



PESQUISAS SOBRE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS EM CURSOS DE ENGENHARIA

Tais Mara dos Santos
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR
taissantos@alunos.utfpr.edu.br

Henrique Rizek Elias
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR
henriqueelias@utfpr.edu.br

Resumo: Esta pesquisa tem por objetivo levantar e analisar trabalhos (dissertações e teses) que investigaram o ensino e/ou a aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) em cursos de Engenharia no Brasil. O levantamento foi feito pelo Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) e, a partir do disparador de busca e dos filtros definidos, foram levantados nove trabalhos. Esses trabalhos foram lidos e as análises foram realizadas com base nos seguintes aspectos: i) o objetivo da pesquisa; ii) as principais fundamentações teóricas; iii) o contexto em que foi realizada a pesquisa; e iv) os tópicos de EDO focalizados e os modelos matemáticos mais utilizados. Das análises, concluímos que todas as pesquisas focaram EDO de primeira ordem, principalmente as equações de variáveis separáveis. Percebemos que todas as pesquisas possuem uma parte prática, isto é, todas elas desenvolveram uma sequência de atividades em turmas (regulares ou não) de Engenharia, mostrando uma característica intervencionista dessas investigações no Ensino Superior, sendo a Modelagem Matemática a abordagem de ensino mais utilizada nas pesquisas.

Palavras-chaves: Educação Matemática no Ensino Superior. Equações Diferenciais Ordinárias. Levantamento Bibliográfico.

INTRODUÇÃO

Desde a publicação da Resolução CNE/CES nº 2 de 24 de abril 2019, que institui as Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia (DCN de Engenharia), docentes dos cursos de Engenharia dos diferentes *campi* da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) estão discutindo as reformulações de seus cursos, a serem materializadas no Projeto Pedagógico do Curso (PPC), para tentar atender a tal Resolução.

Dentre as competências gerais, indicadas na Resolução, que o curso de graduação em Engenharia deve proporcionar aos seus egressos ao longo da formação, destacamos:

II - analisar e compreender os fenômenos físicos e químicos por meio de modelos simbólicos, físicos e outros, verificados e validados por experimentação: a) ser capaz de modelar os fenômenos, os sistemas físicos e químicos, utilizando as *ferramentas matemáticas*, estatísticas, *computacionais* e de simulação, entre outras (BRASIL, 2019, p. 2, destaques nossos).

Diferentes disciplinas matemáticas, presentes na matriz curricular de um curso de Engenharia, oferecem ferramentas para modelar fenômenos físicos e químicos. Uma delas é a disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias, uma vez que diversos fenômenos podem ser modelados por meio de uma equação diferencial. A Resolução também destaca o uso de ferramentas computacionais para desenvolver as competências pretendidas para o engenheiro, o que pode ser feito de maneira conectada com ferramentas matemáticas.

Sendo assim, aproveitando esse momento de reformulação dos cursos de Engenharia da UTFPR, em particular do *campus* Londrina, iniciamos uma pesquisa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática¹ que pretende elaborar e desenvolver uma proposta de ensino de Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) utilizando a linguagem de programação *Python* em um curso de Engenharia da UTFPR. Tal pesquisa de mestrado ainda está em sua fase inicial e este texto apresenta uma primeira etapa relevante para o andamento da dissertação: uma pesquisa bibliográfica de pesquisas científicas sobre o ensino e a aprendizagem de EDO em cursos de Engenharia. Desse modo, este trabalho tem como objetivo levantar e analisar trabalhos (dissertações e teses) que investigaram o ensino e/ou a aprendizagem de EDO em cursos de Engenharia no Brasil. Para tanto, utilizamos o Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes)², uma plataforma que permite o acesso a informações sobre teses e dissertações defendidas em Programas de Pós-Graduação do país.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para Fiorentini e Lorenzato (2006), a pesquisa bibliográfica ou de revisão “[...] é a modalidade de estudo que se propõe a realizar análises históricas e/ou revisão de estudos ou processos tendo como material de análise documentos escritos e/ou produções culturais garimpados a partir de arquivos e acervos” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p.71).

¹ Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) da UTFPR - *multicampi* Cornélio Procópio e Londrina.

² Link: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acessado em 10 de julho de 2022.

Para Lima e Mioto (2007, p. 44), a pesquisa bibliográfica envolve “[...] um conjunto ordenado de procedimentos de busca por soluções, atento ao objeto de estudo, e que, por isso, não pode ser aleatório” (p. 38). Nesse sentido, para a realização desta pesquisa, estabelecemos alguns procedimentos, descritos a seguir.

A busca foi realizada na base de dados do Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. Como disparador de busca, foi utilizada, entre aspas, a palavra-chave “equações diferenciais ordinárias”. Como resultado, foram encontrados 480 trabalhos.

Em seguida, foram utilizados filtros para refinar a pesquisa, delimitando os trabalhos encontrados de acordo com o nosso objetivo. Os filtros selecionados foram: i) Grande área de conhecimento: Multidisciplinar; ii) Área de conhecimento: Ensino e Ensino de Ciências e Matemática. A escolha por esses filtros se deu porque o mestrado está sendo realizado em um Programa de Pós-Graduação situado na Área de Avaliação de Ensino da Capes (dentro da grande área Multidisciplinar). Com essa seleção, restaram 16 trabalhos, ou seja, foram excluídos 464 trabalhos que não atendiam aos filtros acima definidos.

Cabe destacar que, no Catálogo de Dissertações e Teses da Capes, no local em que aparece a lista de trabalhos encontrados na busca, há um link em cada trabalho que redireciona o leitor para o site da Plataforma Sucupira, local em que poderá ser acessado o trabalho completo. No entanto, alguns trabalhos foram desenvolvidos antes da criação da Plataforma Sucupira e, por isso, não estão disponíveis pelo link. Alguns são possíveis de serem encontrados por meio de outros sites (repositórios, domínio público, google acadêmico), mas outros não possuem sua versão completa disponibilizada de forma *online*.

Os resumos dos 16 trabalhos foram lidos e, em seguida, sete foram descartados, uma vez que não se alinhavam a nossos objetivos. Três trabalhos foram descartados porque o tema da pesquisa não era “Equações Diferenciais Ordinárias”, e quatro foram descartados porque o foco estava nos cursos de Licenciaturas e não em Engenharia.

No final, restaram 9 trabalhos que foram analisados. Esses trabalhos foram organizados no Quadro 1, contendo: título, autor/ano, instituição e nível (mestrado acadêmico/profissional ou doutorado), e estão apresentados em ordem cronológica.

Título	Autor/ano	Instituição	Nível
Modelagem matemática nas aulas de cálculo: uma estratégia que pode contribuir com a aprendizagem dos alunos de engenharia	Alyne Maria Rosa de Araújo, 2008.	Universidade Federal do Pará	Mestrado Acadêmico
A modelagem matemática na introdução ao estudo de equações	Vagner Donizeti Tavares Ferreira,	Pontifícia Universidade	Mestrado Profissional

diferenciais em um curso de engenharia	2010.	Católica de São Paulo	
Uma estratégia metodológica para a introdução de um curso de equações diferenciais ordinárias	Galvina Maria de Souza, 2011.	Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais	Mestrado Acadêmico
A resolução de problemas físicos com equações diferenciais ordinárias lineares de 1ª e 2ª ordem: análise gráfica com o software Maple	Aníbal Ataídes Barros Filho, 2012.	Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais	Mestrado Acadêmico
Uma engenharia didática para abordar o conceito de equação diferencial em cursos de engenharia	Eliane Alves de Oliveira, 2014.	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Doutorado
Equações diferenciais ordinárias no contexto dos registros de representação semiótica e da modelagem matemática	Michele Carvalho de Barros, 2017.	Universidade Estadual de Maringá	Doutorado
Análise de fenômenos físicos no ensino de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem em cursos de engenharia	Jonathan Weverton Silva Buéri, 2019.	Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais	Mestrado Acadêmico
Aplicações de equações diferenciais ordinárias em fenômenos físicos: análise por representações gráficas e algébrica	Michelle Cristina Goncalves Pereira, 2021.	Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais	Mestrado Profissional
Equações diferenciais ordinárias de variáveis separáveis na engenharia civil: uma abordagem contextualizada a partir de um problema de transferência de calor	Rieuse Lopes Pinto, 2021.	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Doutorado

Quadro 1 - Organização dos trabalhos analisados

Fonte: Dados da pesquisa

Para as análises, apresentadas na próxima seção, foram lidos os nove trabalhos na íntegra buscando destacar os seguintes aspectos: i) o objetivo da pesquisa; ii) as principais fundamentações teóricas; iii) o contexto em que foi realizada a pesquisa; e iv) os tópicos de EDO focalizados e os modelos matemáticos mais utilizados.

ANÁLISES

Esta seção está dividida em subseções, de acordo com cada um dos tópicos de análise supracitados. Antes de apresentar esses tópicos, fazemos um breve comentário geral a respeito do Quadro 1. Podemos notar que as pesquisas (dissertações e teses) sobre EDO em cursos de Engenharia são recentes, sendo a primeira delas finalizada em 2008. Em termos de nível, são três pesquisas de doutorado e seis de mestrado, sendo quatro de mestrado acadêmico e duas de mestrado profissional. Chama a atenção o fato de sete das nove pesquisas terem sido

realizadas em uma Pontifícia Universidade Católica (PUC), sendo quatro na PUC-MG e três na PUC-SP. No caso da PUC-MG, notamos que três das quatro pesquisas possuem o mesmo orientador, o pesquisador João Bosco Laudares, são elas: Barros Filho (2012), Buéri (2019) e Pereira (2021). Para as demais pesquisas, não há repetição dos orientadores.

Objetivos

Os objetivos de cada pesquisa, descritos no Quadro 2, foram retirados dos resumos ou da introdução de cada trabalho.

Pesquisa	Objetivos apresentados nas pesquisas
Araújo (2008)	Analisar os possíveis efeitos que o uso da <i>Modelagem Matemática</i> , enquanto estratégia de ensino, provoca no <i>processo de aprendizagem</i> dos alunos da disciplina Cálculo III – EDO.
Ferreira (2010)	Investigar como a utilização da <i>modelagem</i> na introdução ao estudo de equações diferenciais em um curso de engenharia pode <i>contribuir para estimular a habilidade de relacionar a Matemática</i> com fenômenos do mundo real, que envolvam variação; além de tomar decisões a respeito de tais fenômenos do mundo real, com base na interpretação das informações contidas na solução da equação.
Souza (2011)	Investigar o ensino das Equações Diferenciais Ordinárias, indagando sobre como o resgate dos conceitos fundamentais de Cálculo Diferencial e Integral e o uso da <i>modelagem algébrica de problemas</i> , classicamente enunciados, na fase introdutória de um curso de Equações Diferenciais Ordinárias, podem <i>contribuir para o ensino e aprendizagem</i> dessas equações.
Barros Filho (2012)	Buscar as contribuições das metodologias de <i>Resolução de Problemas e Descoberta Guiada, mediadas por Tecnologias de Informação e Comunicação</i> tanto para uma <i>aprendizagem mais significativa</i> no Ensino de Equações Diferenciais Ordinárias quanto para aplicações em situações problemas das ciências.
Oliveira (2014)	Investigar <i>estratégias de ensino</i> com vistas a <i>favorecer a aprendizagem</i> de estudantes acerca de Equações Diferenciais Ordinárias e suas aplicações em cursos de graduação em engenharia.
Barros (2017)	Investigar o <i>potencial de uma sequência de situações</i> , envolvendo problemas no contexto da Modelagem Matemática, na perspectiva dos registros de representação semiótica e das mudanças de domínio, na condução do <i>processo de aprendizagem</i> das EDOs para estudantes dos cursos de engenharias.
Buéri (2019)	Analisar a <i>metodologia de estudo de fenômenos físicos</i> com Equações Diferenciais Ordinárias de primeira ordem em cursos de Engenharia, com utilização da técnica de pesquisa de grupo controle.
Pereira (2021)	<i>Criação de um Produto Educacional</i> estruturado, com atividades para <i>desenvolver habilidades dos estudantes</i> na contextualização das Equações Diferenciais.
Pinto (2021)	Investigar a <i>aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias</i> (EDO) de variáveis separáveis a partir de uma <i>abordagem contextualizada</i> com estudantes de um curso de Engenharia Civil, em consonância aos pressupostos da Teoria A Matemática no Contexto das Ciências (TMCC).

Quadro 2 – Os objetivos apresentados nas pesquisas levantadas

Fonte: Dados da pesquisa

Pelos objetivos e com base nos trechos por nós destacados, em itálico, podemos notar que, de um modo geral, as pesquisas visavam investigar como uma determinada metodologia de ensino pode contribuir para a aprendizagem dos estudantes ou, nos termos de alguns pesquisadores, para desenvolver habilidades dos estudantes. Consideramos que três delas apresentam especificidades: Buéri (2019), que coloca centralidade na metodologia da pesquisa, uma vez que menciona, já no objetivo, a técnica do grupo de controle; Pereira (2021), que destaca em seu objetivo a criação de um Produto Educacional, talvez uma consequência do fato de a pesquisa ter sido realizada em um curso de mestrado profissional; e Barros Filho (2012), que ressalta, desde seu objetivo, a centralidade do uso da tecnologia em sua proposta.

Fundamentação teórica

Todos os trabalhos utilizaram a metodologia de pesquisa qualitativa, mas, dois deles utilizaram também a pesquisa quantitativa. Pereira (2021, p. 13) realizou uma “análise quantitativa simples de dados em diagramas” e Buéri (2019, p. 59) comenta que sua pesquisa “possui muitas vertentes da pesquisa quantitativa, uma delas é a utilização da técnica de pesquisa experimental, grupo de controle”.

A respeito das principais fundamentações teóricas, as organizamos no Quadro 3.

Pesquisa	Principal fundamentação teórica
Araújo (2008)	- Modelagem Matemática: Bassanezi (2002).
Ferreira (2010)	- Modelagem Matemática: Bassanezi (2006).
Souza (2011)	- Modelagem Matemática: Bassanezi (2006); - Atividades Matemáticas: Zabala (1998).
Barros Filho (2012)	- Resolução de Problemas: Polya (2006); - Descoberta Guiada: Mayer (2004); - Tecnologias de Informação e Comunicação: Santiago (2006), Coscarelli (2003), Borba e Penteado (2003).
Oliveira (2014)	- Teoria das Situações Didáticas: Brousseau (1986); - Engenharia Didática: Artigue (1988).
Barros (2017)	- Registros de Representação Semiótica: Duval (1993; 2009); - Modelagem Matemática: Bassanezi (2015); - Engenharia Didática de Artigue (1988).
Buéri (2019)	- Resolução de Problemas: Pólya (1995); - Ensino de Equações Diferenciais Ordinárias: Laudares <i>et al.</i> (2017).
Pereira (2021)	- Ensino de Equações Diferenciais Ordinárias: Resolução Algébrica: Buéri (2019); Resolução Analítica e Geométrica: Barros Filho (2012); Resolução Numérica: Lima (2013).
Pinto (2021)	- Teoria A Matemática no Contexto das Ciências: Camarena (1987); - Teoria dos Campos Conceituais: Vergnaud (1990);

- Teoria dos Registros de Representação Semiótica: Duval (1993).

Quadro 3 – principais fundamentações teóricas das pesquisas levantadas

Fonte: Dados da pesquisa

Do Quadro 3, notamos que quatro pesquisas estão fundamentadas na Modelagem Matemática na perspectiva de Rodney Bassanezi e duas estão fundamentadas na Resolução de Problemas na perspectiva de George Pólya, o que indica que essas duas abordagens de ensino são potenciais para se trabalhar com EDO em cursos de Engenharia. É possível perceber a influência da Didática da Matemática³ nas pesquisas levantadas, por meio de referenciais como a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, Engenharia Didática de Michèle Artigue e a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud.

Também destacamos o fato já mencionado das pesquisas (BARROS FILHO, 2012; BUÉRI, 2019; PEREIRA, 2021) serem orientadas pelo mesmo orientador, João Bosco Laudares. Buéri (2019), além da perspectiva de Pólya (1995) para a Resolução de Problemas, fundamenta-se em um trabalho produzido pelo próprio orientador (LAUDARES *et al.*, 2017) para abordar o ensino de EDO. Já Pereira (2021), fundamenta-se em Barros Filho (2012) e Buéri (2019), ambas orientadas por Laudares, para formar suas categorias de análises⁴. A constatação da relação entre essas pesquisas (ora produzida pelo pesquisador ora orientadas por ele) evidencia o trabalho conjunto de um grupo de pesquisadores que se dedica a investigar uma determinada temática.

Contexto em que foi desenvolvido, turma(s) participante(s) e aspectos metodológicos

No Quadro 4, sintetizamos e organizamos informações referentes ao contexto em que a pesquisa foi realizada, explicitando qual curso de Engenharia foi desenvolvido o trabalho e indicamos, brevemente, a maneira como foram produzidos os dados.

Pesquisa	Contexto	Turma(s) participante(s)	Aspectos metodológicos
Araújo	Disciplina de Cálculo III	Engenharia da Computação	Foram desenvolvidas quatro

³ A Didática da Matemática, com forte influência francesa, é entendida como “[...] uma das tendências da grande área da educação matemática, cujo objeto de estudo é a elaboração de conceitos e teorias que sejam compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, então em nível experimental da prática pedagógica, como no território teórico da pesquisa acadêmica” (PAIS, 2011 p.11)

⁴ Além de Barros Filho (2012) e Buéri (2019), o Quadro 3 indica a pesquisa de Lima (2013) como outro referencial teórico. Lima (2013) é uma pesquisa de mestrado realizada na PUC-MG, mas não sob a orientação de Laudares, apesar de este ter estado na banca.

(2008)	– EDO		atividades de modelagem.
Ferreira (2010)	Projeto com participação voluntária dos alunos	Engenharias: Elétrica, Mecânica, Mecatrônica e Produção.	Foram realizadas seis atividades, elaboradas segundo os princípios da modelagem matemática e do estudo de modelos, que foram desenvolvidas em quatro encontros.
Souza (2011)	Disciplina de Cálculo IV – Equações Diferenciais ⁵	Engenharias: Computação, Controle e Automação, Produção, Química e Telecomunicações	Foi elaborada, aplicada e analisada uma sequência de atividades.
Barros Filho (2012)	Disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias	Engenharia Elétrica	Foram desenvolvidas cinco atividades de Equações Diferenciais Ordinárias Lineares de 1ª e 2ª ordem.
Oliveira (2014)	Projeto com participação voluntária dos alunos	Engenharias: Ambiental e Produção	Foi desenvolvida uma engenharia didática que envolvesse situações-problema.
Barros (2017)	Curso de extensão ministrado pela pesquisadora	Engenharias: Alimentos, Ambiental, Civil e Eletrônica.	Foi desenvolvida uma sequência de situações baseada nos pressupostos da engenharia didática.
Buéri (2019)	Dois grupos de estudantes: i) Disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias ii) Disciplina de Cálculo	Engenharias: Civil, Elétrica, Mecânica e Química.	Por meio da técnica de grupo de controle, um grupo estudou por meio de modelos de um fenômeno, com interpretação gráfica e verbalização do comportamento dos modelos, e o outro grupo estudou por um método tradicional.
Pereira (2021)	Disciplina de Cálculo Diferencial III	Engenharias: Elétrica, Eletrônica e Mecânica.	Caderno de Atividades, dividido em quatro momentos: i) conceitos iniciais da matéria; ii) trabalho com método de resolução utilizando o campo de direção; iii) atividades com Problemas de Valor Inicial – PVI e Problemas de Valores de Contorno – PVC; iv) questionário final.
Pinto (2021)	Projeto com participação voluntária dos alunos	Engenharia Civil	Foi desenvolvida uma situação relacionada à Transferência de Calor por condução em paredes de alvenaria planas, um problema integrador entre disciplinas matemáticas e disciplinas não matemáticas

Quadro 4 - o contexto, turmas e procedimentos metodológicos presentes nas pesquisas levantadas
Fonte: Dados da pesquisa

⁵ Em uma turma especial composta por alunos que estavam de dependência na disciplina.

Podemos perceber através do Quadro 4, que algumas pesquisas foram desenvolvidas durante as aulas de turmas regulares em disciplinas obrigatórias do próprio curso e outras foram desenvolvidas em contraturno, por meio de cursos e projetos, contando assim com a participação voluntária desses alunos.

Todos os trabalhos analisados desenvolveram atividades no âmbito do Ensino de Equações Diferenciais Ordinárias em diversos cursos de Engenharia. Barros (2017), cita em sua tese que realizou um teste piloto nas turmas de engenharia e aplicou, também, algumas atividades com alunos do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) do curso de Licenciatura em Matemática, porém, apresenta apenas os resultados obtidos com os alunos de engenharia.

Em todas as pesquisas, as atividades foram desenvolvidas sempre em um mesmo grupo de estudantes, apenas Bueri (2019) que analisou e comparou o desempenho de dois grupos de estudantes (devido à metodologia de grupo controle) que utilizaram metodologias diferentes para estudar o conceito de equações diferenciais ordinárias.

Tópicos de EDO e modelos matemáticos abordados nas pesquisas

No Quadro 5, buscamos sintetizar e organizar os principais temas e modelos matemáticos utilizados nas pesquisas. Para identificar essas informações, demos atenção aos instrumentos de coleta de dados das pesquisas e aos dados coletados. Muitas pesquisas apresentam uma discussão teórica sobre EDO, abarcando diversos conceitos, mas consideramos somente o que, de fato, a pesquisa se dedicou a investigar.

Pesquisa	Principais tópicos de EDO	Principais modelos matemáticos abordados
Araújo (2008)	Noções básicas de equações diferenciais. EDO de de 1ª ordem. Foco na elaboração de modelos matemáticos. Resolução de EDO de primeira ordem - equações lineares usando fator integrante e equações de variáveis separáveis.	- Objeto em queda livre; - Fluxo de Corrente Elétrica; - Lei do Resfriamento de Newton; - Misturas de Substâncias.
Ferreira (2010)	Noções básicas de equações diferenciais. EDO de de 1ª ordem. Foco na elaboração de modelos matemáticos. Resolução de EDO de primeira ordem - equações de variáveis separáveis.	- Sistema mola-amortecedor; - Despoluição de lagoas; - Absorção de drogas no organismo.
Souza (2011)	Foco no resgate de conceitos do Cálculo Diferencial e Integral 1. Noções básicas de equações diferenciais ordinárias de 1ª ordem. Equações de variáveis separáveis. Uso do software <i>GeoGebra</i> para interpretar a solução geral da EDO.	- Lei do Resfriamento de Newton; - Decaimento radioativo; - Objeto em queda livre.
Barros Filho	Equações Diferenciais Ordinárias de 1ª e 2ª ordem, com foco na interpretação gráfica (campo	- Objeto em queda livre; - Lei do Resfriamento de Newton;

(2012)	de direções e gráfico das soluções) e uso de recursos computacionais. As resoluções das equações diferenciais feitas utilizando o software <i>Maple</i> .	- Circuito resistor-indutor (circuito RL); - Decaimento radioativo; - Sistema massa-mola.
Oliveira (2014)	Noções básicas de equações diferenciais ordinárias. Interpretação geométrica (campos de direções e gráficos das soluções de uma EDO utilizando <i>GeoGebra</i>). Resolução de EDO de primeira ordem - equações de variáveis separáveis.	- Crescimento populacional; - Decaimento radioativo; - Lei do Resfriamento de Newton.
Barros (2017)	Equações Diferenciais Ordinárias de 1ª ordem. Foco na transição entre as representações algébrica e geométrica (campos de direções e gráficos das soluções de uma EDO), utilizando o <i>Maple</i> e o <i>GeoGebra</i> . Resolução de EDO de primeira ordem - foco em equações de variáveis separáveis.	- Decaimento radioativo; - Lei do Resfriamento de Newton; - Circuito resistor-indutor (circuito RL); - Objeto em queda livre; - Desmatamento da floresta Amazônica.
Buéri (2019)	Equações diferenciais ordinárias de 1ª ordem. Matematização de fenômeno físico. Resolução de EDO de primeira ordem - equações de variáveis separáveis.	- Decaimento exponencial (decaimento de massa).
Pereira (2021)	Noções básicas de equações diferenciais. EDO de de 1ª ordem. Matematização de fenômeno físico. Interpretação geométrica (campos de direções utilizando <i>GeoGebra</i>). Resolução de EDO de primeira ordem - equações de variáveis separáveis.	- Lei do Resfriamento de Newton;
Pinto (2021)	Equações diferenciais ordinárias de primeira ordem - equações de variáveis separáveis. Uso do software <i>GeoGebra</i> para interpretar a solução geral da EDO.	- Problema de transferência de calor por condução em paredes de alvenaria planas.

Quadro 5 – as ideias matemáticas presentes nas pesquisas levantadas

Fonte: Dados da pesquisa

A partir do Quadro 5, percebemos que todas as pesquisas analisadas trabalharam com EDO de 1ª ordem, apenas Barros Filho (2012) faz menção a EDO de 2ª ordem. Diversos trabalhos iniciam a parte prática da pesquisa com uma revisão de noções do Cálculo Diferencial e Integral 1, sendo que Souza (2011) focaliza mais esse aspecto. Notamos que é comum as pesquisas abordarem noções básicas de EDO (por exemplo, o que é uma equação diferencial, o que é uma solução de uma EDO, problemas de valor inicial e problemas de valores de contorno etc.) antes de partirem para os modelos matemáticos.

Notamos que é comum as pesquisas sobre o ensino de EDO fazerem uso de modelos matemáticos tradicionais (por exemplo, decaimento radioativo, crescimento populacional, Lei de Resfriamento de Newton etc) para diferentes cursos de Engenharia. A pesquisa que foi mais específica ao curso em que estava sendo realizada foi a de Pinto (2021), que trabalhou

apenas com o curso de Engenharia Civil, focando o modelo de transferência de calor por condução em paredes de alvenaria planas.

É importante destacar a predominância da EDO de variáveis separáveis, talvez por ser um tipo de EDO mais simples para ser resolvida e, também, por alguns dos modelos matemáticos tradicionais utilizados caírem em uma EDO de variáveis separáveis.

Barros Filho (2012), apesar de ter utilizado EDO de variáveis separáveis em sua pesquisa, não se restringiu a esse tipo de EDO, pois os participantes de sua pesquisa utilizaram o *Maple* para resolver as equações trabalhadas.

Algumas pesquisas focalizam as interpretações geométricas, tanto por meio dos campos de direções como por meio dos gráficos das soluções da equação. Nesses casos, as pesquisas fizeram uso de algum *software* para se trabalhar com EDO⁶. Souza (2011), Oliveira (2014), Barros (2017), Pereira (2021) e Pinto (2021) fizeram uso do *GeoGebra*; Barros (2017) e Barros Filho (2012) fizeram uso do *Maple*. As pesquisas que não fizeram uso de softwares parecem ter seus focos no processo de elaboração dos modelos matemáticos ou da matematização de fenômenos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, tivemos como objetivo levantar e analisar trabalhos (dissertações e teses) já publicados no âmbito do ensino e/ou da aprendizagem de EDO em cursos de Engenharia no Brasil.

A partir dos filtros estabelecidos, levantamos e analisamos nove pesquisas. Das análises empreendidas, destacamos o fato de que todas as pesquisas possuem uma parte prática, isto é, todas elas desenvolveram uma sequência de atividades em turmas (regulares ou não) de Engenharia, mostrando uma característica intervencionista dessas investigações no Ensino Superior, sendo a Modelagem Matemática a abordagem de ensino mais utilizada nas pesquisas.

Consideramos que realizar esse levantamento traz contribuições não apenas para a Educação Matemática, uma vez que permite um olhar mais organizado para as pesquisas já produzidas a respeito do tema, mas, também, para a pesquisa de mestrado profissional que, como dissemos na introdução, está se iniciando. Em nossa pesquisa futura, também visamos

⁶ Alguns softwares foram utilizados nas pesquisas, mas sem relação direta com o estudo de EDO. Por exemplo, Barros Filho (2012) utilizou o *Camtasia* para gravar a tela do computador e registrar os dados. Pinto (2021) menciona o uso da linguagem *Python*, mas não para o estudo de EDO. O uso desses recursos não relacionados especificamente ao estudo de EDO não está sendo considerado em nossa análise.

realizar uma pesquisa com caráter intervencionista como as aqui analisadas. Por este motivo, consideramos que ter conhecimento dos objetivos, dos principais referenciais teóricos, dos contextos e dos tópicos de EDO abordados nas pesquisas contribuirá significativamente para as escolhas e delimitação do trabalho a ser realizado. Percebemos que nenhuma pesquisa fez uso da linguagem de programação *Python* para contribuir com o ensino e a aprendizagem de EDO, mas notamos que pesquisas que utilizaram, por exemplo, o *Maple*, podem nos ajudar a seguir em frente.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9, n. 3, p. 281-308, 1988.

BARROS, M. C. **Equações diferenciais ordinárias no contexto dos registros de representação semiótica e da modelagem matemática**. 2017. 258 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual De Maringá, Maringá, 2017.

BARROS FILHO, A. A. **A resolução de problemas físicos com equações diferenciais ordinárias lineares de 1ª e 2ª ordem: análise gráfica com o software maple**. 2012. 228 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2006. 389 p.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação/Câmara de Educação Superior. **Resolução nº 2 de 24 de abril de 2019**. Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia. 2019. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=112681-rces002-19&category_slug=abril-2019-pdf&Itemid=30192. Acesso em 11/07/2022.

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la didactique des mathématique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.

- BUERI, J. W. S. **Análise de fenômenos físicos no ensino de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem em cursos de engenharia.** 2019. 117 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2019.
- CAMARENA, P. G. **Diseño de un curso de ecuaciones diferenciales en el contexto de los circuitos eléctricos.** Tesis (Maestría en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa) — Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, 1987.
- COSCARELLI, C. V. (Org.). **Novas tecnologias, novos textos, novas formas de pensar.** 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.
- DUVAL, R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales de Didactique et Sciences Cognitives**, IREM-ULP, v. 5, p.37-65, Strasbourg, 1993.
- DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano:** registro semiótico e aprendizagens intelectuais. Fascículo I. trad. LEVY L. F; SILVEIRA, M. R. A. São Paulo: Editora da Física, 2009.
- FERREIRA, V. D. T. **A modelagem matemática na introdução ao estudo de equações diferenciais em um curso de Engenharia.** 2010. 116 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.
- FIORENTIN, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Editores Associados, 2006 (Coleção formação de professores).
- LAUDARES, J. B. *et al.* **Equações Diferenciais Ordinárias e Transformadas de Laplace:** Análise gráfica de fenômenos com resolução de problemas Atividades com softwares livres. 1a. ed. Belo Horizonte: Artesã, 2017. v. 1. 319 p
- LIMA, E. A. de. **Estudos das equações diferenciais ordinárias por métodos numéricos:** contribuições para o Ensino e para a Aprendizagem de Alunos da Licenciatura em Matemática. 2013. 141p. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte: 2013.
- LIMA, T. C. S.; MIOTO, R. C. T. Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica. **Revista Katál.**, Florianópolis, v. 10 n. esp., p. 37-45, 2007.
- MAYER, R. Should there be a Three-Strikes rule against pure discovery learning? The case for guided methods of instruction. **American Psychologist.** v. 59, n. 1, p. 14-19, Jan. 2004.
- OLIVEIRA, E. A. **Uma engenharia didática para abordar o conceito de equação diferencial em cursos de engenharia.** 2014. 159 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PEREIRA, M. C. G. **Aplicações de equações diferenciais ordinárias em fenômenos físicos**: análise por representações gráficas e algébricas. 2021. 93 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2021.

PINTO, R. L. **Equações diferenciais ordinárias de variáveis separáveis na engenharia civil**: uma abordagem contextualizada a partir de um problema de transferência de calor. 2021. 313 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2021.

PÓLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**: um novo aspecto do método matemático. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995, 196p.

PÓLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

SANTIAGO, D. G. **Novas Tecnologias e o Ensino Superior**: repensando a formação docente. 2006. 108f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-graduação em Educação do Centro de Ciências Sociais Aplicadas da PUC – Campinas, São Paulo.

SOUZA, G. M. **Uma Estratégia Metodológica Para A Introdução De Um Curso De Equações Diferenciais Ordinárias**. 2011. 141 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011.

VERGNAUD, G. *et al.* Epistemology and psychology of mathematics education. *In*: NESHER, P.; KILPATRICK, J. (ed.). **Mathematics and cognition**: a research synthesis by International Group for the Psychology of Mathematics Education. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998. 221 p.