula do termo geral, apesar disso, a maioria conseguiu realizar a soma de termos da PA.

Frente a essas dificuldades dos alunos em conseguirem construir o termo geral de uma PA, um modo de abordar esse conteúdo é com a resolução de problemas. Gonçalves, Santos e Silva (2013) desenvolveram uma proposta de ensino com alunos do 1º ano de Ensino Médio, utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014). Previamente, trabalharam com diversas sequências e percepções de padrões, contextualizando com padrões que se encontram na natureza e abordando história da matemática. Posteriormente, apresentaram uma situação para os alunos resolverem que envolvia o conceito de PA, ainda não conceituado e, a partir disso foram apresentadas as definições e fórmulas associadas ao conceito

Vargas (2019) analisou uma proposta de ensino para a introdução do conceito de PA utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014). Foi desenvolvida uma sequência didática com alunos do 1º ano do Ensino Médio utilizando atividades com ordem crescente de dificuldade. Vargas (2019) aponta que apesar dos desafios de se trabalhar com o ensino através da resolução de problemas, os alunos conseguiram identificar padrões e criar conjecturas, pois os foram instigados a pensar e criar estratégias. Assim, compreendemos que utilizar a resolução de problemas como ponto de partida no ensino de PA pode trazer contribuições para a construção do conceito e compreensão de suas características.

ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS (EAMVPR)

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), a área de Matemática e suas Tecnologias no Ensino Médio deve possibilitar a ampliação dos conhecimentos construídos pelos estudantes na etapa do Ensino Fundamental. Para que isto ocorra é necessário que os alunos desenvolvam habilidades específicas relacionadas aos processos de construção de modelos, de investigação e de resolução de problemas. Neste sentido, abordar a resolução de problemas no ensino e aprendizagem de Matemática é fundamental, visto que conforme a BNCC (2018, p. 529) “[...] novos conhecimentos específicos devem estimular processos mais elaborados de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos matemáticos”.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), apresentam de forma concisa que um dos princípios que orientam a resolução de problemas no ensino e aprendizagem desta disciplina é a abordagem do problema como ponto de partida:

> A situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las (BRASIL, 1998, p. 40).

Os estudos de Schroeder e Lester Junior (1989) especificam as principais abordagens da resolução de problemas, dentre as quais o *ensino via resolução de problemas*, entendido pelos pesquisadores como o modo mais coerente a ser utilizado no ensino de matemática, visto que considera o problema como ponto de partida para o tópico que se pretende ensinar.

De acordo com a abordagem do ensino via resolução de problemas, Proença (2018) estabelece uma proposta compreendida em uma sequência de ações a serem adotadas pelo professor em sala de aula. Essa proposta foi denominada pelo pesquisador como Ensino-

Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP). A qual foi sintetizada em uma sequência de cinco ações, que devem ser realizadas antes de se iniciar o ensino de um novo conteúdo, a saber: escolha do problema, introdução do problema, auxílio aos alunos durante a resolução, discussão das estratégias dos alunos e articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo.

A primeira ação, *escolha do problema*, consiste em optar por uma situação de matemática que direcione os alunos a utilizarem conceitos, procedimentos e princípios matemáticos aprendidos anteriormente para resolverem-na e, em seguida, direcioná-los a estabelecer uma relação ao novo conteúdo. Esse direcionamento também pode envolver seguir um processo de generalização, voltado à construção de conceitos ou chegar a fórmulas/expressões. Para tal, a situação de matemática escolhida deve favorecer o reconhecimento de sua essência como problema pelos alunos, de modo que possibilite vários caminhos e estratégias de resolução. Este fato, de que o problema não possui um único caminho de resolução, deve ficar claro para os alunos (PROENÇA, 2018).

A *introdução do problem*a é a segunda ação, em que o professor tem o contato com os alunos em sala de aula. O objetivo desta ação é apresentar aos alunos a situação de matemática como ponto de partida para o novo conteúdo/conceito/assunto que se pretende ensinar. É importante que seja feita a organização inicial da turma, dividindo os alunos em grupos, para facilitar a interação e mediação do professor. Neste momento a situação pode se configurar como um problema para os alunos (PROENÇA, 2018).

A terceira ação consiste no *auxílio aos alunos durante a resolução*. Essa ação tem como objetivo auxiliar os alunos nas dúvidas referentes a termos matemáticos, bem como direcioná-los a rumos coerentes no caso de interpretações equivocadas, sempre questionando a racionalidade das respostas obtidas. Segundo Proença (2018, p. 51), o professor assume o papel “[...] de observador, incentivador e direcionador da aprendizagem, apoiando os alunos a desenvolver autonomia frente ao processo de resolução”.

Na quarta ação, de *discussão das estratégias dos alunos*, o objetivo central é promover a socialização entre os grupos, permitindo que seja exposto em lousa a resolução de cada equipe. Durante esse momento, é possível esclarecer equívocos cometidos, provenientes tanto de incompreensões da língua materna, quanto de estratégias não apropriadas e procedimentos matemáticos inadequados. É importante, novamente, levar os alunos a refletirem sobre a racionalidade de suas respostas, isto é, se estão de acordo com o contexto do problema, sintetizando o que aprenderam (PROENÇA, 2018).

Na última ação, deve haver a *articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo*. Para tal, é importante que o professor retome os pontos centrais de uma determinada estratégia apresentada pelos alunos, articulando-a ao conteúdo/conceito/assunto que se pretende ensinar. Nesse momento, pode haver um processo de generalização e articulação com os novos conhecimentos. Caso não seja possível uma articulação, a resolução previamente organizada pelo professor pode ser apresentada de forma direta aos alunos (PROENÇA, 2018).

METODOLOGIA

Este trabalho caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa-descritiva. Qualitativa, pois, segundo Flick (2013), contribui para uma análise detalhada dos dados, de modo a possibilitar retratar a perspectiva dos participantes. Descritiva, pois busca descrever as características atitudinais e conceituais dos sujeitos ao elaborarem uma proposta de ensino pautada nos pressupostos teóricos do EAMvRP (GIL, 2008).

O desenvolvimento da pesquisa se deu em um ambiente formativo, relacionado à temática sobre o ensino via resolução de problemas. Os participantes foram licenciandos em matemática, matriculados no 7º semestre do curso, quarto ano, de uma universidade pública localizada no noroeste do estado do Paraná. Ao longo dos encontros formativos, a partir da resolução de algumas situações contextualizadas de matemática, foram abordados aspectos teóricos referentes à resolução de problemas, a saber: definição de problema, etapas da resolução de problemas e conhecimentos mobilizados ao longo de uma resolução (conhecimentos linguístico, semântico, esquemático, estratégico e procedimental). Posteriormente, foi apresentado/discutido a abordagem de Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas, conforme proposto por Proença (2018). Por fim, frente a perspectiva trabalhada, foi solicitado aos participantes que elaborassem e apresentassem uma proposta de ensino.

Nesse sentido, para o presente estudo, será apresentada uma proposta para o ensino e aprendizagem de Progressão Aritmética seguindo os pressupostos teóricos de Proença (2018). Tal proposta foi elaborada e apresentada nas aulas por um participante, o qual será denominado ficticiamente por João. Portanto, a análise e descrição dos dados pautou-se em apresentar e discutir a organização do licenciando na primeira ação, *escolha do problema*, a qual envolve a seleção da situação de matemática a compor a proposta de ensino e a delimitação das estratégias de resolução; e na quinta ação, *articulação das estratégias ao conteúdo*.

ISSN 2595-5578

A escolha pelas duas ações é decorrente do fato de que consistem do cerne do planejamento de ensino. Na escolha do problema, estudos revelaram que a busca por um possível problema exige uso de conhecimento matemático pelo (futuro) professor, de modo que ele possa prever estratégias de resolução (MENDES; PROENÇA, 2020; PROENÇA, 2016; PROENÇA, 2022). No caso da ação de articulação, esta deriva também dessa escolha, uma vez que será a partir dessas estratégias que haverá a articulação ao novo conteúdo. Proença (2022) destacou justamente em seu estudo com sete licenciandos envolvidos no EAMvRP que, ao prever possíveis estratégias de resolução frente à situação de matemática selecionada, o futuro professor passa a ter maior controle do desenvolvimento de sua aula, sobretudo visualiza possibilidades de articulação ao conteúdo a ser apresentado.

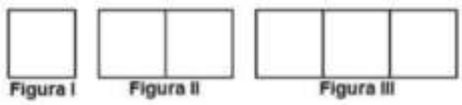
ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

PRIMEIRA AÇÃO – ESCOLHA DO PROBLEMA

Inicialmente, será lançado um olhar para a escolha da situação de matemática, a fim de identificar se aspectos importantes destacados por Proença (2018), na primeira ação, foram contemplados. A situação de matemática escolhida por João foi adaptada do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) realizado no ano de 2010. A seguir apresenta-se o Quadro 1 com a situação adaptada por João.

Situação de matemática escolhida para compor a proposta de ensino

(Enem 2010 - Adaptado) Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando palitos de fósforos para montar figuras, onde cada lado foi representado por um palito. A quantidade de palitos de cada figura depende da quantidade de quadrados que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir:



a) Mantendo o padrão apresentado, construa com os palitos a 4ª, 5ª e 6ª figuras.
b) Complete a tabela com a sequência correspondente à quantidade de palitos usados na construção de cada figura.

Posição da Figura	Número de quadrados	Número de Palitos
1ª	1	4
2ª	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	

c) Vocês perceberam algum padrão na formação das figuras? Descreva-o.
d) Continue completando a tabela e obtenha a expressão fornece o número de palitos em função do

número de quadrados de cada figura?

Posição da Figura	Número de quadrados	Número de Palitos
10ª	10	
...	...	...
25ª	25	
...	...	...
n-ésima		

Quadro 1 - Escolha da situação de matemática
Fonte: Dados da Pesquisa (2022)

Essa situação de matemática possui potencial para se tornar um problema aos alunos, visto que não requisita a utilização de um algoritmo ou procedimento automático de resolução. Destaca-se, ainda, que possibilita que os alunos a resolvam a partir de seus conceitos, princípios ou procedimentos matemáticos aprendidos anteriormente, conforme é indicado por Proença (2018). Tal fato fica evidente no relato de João: (...) *já vi uma professora trabalhando algo parecido, porém não foi com a intenção de estudar PA, foi apenas para identificar um padrão em uma sequência, ela trabalhou com uma turma de 6º ano.* Assim, é possível vislumbrar um ensino em que uma mesma situação de matemática pode ser trabalhada em diferentes contextos, a depender do objetivo do professor (PROENÇA, 2018).

Quanto à estruturação da situação de matemática, esta é composta pelos itens a, b, c e d, os quais, em conjunto, conduzem o resolvedor a chegar em uma expressão que forneça o número de palitos em função do número de quadrados. Isso é uma postura importante, uma vez que se pode direcionar os alunos da escola, ao final, a estabelecerem relações entre o que fizeram e a fórmula/expressão da PA, dando suporte à quinta ação, de articulação da estratégia ao conteúdo. O estudo de Proença (2021) mostrou justamente que na organização do EAMvRP com foco na aprendizagem de padrões algébricos por parte de licenciandos, a proposição de situações de matemática pode se valer de figuras representativas (casos particulares) e de questionamentos que conduzam os alunos diretamente à obtenção desses padrões algébricos.

Quanto à previsão *das estratégias*, momento que integra a primeira ação de Proença (2018), João previu três estratégias, todas associadas ao item d da situação de matemática (Quadro 1), as quais encontram-se apresentadas no Quadro 2 a seguir.

Previsão da estratégia 1	
Estratégia 1	Os alunos podem utilizar a contagem, assim aumentando três unidades em relação ao termo anterior. Concluir rapidamente que a sequência é 4, 7, 10, 13 e assim por diante
Estratégia 2	Observando o padrão dos palitos, o aluno pode chegar à generalização

	P(n) = 3n + 1 Fixando o primeiro palito e utilizando a regra: 1 + 3 × (número de quadrados) = 1 + 3n.
Estratégia 3	Observando o padrão dos palitos, os alunos podem chegar à expressão: P(n)=4 + (n – 1) × 3 A partir de que a sequência iniciava no quatro e a cada termo da sequência, era sempre aumentado 3 com relação ao termo anterior. Indicaram pôr n - 1 o número anterior a n, como no registro da figura acima, isto é, utilizaram a regra: 4 + 3 × (número de quadrados tirando um) = 4 + 3(n - 1)

Quadro 2 - Previsão das estratégias de resolução da situação de matemática
Fonte: Dados da Pesquisa (2022)

No que se refere à estratégia 1, não se faz menção à generalização que forneça o número de palitos em função do número de quadrados e sim à obtenção correta da sequência. Ao apresentar a estratégia, João fez o seguinte comentário referente à busca por um padrão.

> *A Primeira estratégia, acho que seria mais comum, onde os alunos poderiam organizar a sequência com os palitinhos mesmo e identificar quanto daria. Porém, julgo que partindo dessa estratégia ao chegar ao final do exercício eles teriam uma certa dificuldade em determinar uma generalização.*

Acredita-se aqui que os alunos poderiam com facilidade adotar tal estratégia, uma vez que ao manipular os palitos, ou até mesmo realizar uma representação pictórica, perceberiam que a quantidade de palitos aumenta em 3 unidades quando comparado com o termo anterior, podendo facilmente responder os itens a, b e c. Entretanto, ao olhar para o item d, conforme apontado por João, os estudantes poderiam encontrar uma certa dificuldade em buscar uma generalização, uma vez que a estratégia se pautou apenas na observação numérica da sequência conforme foi constatado nas investigações por Archilia (2008) e Carvalho (2008).

As estratégias 2 e 3 possuem, ambas, uma similaridade, visto que a expressão apresentada na estratégia 3, P(n)=4 + (n – 1) × 3, quando desenvolvida resulta na expressão apresentada na estratégia 2, P(n) = 3n + 1. Nesse sentido, João teceu os seguintes comentários, referente às estratégias 2 e 3.

> *No que se refere a segunda estratégia é possível observar que quanto aos padrões dos palitinhos podemos chegar em uma generalização, em que os palitos podem ser determinados por 3n +1, reparando que eles sempre crescem de três em três e já começou com um quadradinho, então para formar mais um quadradinho é um mais três palitinhos depois mais três palitinhos, e assim formam-se os quadrados. Então pensei que eles também poderiam chegar na generalização após terem montado a tabela do item b.*
>
> *A terceira estratégia, acho que seria menos comum os alunos utilizarem. Observando os padrões os alunos podem chegar na expressão 4 + (n-1). 3, que é onde iniciamos com o termo 4 que é o termo inicial, os 4 palitos do primeiro quadradinho, e assim vamos acrescentando mais 3 palitos e o (-1) é referente ao anterior, assim conseguimos chegar na generalização.*

Embora ambas as estratégias estejam diretamente relacionadas, ao lançar os olhos para a explicação dada por João, compreende-se que, ao resolver a situação por meio da estratégia 2, considera-se o primeiro palito como fixo de modo a acrescer 3 palitos sempre que um novo quadrado for formado. Já na estratégia 3, o resolvedor parte da ideia de que a primeira figura (quadrado) é formada por 4 palitos, e a cada figura que se queira formar mais 3 palitos são adicionados. Tanto a estratégia 2 quanto a 3 são esperadas por João, porém pesquisas citadas anteriormente revelam a dificuldade dos alunos em determinar expressões que definem o enésimo termo (ARCHILIA, 2008; CARVALHO, 2008). Assim, o fato de terem montado a tabela do item b e irem adicionando palitos de modo gradual (VARGAS, 2019) em meio a exploração do problema como ponto de partida poderá propiciar a compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos.

QUINTA AÇÃO – ARTICULAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS DOS ALUNOS AO CONTEÚDO

A partir das estratégias elencadas, conforme aponta Proença (2018), espera-se que o professor realize uma articulação de modo a apresentar o conceito/conteúdo que se queira ensinar. No caso da situação de matemática analisada, João propôs articular as estratégias à Progressão Aritmética em sua proposta de ensino. Para tanto, apresentou uma organização para a articulação ao conteúdo, a qual envolveu as ideias das três estratégias, conforme apresentado no Quadro 3.

Articulação das estratégias ao conteúdo de Progressão Aritmética
As conclusões obtidas a partir da resolução do problema são retomadas, ou seja, partindo da sequência (4, 7, 10, 13, ⋯), de forma colaborativa entre os alunos e o professor. Explicar que, para formar um quadrado, é necessário utilizar quatro palitos. Para formar dois quadrados, sete palitos e, para formar três quadrados, dez palitos e assim por diante. Com isso, temos uma progressão aritmética de razão igual a 3, onde os índices dos termos da PA indicam o número de quadrados (Q) construídos em cada passo, enquanto os termos representam a quantidade de palitos (P) utilizada na construção. Vale destacar que ao encontrarmos a razão, nada mais estamos fazendo do que identificar o padrão que está implícito na sequência. Então $a_1 = 4$, $a_2 = 7$, $a_3 = 10$. E fazer alguns questionamentos, por exemplo: É isso? O que acontece do a_1 para o a_2? E de a_2 para a_3? Então o que vai acontecer a a_{n+1} em relação a a_n? Perceberam? Depois dessas perguntas, pode-se mostrar: $$\mathbf{a_{n+1} = a_n + 3 \leftrightarrow a_{n+1} - a_n = 3, \forall n \in} \mathbb{N}$$ Em seguida, apresentar a definição de P.A: uma sequência na qual a diferença entre cada termo e o termo anterior é constante. Essa diferença constante é chamada de razão da progressão e representada pela letra r. Depois apresentar a demonstração da fórmula do termo geral de uma P.A. Assim concluir que: $\mathbf{a_n = a_1 + (n - 1).\, r}$, assim no exemplo $a_n = 4 + (n - 1).3$

Quadro 3 - Articulação das estratégias ao conteúdo de Progressão Aritmética
Fonte: Dados da Pesquisa (2022)

A proposta de articulação parte da discussão das estratégias apresentadas, segundo aponta Proença (2018), a fim de conduzir os estudantes a compreenderem a organização da sequência, conforme apontou João ao longo de sua apresentação: *Partindo das discussões das estratégias, os alunos poderiam perceber que os números de quadrados seguem uma ordem, e essa ordem conhecemos como sequência (...).* Assim, João estaria conduzindo os alunos a compreenderem o conceito de razão, pois elencou alguns questionamentos a serem feitos ao longo da articulação: *O que acontece do* a_1 *para o* a_2*? E de* a_2 *para* a_3*? Então o que vai acontecer a* a_{n+1} *em relação a* a_n*?* Questionamentos que de antemão podem favorecer a compreensão dos alunos a respeito das características da PA abordada, bem como da definição formal de razão, a qual João destaca apresentar. Todo o cenário descrito, encontra-se em consonância com os apontamentos tecidos por Carvalho (2008), quanto à importância de explorar as características de uma PA.

No entanto, apesar da importância de vários aspectos na possível articulação ao conteúdo, João poderia ter deixado claro como encaminharia as escolhas simbólicas (a_1, a_{n+1}, a_n) que são próprias para designar a sequência e direcionar para a expressão de PA. Identificamos que a intenção de João seria apresentar diretamente essa simbologia para adentrar na expressão da PA envolvida, segundo a sua explicação em sala para os demais colegas: *definir formalmente todo o conceito de PA, para então poder demonstrar a fórmula do termo geral da PA.*

Nesse sentido, segundo o Quadro 3, Joao indica apenas explicar algo a alguém, sendo que não apresenta como seria realizada a demonstração e como realizaria sua articulação ao conteúdo para uma compreensão dos possíveis alunos, dando como justificativa da sua omissão o seguinte: *como é um pouco extensa optei em não descrever aqui, mas penso ser interessante apresentar ao alunos, a fim de mostrar a eles que o que eles fizeram esta relacionado com a forma geral.* Destaca-se, assim, que conforme aponta Proença (2018), em uma proposta de trabalho, faz-se necessário apresentar as minúcias dos detalhes a serem realizados, a fim de ficar mais clara a implementação. Portanto, seria importante que João apresentasse como seria a discussão a partir da demonstração apresentada.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo analisar uma proposta para o ensino-aprendizagem de progressão aritmética via resolução de problemas, elaborada por um discente de um curso de licenciatura em matemática. Nota-se que atividades formativas com foco em abordagens para o ensino de matemática, como o caso do EAMvRP de Proença (2018), propiciam aos futuros professores possibilidades de organizar aulas, enlaçada pela mobilização de distintos domínios do conhecimento matemático do professor (BALL, THAMES, PHELPS, 2008).

Quanto à *escolha do problema*, concorda-se com Mendes e Proença (2020) que se trata da etapa mais importante. Assim, firmando com Proença (2016), consideramos que tal relevância decorre do fato de que é nessa etapa que o futuro professor revela o domínio do conhecimento da Matemática ao passo que reflete sobre a matemática que pode ser empregada ou explorada na situação escolhida, permitindo levantar conjecturas de possíveis estratégias que poderão ser desenvolvidas pelos alunos.

Quanto à proposta à *articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo*, considera-se que esteve associada mais à definição formal do conteúdo do que aos caminhos ou condução que o futuro professor desempenharia. Tal fato pode estar associado à falta de domínios do conhecimento matemático para o ensino, atrelados à associação do conteúdo aos alunos e ao ensino, tendo em vista a dificuldade de tratar da simbologia matemática, ou mesmo de um conhecimento horizontal do conteúdo por entre o currículo conforme aponta Ball, Thames e Phelps (2008).

Por fim, cabe destacar que a importância da pesquisa reside diretamente na necessidade da constante promoção de uma formação de futuros professores para abordar o ensino via resolução de problemas, consoante ao EAMvRP, além de contribuir para novas perspectivas para o ensino de PA, contribuindo para a alteração do cenário constatado pelas pesquisas aqui apontadas.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas. In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Org.). **Resolução de Problemas:** teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014, p. 35-52.

ARCHILIA, S. **Construção do termo geral da Progressão Aritmética pela observação e generalização de padrões**. 2008. 89 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo-SP, 2008.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special. **Journal of teacher education**, v. 59, n. 5, p. 389-407. 2008.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

FLICK, U. **Introdução à metodologia de pesquisa:** um guia para iniciantes. Penso Editora, 2013.

CARVALHO, C. A. S. **O aluno do Ensino Médio e a criação de uma fórmula para o termo geral da Progressão Aritmétic**a. 2008. 254 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo-SP, 2008.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 6ª ed. São Paulo: Atlas, 2008

GONÇALVES, K. L. A. V.; SANTOS, K. C.; SILVA, J. F. Resolução de problemas no processo de ensino aprendizagem de Progressão Aritmética. In: CIBEM, VII, 2013, Montevidéu - Uruguai. **Anais…** Motevidéu: Actas del VII CIBEM, 2013, p. 1-9.

MENDES, L. O. R.; PROENÇA, M. C. O Ensino de Matemática via Resolução de Problemas na Formação Inicial de Professores. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 17, 2020, p. 1-24.

MENDES, L. O. R.; MAIA-AFONSO, E. J. M.; PROENÇA, M. C. Análise da compreensão de licenciados em matemática sobre o ensino via resolução de problemas. **Educação Matemática Debate,** v. 4, 2020, p. 01-23.

OLIVEIRA, A. B. **Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas na Formação Inicial de Professores:** um olhar para os conteúdos algébricos. 2022. 145f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá-PR, 2022.

PROENÇA, M. C. A compreensão de licenciandos em Matemática sobre o ensino via resolução de problemas: análise por meio de uma proposta de formação. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 68, 2016, p. 19-35.

PROENÇA, M. C. **Resolução de Problemas:** encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula. Maringá: Eduem, 2018.

PROENÇA, M. C. Generalização de padrões algébricos no ensino e aprendizagem de matemática via resolução de problemas: análise de propostas de futuros professores. **Quadrante**, Lisboa, v. 30, n. 2, p. 354-376, 2021.

PROENÇA, M. C. Reflexões de Futuros Professores sobre o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas. **Paradigma**, Aragua, v. 43, n. 2, p. 411-431, 2022.

SCHROEDER, T. L.; LESTER JUNIOR, E. K. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. **New directions for elementar school mathematics**. Reston: NCTM, 1989. p. 31-42

VARGAS, C. V. **O ensino e a aprendizagem da Progressão Aritmética através da resolução de problemas**. 2019. 140 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria-RS, 2019.