PENSAMENTO ALGÉBRICO MANIFESTADO POR ESTUDANTES AO RESOLVEREM UMA TAREFA EXPLORATÓRIA

Suiane Priscilla Perez Felício da Silva
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
suianefelicio@alunos.utfpr.edu.br

Henrique Rizek Elias
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
henriqueelias@utfpr.edu.br

Laís Cristina Viel Gereti
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC-Blumenau)
laisgereti@gmail.com

Resumo: Neste artigo, temos por objetivo analisar manifestações do pensamento algébrico de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental ao realizarem uma tarefa que visa promover a construção da operação de potenciação. Este trabalho apresenta resultados de uma pesquisa de um mestrado profissional em ensino de matemática, que ainda está em desenvolvimento. Tal pesquisa está inserida em um grupo de estudo e pesquisa que se dedicou durante um ano a estudar e elaborar tarefas exploratórias com o tema potenciação. Os dados aqui analisados foram produzidos nas duas primeiras das cinco aulas planejadas para trabalhar potenciação com a turma, referentes a um grupo de cinco integrantes. O objetivo das tarefas era que os estudantes trabalhassem com sequências numéricas, reconhecessem padrões e chegassem a uma generalização. Concluímos que, a partir da tarefa proposta, os estudantes chegaram em uma generalização próxima, uma vez que descobriram os termos seguintes envolvendo relações recursivas.
Palavras-chave: Ensino de Matemática. Anos Finais do Ensino Fundamental. Potenciação.

INTRODUÇÃO

A operação de potenciação é introduzida, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), no 6º ano do Ensino Fundamental. Essa introdução, em geral, se dá diretamente pelo símbolo $a^n = \underbrace{a.a.\dots.a}_{n\ vezes}$ para, em seguida, trabalhar as propriedades que resultam da definição de potenciação. É comum, no 6º ano, o ensino de potenciação privilegiar a apresentação e a manipulação dessa notação convencional ao invés de se permitir o uso de símbolos (não necessariamente convencionais) para representar ideias resultantes do pensamento dos estudantes. Não há, muitas vezes, espaço para que os estudantes compreendam a necessidade da criação de uma nova operação para, então, criarem uma linguagem (natural ou não) própria para comunicar essa nova operação.

Canavarro (2007), ao comentar sobre a visão tradicional de Álgebra escolar, menciona que esta "[...] tem estado associada à manipulação dos símbolos e à reprodução de regras operatórias, tantas vezes aplicadas mecanicamente e sem compreensão, parecendo os símbolos ter adquirido um estatuto de primazia *per si*." (CANAVARRO, 2007, p. 88, destaque da autora). No caso da operação de potenciação, entendemos que a apresentação e a manipulação dos símbolos têm sido privilegiadas em relação à compreensão da operação, o que pode gerar equívocos e dificuldades de aprendizagem, como a realização da multiplicação da base pelo expoente, um erro recorrente evidenciado por Paias (2009; 2019).

No levantamento de trabalhos (dissertações e teses) que realizamos, encontramos pesquisas (FELTES, 2007; PAIAS, 2009; 2019; SANTOS, 2017; MELO, 2020) que discutem algumas dessas dificuldades de aprendizagens, erros cometidos por estudantes ou apresentam abordagens para o ensino de potenciação. No entanto, é comum as pesquisas terem como foco a potenciação no 6º ano e suas relações em anos escolares posteriores, visando as propriedades de potenciação ou as relações entre potenciação e radiciação. Nesses casos, a potenciação é comumente tratada como uma nova operação que irá fundamentar conhecimentos futuros, mas pouca atenção se dá a como os conhecimentos construídos nos anos iniciais do Ensino Fundamental podem sustentar a introdução da operação de potenciação no 6º ano.

Por isso, nesta pesquisa, estamos interessados em investigar aspectos do pensamento algébrico, possivelmente trabalhados em anos escolares anteriores, que podem favorecer a aprendizagem de potenciação, isto é, buscamos compreender como o reconhecimento de padrões e a busca por generalização – características do pensamento algébrico – podem contribuir para a compreensão da operação potenciação sem ter como foco a manipulação de símbolos e notações até então desconhecidos dos estudantes do 6º ano.

Assim, o objetivo desta pesquisa é analisar manifestações do pensamento algébrico de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental ao realizarem uma tarefa que visa promover a construção da operação de potenciação. Para tanto, na próxima seção, apresentamos a perspectiva de pensamento algébrico adotada; em seguida, detalhamos os procedimentos metodológicos da pesquisa, explicitando como os dados foram produzidos em uma turma de 6º ano; na sequência, apresentamos a análise dos dados, dando atenção a aspectos do pensamento algébrico dos estudantes; por fim, tecemos algumas considerações finais, indicando a continuidade deste trabalho que se insere em um contexto de uma pesquisa de mestrado profissional em ensino de matemática que está sendo desenvolvida.

PENSAMENTO ALGÉBRICO

Fiorentini, Miguel e Miorim (1993, p. 87) descrevem as seguintes características para o pensamento algébrico: “percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização”.

Blanton e Kaput (2005, p. 413, tradução nossa) consideram pensamento algébrico o “processo pelo qual os estudantes generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações por meio de um discurso argumentativo, e as expressam de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade”.

Para Canavarro (2007), são dois os aspectos principais que caracterizam o pensamento algébrico.

> O primeiro é a generalização e a sua expressão gradual em sistemas de símbolos convencionais. O segundo corresponde ao raciocínio e acção sintacticamente orientada sobre as generalizações expressas em sistemas de símbolos organizados. Segundo Smith (2008), o primeiro aspecto está relacionado com o *pensamento representacional*, reservado para designar os processos mentais pelos quais um indivíduo cria significados num sistema de representação; o segundo, que designa por *pensamento simbólico*, está associado ao modo como o indivíduo compreende e usa um sistema de símbolos e as respectivas regras, focando-se nos símbolos propriamente ditos (CANAVARRO, 2007, p. 88, destaques da autora).

Para essa autora, o foco do pensamento algébrico está na generalização, que irá, gradualmente, sendo representada na forma de símbolos usuais. Nesse sentido, há uma distinção entre essa caracterização de pensamento algébrico e uma visão tradicional de Álgebra escolar. É comum que, na Álgebra escolar, sejam privilegiadas a manipulação de símbolos e a reprodução de regras operatórias, passando uma visão de que os símbolos possuem uma finalidade em si mesmos, tornando a Álgebra como sendo o estudo ou uso destes sistemas simbólicos. “No entanto, no cerne do pensamento algébrico estão os significados, está o uso dos símbolos como recurso para representar ideias gerais resultantes do raciocínio com compreensão” (CANAVARRO, 2007, p. 88). Para a autora, “Trata-se de olhar através dos símbolos e não de olhar os símbolos” (Ibid, p. 88). Para Ponte (2006), uma das vias privilegiadas para promover o pensamento algébrico é pelo estudo de padrões e regularidades.

A partir dessas caracterizações para o pensamento algébrico – que destacam o papel da linguagem, do estudo de padrão e regularidade e, principalmente, da generalização –, podemos perceber que o trabalho com o pensamento algébrico deve se dar desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Diversas pesquisas (por exemplo, Kieran (2004) e Lins e Gimenez (2001)) discutem a respeito do ensino de ideias da Álgebra nos anos iniciais (a chamada *Early Algebra*[1]), propondo uma estreita relação entre o ensino de Aritmética e de Álgebra desde os primeiros anos escolares.

Para Canavarro (2007), as vertentes mais comuns de pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental são a Aritmética generalizada e o pensamento funcional. A Aritmética generalizada, segundo Canavarro (2007, p. 89), "baseia-se no carácter potencialmente algébrico da Aritmética, a ser explorado explicitamente, de forma sistemática e expondo a sua generalidade (Carraher & Schliemann, 2007; Kaput, 2008)". Já a segunda vertente, pensamento funcional, envolve

> [...] a generalização através da ideia de função, que pode ser encarada, por exemplo, como a descrição da variação das instâncias numa parte do domínio. Colocar as funções no centro da Álgebra implica a concepção das letras como variáveis e não apenas como incógnitas, mais frequente na Aritmética (CANAVARRO, 2007, p. 89-90).

Com isso, a perspectiva defendida por Canavarro (2007, p. 14) é a de que se trabalhe aspectos essenciais da Álgebra já nos anos iniciais do Ensino Fundamental, "fazendo uso de representações múltiplas e introduzindo os símbolos algébricos de forma gradual, mas não tardia. Nestes aspectos encontram-se representadas tanto a vertente da Aritmética generalizada, como a do pensamento funcional atrás referidas".

A própria BNCC indica a importância do desenvolvimento do pensamento algébrico e, também, a necessidade de se trabalhar aspectos desse pensamento desde os anos iniciais:

> A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – *pensamento algébrico* – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. [...] Nessa perspectiva, é *imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade*. (BRASIL, 2018, p. 270, destaque nossos).

[1] *Early Algebra* é um termo utilizado pela Educação Matemática para se referir à abordagem da Álgebra no ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (CANAVARRO, 2007).

Mencionamos aqui a importância do trabalho com o pensamento algébrico desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, pois o foco de nossa pesquisa está no ensino de potenciação no 6º ano, um ano de transição entre os anos iniciais e os anos finais do Ensino Fundamental. Entendemos que as ideias de identificação de regularidades e padrões de sequências numéricas e de generalização desses padrões podem contribuir para o ensino de potenciação, evitando que esse ensino seja pautado pela apresentação da simbologia e pela explicação da técnica de operação.

Compreendemos os termos padrão e generalização da mesma forma que Vale (2012). Para essa autora, a "ideia fundamental num padrão envolve repetição e mudança" (VALE, 2012, p. 186), sendo possível identificar dois tipos de padrão: "Um padrão será de repetição quando há um motivo identificável que se repete de forma cíclica indefinidamente. Um padrão será de crescimento quando cada termo muda de forma previsível em relação ao anterior" (VALE, 2012, p. 186). Além disso, tarefas que abordam padrões podem envolver dois tipos de generalização:

> [...] a *generalização próxima* que se refere à descoberta do termo seguinte e que podem ser obtidos por contagem, desenho ou por recurso a uma tabela e que normalmente envolve relações recursivas, e a *generalização distante* que envolve a descoberta do padrão e que requer uma compreensão da lei de formação, ou seja, uma regra geral através de uma expressão matemática, e requer a procura de relações funcionais (VALE, 2012, p. 190).

Na próxima seção, quando descrevemos os aspectos metodológicos da pesquisa, apresentamos uma tarefa exploratória ou tarefa de exploração[2] (PONTE, 2005; 2014) utilizada para se promover o pensamento algébrico visando a aprendizagem de Potenciação.

CONTEXTO E ASPECTOS METODOLÓGICOS

Antes de detalhar os aspectos metodológicos relacionados à produção e análise dos dados, é necessário contextualizar esta pesquisa, que está sendo desenvolvida em um mestrado profissional em ensino de matemática. Um grupo de pesquisa, formado por professores universitários, professores da Educação Básica e estudantes do mestrado, tem se dedicado a investigar o ensino e a aprendizagem de determinados temas matemáticos da Educação Básica. Durante quase um ano, os encontros desse grupo foram dedicados a investigar o tema potenciação. Um primeiro resultado dessa investigação foi divulgado em Elias, Martelozo,

[2] De acordo com Ponte (2005), uma tarefa de exploração é uma tarefa aberta e acessível à maioria dos alunos.

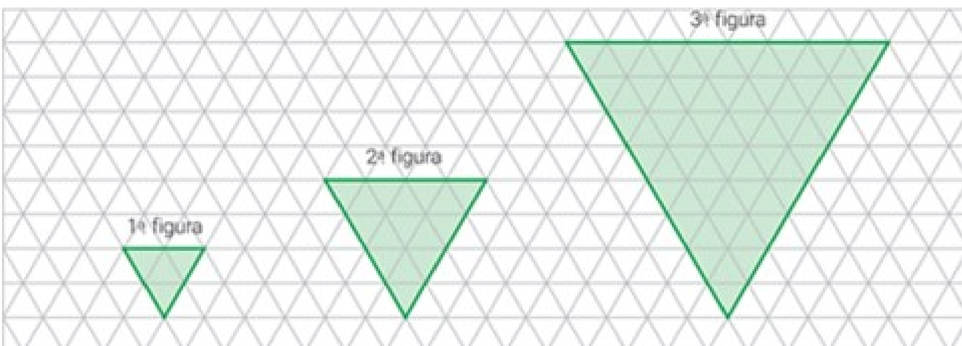
Gereti e Lopes (2022). Além disso, duas dissertações de mestrado estão sendo desenvolvidas com o tema potenciação e este artigo é parte de uma dessas pesquisas.

Em linhas gerais, o projeto de pesquisa que envolve a potenciação possui as seguintes características: faz uso da metodologia de pesquisa chamada Investigação Baseada em *Design* (PONTE *et al*., 2016); considera o Ensino Exploratório (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013) como abordagem de ensino, fazendo uso de tarefas exploratórias (PONTE, 2005; 2014); e visa inserir a discussão sobre potenciação em um contexto mais amplo de pensamento algébrico (CANAVARRO, 2007). Neste texto, por limitações de espaço, abordamos somente as questões que envolvem o pensamento algébrico, sem tecer maiores comentários a respeito do Ensino Exploratório e da Investigação Baseada em *Design*.

Após alguns encontros estudando e discutindo documentos curriculares, livros didáticos e pesquisas científicas a respeito de potenciação, o grupo de pesquisa se dedicou a elaborar/adaptar tarefas de exploração (PONTE, 2005; 2014) para que a primeira autora deste artigo pudesse desenvolvê-las em uma turma de 6º do Ensino Fundamental visando identificar a manifestação do pensamento algébrico dos estudantes. Foram planejadas cinco aulas de 50 minutos cada, sendo previstas duas tarefas de exploração para essas aulas. O objetivo das tarefas era que os estudantes trabalhassem com sequências numéricas, reconhecessem padrões e chegassem a uma generalização. Somente após o trabalho com essas tarefas, a professora iria apresentar a operação de potenciação.

Apenas uma dessas tarefas, apresentada no Quadro 1, será considerada neste texto.

A imagem abaixo contém diversos triângulos pequenos. A partir desses triângulos pequenos, podemos formar triângulos maiores, como os que estão pintados de verde nas figuras 1, 2 e 3 da imagem:



a) Quantos triângulos pequenos há em cada triângulo verde?

b) Quantos triângulos pequenos terão na Figura 4? E na Figura 5? Por quê?

c) Como a quantidade de triângulos pequenos está mudando de uma figura para a outra? Escreva o que você e seu grupo descobriram.

d) Quantos triângulos pequenos terão na Figura 10? Por quê?

Quadro 1 – A tarefa dos triângulos
Fonte: os autores

Na primeira figura (triângulo verde), é possível notar quatro triângulos menores. Na segunda, 16 triângulos menores; na terceira figura, 64 figuras. A percepção de um padrão (de crescimento), que permita perceber qual a quantidade de triângulos na próxima figura, e a busca por uma generalização (*próxima* ou *distante*) é o centro do desenvolvimento do pensamento algébrico. Por isso, entendemos que esta tarefa poderia fazer com que os estudantes chegassem a uma generalização, por exemplo 4^n, sem, necessariamente, utilizar essa notação convencional. Assim, ao invés de focar a realização do “cálculo” ou na representação $a^n = \underbrace{a.a.\dots.a}_{n\ vezes}$, é possível que se promova o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio da busca pelo padrão percebido na quantidade de triângulos pequenos em cada figura (triângulo verde) e somente ao final, nas últimas aulas, seja introduzida a notação convencional de potenciação e apresentada a nova operação.

As aulas foram desenvolvidas em uma turma do 6º ano de uma escola estadual do Paraná. Os dados aqui analisados foram produzidos nas duas primeiras das cinco aulas planejadas para trabalhar potenciação com a turma. Essas duas aulas, cujo foco foi o trabalho com a tarefa do Quadro 1, ocorreram no dia 04 de abril de 2022 e contaram com 28 estudantes presentes. A professora-pesquisadora dividiu os estudantes em pequenos grupos, sendo três grupos com seis e dois grupos com cinco estudantes. Para o registro dos dados, cada grupo tinha um gravador de voz sobre a mesa. Além disso, também foram recolhidas as produções escritas dos estudantes.

Os áudios das aulas ainda estão em processo de transcrição, visando as análises a serem realizadas na pesquisa de mestrado. Para o presente texto, selecionamos o áudio de um grupo (formado por cinco integrantes) para ser analisado, uma vez que esse áudio já estava completamente transcrito. Visando manter o anonimato[3], usamos nomes fictícios para os integrantes do grupo. Para auxiliar nas análises, vamos enumerar cada fala transcrita, pois usaremos os números durante as análises.

Como os dados analisados neste artigo estão restritos ao que foi desenvolvido apenas nas duas primeiras aulas, não chegamos até o momento em que a professora aborda com os estudantes a formalização de potenciação em si. Por isso, para as análises, buscamos identificar

[3] Esta pesquisa teve aprovação do Comitê de Ética em Pesquisas envolvendo Seres Humanos da UTFPR. Número do CAAE: 55183422.0.0000.5547.

qual a estratégia assumida pelo grupo de estudantes para resolver a tarefa e verificar se reconheceram um padrão e se chegaram a uma generalização (mesmo que sem utilizar letras para isso).

ANÁLISES

Após dividir a turma em pequenos grupos, a professora entregou uma folha para cada estudante contendo o enunciado da tarefa (Quadro 1). Também foi entregue uma folha com uma malha triangular, caso os estudantes quisessem desenhar triângulos para chegar a algumas respostas. Em seguida, apresentou a tarefa para os estudantes:

[1] Professora: *a imagem abaixo, contém diversos triângulos pequenos. A partir desses triângulos pequenos, podemos formar triângulos maiores, como os que estão pintados na figura 1, 2, e 3 da imagem. Letra A, quantos triângulos pequenos há em cada triângulo verde? Letra B, quantos triângulos pequenos terão na figura 4 e na figura 5? Por quê? Esse porque tem que ser respondido. Letra C, como a quantidade de pequenos está mudando de uma figura para a outra? Escreva o que você e seu grupo descobriram. Então, tem que escrever. Letra D, quantos triângulos pequenos terão na figura 10? Por quê? Então, vocês podem começar a fazer e discutir entre vocês.*

Em seguida, os estudantes começam a dialogar, tentando compreender o que é para ser feito e como podem fazer.

[2] Lúcia: *Gente, é tipo assim, vocês começam a contar os números aqui pra ver quantos triângulos pequenos têm aqui. Depois nós contamos todos estes e coloca aqui na frente*.
[3] Thiago: *Quantos triângulos pequenos há em cada triângulo verde? Gente, triângulos pequenos há em cada triângulo verde, vamos contar!*
[4] Brenda: *Mas, é estes triângulos tudo?*
[5] Thiago: *Em cada triângulo, em cada triângulo verde, tem que contar tudo*.

Os estudantes começam a contar em voz baixa, emitindo apenas alguns sussurros.

[6] Lúcia: *Quantos que deu, o grande?*
[7] Thiago: *A gente está contando, Lúcia.*
[8] Brenda: *84.*
[9] Thiago: *84.*
[10] Lúcia: *Que 84? 64! Deu 64, deu 64!*

Brenda e Thiago dão como resposta a soma dos triângulos pequenos em cada figura. Já Lúcia, indica a quantidade de triângulos apenas da terceira figura, pois foi o que ela perguntou em [6]. Na sequência, vemos que há alguma divergência entre Thiago e Lúcia, pois Lúcia indica, em [12], que era para contar em cada triângulo.

[11] Thiago: *Eu contei de todos.*
[12] Lúcia: *É para contar um por um.*

[13] Thiago: *64 deu grande, 16 deu médio e 4 deu* [a primeira figura]. *Vamos somar tudo: 16, 64 e 4*.

[14] Lúcia: *O meu segundo deu 16, o todo deu 84*.

[15] Brenda: *A figura 3 deu 64 né?*

[16] Thiago: *A gente já somou juntos.*

O grupo conclui que a resposta para o item a) é a soma de todos os triângulos pequenos encontrados nas três figuras, conforme resume Brenda em [17].

[17] Brenda: *A resposta é: tem 84 triângulos em cada figura verde*.

É possível notar que os estudantes souberam lidar com o item a), como pode ser visto em [13], mesmo que a resposta não tenha sido aquela pedida no enunciado. No entanto, a resposta 84 poderia atrapalhar a continuidade da tarefa, uma vez que os estudantes poderiam não perceber o padrão que se estava buscando para resolver os itens posteriores.

[18] Thiago: [...] *Agora, vamos pra B, quantos triângulos pequenos terão na figura 4 e na figura 5? Por quê? Mas gente, qual que é a figura 4 e 5? Não tem*.

[19] Lúcia: *Não tem, vamos ter que contar assim oh: da 16 pra 64, vai dar quantos? Aí, da 64 pra figura 4, vai dar quantos? Ai da figura 4 pra figura 5 vai dar quantos?*

Em [18] podemos ver que Thiago sente a necessidade de ter as figuras 4 e 5 para que possa continuar a estratégia de contar a quantidade de triângulos. Thiago parece ainda não ter compreendido que a quantidade de triângulos das figuras 4 e 5 deverá ser obtida a partir do reconhecimento de um padrão obtido pelas figuras 1, 2 e 3. Lúcia, em [19], compreende que a quantidade de triângulos nas figuras subsequentes será obtida por meio de alguma relação com a quantidade de figuras anteriores.

Thiago recorre à professora.

[20] Thiago: *O Professora, não tem figura 4 e nem 5.*

[21] Professora: *não tem figura 4 ou 5, mas o que você consegue perceber?*

[22] Lúcia: *Viu, nós temos que fazer isso que eu falei*.

[23] Professora e Brenda: *E o que você falou?*

[24] Lúcia: *Eu falei assim: nós temos que contar de 16 pra 64 pra ver quantos que dá. Aí depois, colocar 64 mais o número que der pra ver quantos que vai dar a figura 4*.

[25] Thiago: *Não entendi nada*.

[26] Brenda: *Você está falando 4 para chegar no 16 e depois pra chegar no 64?*

[27] Lúcia: *É*.

[28] Thiago: *Como assim, não tem figura 4 e nem 5?*

Em [21], a professora indica que os estudantes precisam "perceber" algo, sugerindo que a resposta para o item b) virá de alguma conclusão que os estudantes precisarão tirar sobre o que já foi feito no item a). Lúcia manifesta, em [22], ter compreendido o que deve ser feito, mas, tanto em [24] como em [19], Lúcia parece estar pensando em olhar para a diferença entre 64 e 16 e, em seguida, somar 64 com 48 para saber a quantidade de triângulos na próxima figura. Apesar de não ser a resposta correta, uma vez que a diferença entre as quantidades de triângulos não se mantém de uma figura para a outra, Lúcia evidencia sua busca por um padrão e isso pode ter contribuído para que o grupo avançasse nas discussões.

[29] Professora: *Tá, até aqui vocês conseguiram perceber alguma coisa?*
[30] Thiago e Brenda: *Não.*
[31] Professora: *Não, então vamos... o que vocês perceberam nos três primeiros triângulos?*
[32] Brenda: *Ah, entendi! É o dobro de cada um. Não, não é! É?*[...] *Ah, é o quádruplo*!

Após a intervenção da professora, Brenda, em [32], levanta outra conjectura, acreditando que a quantidade de triângulos de uma figura é o dobro da quantidade da figura anterior. No entanto, ainda em [32], ela se coloca em dúvida: "*Não, não é! É?*", e levanta a possibilidade de ser o quádruplo. Os estudantes discutem, analisam se é o triplo. Enquanto isso, Brenda continua a fazer contras e conclui:

[33] Brenda: *Achei, é o quádruplo; 4 vezes 4 é 16, 16 vezes 4 é 64. Quantos triângulos pequenos terão na figura 4 e 5? 64 vezes 4 na* [figura] *4 e 64 vezes 5 na* [figura] *5. Não! Vai ser 64 vezes 4 na figura 4, e o resultado vezes 4 na* [figura] *5, porque dá o quádruplo. 4 vezes 4 é 16 e 16 vezes 4 é 64.*

Em [32], Brenda levanta a conjectura e, em [33], explica seu pensamento, evidenciando o padrão que encontrou: a quantidade de triângulos pequenos de uma figura é igual a quatro vezes a quantidade de triângulos pequenos na figura anterior. A partir desse momento, todos os estudantes do grupo começam a fazer contas para conferir e ver se, realmente, a conclusão de Brenda fazia sentido. Inclusive Brenda continuou fazendo contas para confirmar se estava certa ou não.

[34] Brenda: *Ô! Pelas minhas contas, 64 vezes 4 vai dar 256.*

Depois de algum tempo e muitas contas feitas pelos estudantes, Lúcia diz:

[35] Lúcia: *A figura 4 vai dar 256 e a figura 5 vai dar 1024. Vamos colocar assim: A figura 4 vai ter 256 e a figura 5 vai ter 1024.*
[36] Thiago: *Mas, por que vai ter?*
[37] Lúcia: *Porque aqui ó, 64 vezes 4 vai dar 256.*
[38] Thiago: *Mas, tem que fazer vezes 4?*
[39] Lúcia: *Ué, tem que fazer!*
[40] Thiago: *Tá, quantos que deu?*
[41] Lúcia: *O meu deu 256.*
[42] Brenda: *A figura 4 tem 256 triângulos e a figura 5 tem 1024 triângulos.*
[43] Lúcia: *É, então a nossa deu certo*.

Em [35], percebemos que Lúcia chega ao resultado da quantidade de triângulos que terão as figuras 4 e 5. Em [42], Brenda confirma esses valores. Thiago parece ainda não ter compreendido e, em [36] e [40], questiona Lúcia. Ao longo da discussão, foi possível perceber que Thiago manifestava dificuldades com a operação de multiplicação, como 6×4, que era necessário para saber o resultado de 16×4. Talvez por conta dessa dificuldade, Thiago não estava conseguindo acompanhar os colegas e perceber o motivo de estarem sempre multiplicando por quatro.

Continuando a resolução da tarefa, Lúcia tenta avançar o item c), mas alguns integrantes do grupo ainda não consideravam a reposta do item b) completa.

[44] Lúcia: *Agora a C. Como a quantidade de triângulos pequenos está mudando.*
[45] Brenda: *A gente não fez nem a B ainda.*
[46] Lúcia: *Ah, a C é fácil.*
[47] Thiago: *Oh gente, então se é pra responder e explicar o porquê, a gente faz assim, porque. Como é vezes? vezes é multiplicar, vezes é multiplicar?*
[48] Lúcia: *A* [questão] *B, na figura 4 terão 256 triângulos e no número 5 terão 1024 triângulos. "Porqueee", não sei.*
[49] Felipe: *Eu não vou colocar o porquê, não.*
[50] Lúcia: *Tem que por o porquê.*

Em [48], Lúcia percebe quantos triângulos as figuras 4 e 5 terão, mas não sabe justificar. Felipe considera não justificar, mas Lúcia insiste na importância de responder o item de forma completa. Os estudantes conversam sobre a melhor maneira de escrever essa justificativa solicitada e Brenda sugeriu uma maneira:

[51] Brenda: *Na letra B eu fiz, na figura 4 tem 256 triângulos e na figura 5 tem 1024 triângulos, porquê na figura 2 é o quádruplo da figura 1 e na figura 3 é o quádruplo da figura 2.*
[52] Brenda: *Você escutou?*
[53] Thiago: *Não, eles não param de conversar.*
[54] Brenda: *Na figura 4 tem 256 triângulos e na figura 5 tem 1024 triângulos, porquê na figura 2 é o quádruplo da figura 1 e a figura 3 é o quádruplo da figura 2.*

O grupo concorda com a justificativa dada por Brenda e os estudantes pedem sua folha para copiar a justificativa. Brenda, em [51] e [54], mostra que reconheceu o padrão existente entre a quantidade de triângulos de uma figura para a outra. Além de justificar, os estudantes precisavam escrever na folha a resposta ao item c), que seria uma explicação a respeito do padrão percebido. O grupo negocia como vai ser a resposta na folha:

[55] Thiago: *Gente vamos pra C então, vai.* [...] *Como a quantidade de triângulos pequenos está mudando de uma figura para a outra?*
[56] Thiago: *É porque está multiplicando por 4, pronto.*

[57] Brenda: *Tá bom. Porque está se multiplicando por 4.*
[58] Thiago: *É, aham.*
[59] Brenda: *Porque está se multiplicando por 4 de uma figura para outra.*
[60] Lúcia: *Quadruplicando, quadruplicando.*
[61] Brenda: *Multiplicando de 4 por 4.*
[...]
[62] Brenda: *Multiplicando por 4 de uma figura para outra.*

Em [56] e [60], Thiago e Lúcia sugerem uma forma de escrita para a resposta. No entanto, o grupo aceita a resposta oferecida por Brenda em [62]. Nesse momento, os estudantes percebem que de uma figura para outra, a quantidade de triângulos é multiplicada por quatro, o que permitiria a eles, por exemplo, responder ao item d), dizendo quantos triângulos a figura 10 teria.

Como a aula estava finalizando, os estudantes não tiveram muito tempo para explorar o item d) naquele dia. As discussões sobre esse item foram introdutórias.

[63] Brenda: *Nossa, maluco, a* [questão] *D vai ter que multiplicar até por 10.*
[64] Thiago: *Quantos triângulos pequenos terão na figura 10? Ave Maria!*
[65] Brenda: *Então, vai ter que multiplicar por 10.*

Nesse pequeno trecho, não fica evidenciado o que Brenda quis dizer com "*multiplicar até por 10*" ou "*vai ter que multiplicar por 10*". O áudio foi interrompido logo na sequência, pois a aula se encerrou. É possível perceber a surpresa de Brenda ("*Nossa, maluco*") e de Thiago ("*Ave Maria*") com a possibilidade de terem muito trabalho para chegar na resposta do item d), que ficou para a próxima aula.

Notamos que os estudantes, durante a aula considerada neste artigo, não manifestaram estabelecer uma relação direta entre o número da figura e a quantidade de vezes que o fator 4 aparece na multiplicação, fato que permitiria a eles determinarem uma regra para encontrar a quantidade de triângulos para uma figura n, chegando a uma *generalização distante.* Portanto, com base em Vale (2012), podemos dizer que os estudantes chegaram a uma *generalização próxima*, uma vez que os estudantes descobriram os termos seguintes envolvendo relações recursivas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, tivemos como objetivo analisar manifestações do pensamento algébrico de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental ao realizarem uma tarefa que visa promover a construção da operação de potenciação. A tarefa proposta (Quadro 1) permitiu discussões entre os integrantes do grupo a respeito do padrão envolvido nos triângulos, em um primeiro momento olhando para a diferença entre a quantidade de triângulos (como em [19] e [24]), em outro momento estabelecendo uma relação de multiplicação (como em [32], [33], [35]). Ao terem que justificar essa relação para as figuras 4 e 5, ficam confusos sobre como fazer (como em [48]), mas logo encontram uma justificativa ([51]), cuja não permite que os estudantes determinem uma regra para a quantidade de triângulos para uma figura n . Devido ao tempo de aula, não foi possível que o grupo resolvesse a alternativa d) da tarefa, mas para as alternativas a), b) e c), é possível afirmar que os estudantes mobilizaram indícios de uma *generalização próxima*.

Por fim, destacamos que a pesquisa de mestrado ainda irá avançar na direção de aprofundar e ampliar as análises, incluindo outros grupos e as aulas realizadas nos outros dias. Como mencionado, há duas dissertações de mestrado em andamento sobre a mesma temática. Ambas as pesquisas se complementam e fazem parte de uma Investigação Baseada em *Design* que pretende, quando concluídas as pesquisas, oferecer uma proposta de intervenção em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental visando promover o desenvolvimento do pensamento algébrico fazendo uso do conteúdo de potenciação.

REFERÊNCIAS

BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, n. 5, p. 412–446, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, v. 16, n. 2, p. 81-118, 2007.

ELIAS, H. R.; MARTELOZO, D. P. S.; GERETI, L. C. V.; LOPES, S. F. Conocimiento Especializado de Potenciación movilizado por docentes a partir de una Investigación Basada en Design. **Revista Paradigma** (Ed. Temática: Pesquisa Qualitativa Em Educação Matemática), 2022.

FELTES, R. Z. **Análise de erros em potenciação e radiciação**: um estudo com alunos de ensino fundamental e médio. 2007. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação Em Ciências e Matemática Pontifícia, Universidade Católica do Rio Grande Do Sul, Rio Grande do Sul, Brasil, 2007.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M.A.; MIGUEL, A. Contribuição para um Repensar...a Educação Algébrica Elementar. **Pro-Posições**, v.4, n.1, 1993.

KIERAN, C. Algebraic thinking in the early grades: What is it? **The Mathematics Educator**, v. 8, n. 1, p. 139-151, 2004.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. 7. ed. Campinas: Papirus, 2001.

MELO, M. C. P. **A Resolução de Problemas**: Uma Metodologia Ativa no Ensino de Matemática para a Construção dos Conteúdos de “Potenciação e Radiciação” com Alunos do Ensino Fundamental. 2020. 194f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná-UTFPR. 2020.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. **Quadrante**, Vol. XXII, Nº 2, 2013.

PAIAS, A. M. **Diagnóstico dos erros sobre a operação potenciação aplicado a alunos os Ensinos Fundamental e Médio**. 2009. 218f. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, São Paulo, 2009. Disponível em: https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11385. Acesso em: 20 jan, 2021.

PAIAS, A. M. **Obstáculos no Ensino e na Aprendizagem do Objeto Matemático Potência**. 2019. 308f. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, São Paulo, 2019. Disponível em: https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/22519/2/Ana%20Maria%20Paias.pdf. Acesso em: 20 jan, 2021.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005, p. 11-34.

PONTE, J. P. Números e Álgebra no currículo escolar. In VALE, I.; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; SANTOS, L.; CANAVARRO, A. P. (Orgs.), **Números e Álgebra na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores**. Porto: SEM/SPCE, 2006, p. 5-27.

PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: PONTE, J. P. (Org.), **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014, p.13-27.

PONTE, J. P. *et al*. Investigação Baseada em Design para Compreender e Melhorar as Práticas Educativas. **Quadrante**, v. 25, n. 2, p. 77-98, 2016.

SANTOS, N. O. **O Ensino de Potenciação por atividades**. 2017 (Dissertação de mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade do Estado do Pará, Belém, 2017.

VALE, I. As tarefas de padrões na aula de Matemática: Um desafio para professores e alunos. **Interacções**, Campo Grande, 20, p.181-207, 2012.