



União da Vitória - Paraná

# IX EPMEM

Encontro Paranaense de Modelagem na  
Educação Matemática

## Mesa Temática 2

### Avanços da pesquisa em Modelagem na Educação Matemática Paranaense: a experimentação em foco

#### Informações sobre a Autora:

*Karina Alessandra Pessoa da Silva*  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
(UTFPR) - Londrina  
karinasilva@utfpr.edu.br

#### Resumo

Neste texto buscamos trazer para o debate reflexões quanto aos avanços da pesquisa em Modelagem Matemática no contexto paranaense. Para tanto, nos debruçamos sobre a experimentação enquanto uma abordagem didática a ser articulada à Modelagem Matemática. De posse de um mapeamento já estabelecido na literatura, evidenciamos potencialidades de inserir experimentação no âmbito de aulas com atividades de modelagem matemática a partir de trabalhos orientados no contexto de um mestrado profissional em Ensino de Matemática. Defendemos um diálogo entre experimentação e modelagem devido às aproximações que podem ser estabelecidas entre ambas, bem como das possibilidades de se ensinar e aprender diferentes conteúdos, tanto matemáticos quanto de outras áreas do conhecimento.

**Palavras-chave:** Coleta de dados empíricos. Mestrado profissional. Diferentes níveis de escolaridade.

#### Abstract

In this text we seek to bring to the debate reflections on the advances of research in Mathematical Modeling in the context of Paraná. Therefore, we focus on experimentation as a didactic approach to be articulated to Mathematical Modeling. In possession of a mapping already established in the literature, we evidence the potential of inserting experimentation in the context of classes with mathematical modeling activities from works guided in the context of a professional master's degree in Mathematics Teaching. We defend a dialogue between experimentation and modeling due to the approximations that can be established between both, as well as the possibilities of teaching and learning different contents, both mathematical and from other areas of knowledge.

**Keywords:** Empirical data collection. Professional Master's. Different levels of education.

Realização:





## Adentrando à temática

A nona edição do EPMEM pode ser considerada, no âmbito da comunidade de Modelagem Matemática paranaense e até mesmo brasileira, um retorno aos nossos encontros presenciais, após um “longo” período de distanciamento social ocasionado pela pandemia por Covid-19. Além da possibilidade de dialogarmos sobre “Práticas e pesquisas atuais em Modelagem na Educação Matemática: ampliando os debates”, que é o tema do evento, essa edição nos brinda a alegria de estarmos presentes fisicamente, ainda com algumas limitações, para discussões, troca de experiências e contatos com tantos amigos e novos amigos da Modelagem Matemática.

Dentro dessas possibilidades e alegrias, fomos convidadas e ao mesmo tempo desafiadas, na Mesa Temática 2, a discutir “Avanços da pesquisa em Modelagem na Educação Matemática Paranaense: debates emergentes”. Ao imergir nas pesquisas relatadas nas edições VII e VIII do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), a professora Lilian Akemi Kato evidenciou quatro núcleos temáticos relativos aos debates em Modelagem Matemática em âmbito nacional: “i) sobre práticas com Modelagem Matemática; ii) ensino e aprendizagem em/de Modelagem Matemática; iii) fases/etapas de Modelagem Matemática e, iv) formação em Modelagem Matemática” (KATO, 2022, p. 9).

Partindo da análise cuidadosa já realizada em Kato (2022) que localiza as pesquisas paranaenses no cenário nacional, a questão que nos move a trazer para o debate tem suas origens, em alguma medida, na constatação de que muitas pesquisas se interessam por justificativas para a introdução da modelagem matemática nas aulas de matemática. Com efeito, temos empreendido esforços em uma abordagem que considera atividades de modelagem matemática com experimentação.

Ao fazer um mapeamento de trabalhos que versam sobre experimentação em edições de eventos da área de Modelagem Matemática – VII e VIII Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática, X e XI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática e XVII e XVIII International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications –, Araki e Silva (2022, p. 149) evidenciaram que dos 452 textos publicados nos anais e livros dessa edições, “24 trabalhos, os quais, até certa extensão, abordavam a experimentação no ciclo de modelagem”. Desses 24 trabalhos, cinco se alocaram nas edições do EPMEM, doze nas edições da CNMEM e sete nos livros do ICTMA. Com isso, Araki e Silva (2022, p. 160) concluíram que a



articulação entre experimentação e Modelagem se trata de “um assunto em aberto e em pleno desenvolvimento na área”.

Os autores evidenciaram que as atividades de modelagem com experimentação analisadas nos textos, “quase unanimemente, buscaram conciliar o entendimento que o aluno tem acerca de um fenômeno, real ou conceitual, com a Matemática” (ARAKI; SILVA, 2022, p. 160). Isso se justifica, pois o uso de materiais e equipamentos “incentiva o trabalho prático (‘mãos na massa’), a aprendizagem cooperativa, a discussão e pesquisa, o questionamento e a elaboração de conjecturas, a produção de justificações, a elaboração de relatórios, a atividade de resolução de problemas” (BAIOA; CARREIRA, 2019, p. 11). De modo geral, em atividades de modelagem com experimentação os alunos usam “artefatos cotidianos, materiais escolares e conhecimento da situação (mesmo não sendo especialista em tal conhecimento) para chegar a resultados considerados razoáveis” (CARREIRA; BAIOA, 2018, p. 213).

Com isso, na mesa temática temos a intenção de trazer para o debate atividades de modelagem com experimentação que são transversais aos núcleos temáticos evidenciados por Kato (2022) de modo que permitam alavancar pesquisas na área. Neste texto, em particular, trazemos exemplos de atividades de modelagem matemática com experimentação desenvolvidas em pesquisas que temos orientado e que refletem práticas implementadas na sala de aula em que foi possível introduzir ou ressignificar conteúdos matemáticos e de outras áreas do conhecimento.

Organizamos o texto abordando entendimentos sobre Modelagem Matemática e experimentação para, em seguida, apresentarmos duas atividades que foram desenvolvidas e analisadas em pesquisas de mestrado. Finalizamos com algumas considerações.

### **Modelagem Matemática e experimentação**

Embora existam diferentes concepções sobre Modelagem Matemática em sala de aula, entendemos que, de forma geral, uma atividade de modelagem “começa com um problema do mundo real que requer interpretação, investigação e representação matemática” (ENGLISH, 2016, p. 187). Ou seja, o ambiente educacional, configurado com as práticas de sala de aula em que a Modelagem Matemática se faz presente, permite que sejam empreendidos procedimentos, dentre eles, matemáticos, para se traduzir uma situação com referência na realidade em linguagem matemática por meio da definição de um problema, elaboração de hipóteses, definição de variáveis,



uso de representações matemáticas com o intuito de apresentar uma solução para o problema (ALMEIDA; FERRUZZI, 2009).

Esses procedimentos permitem que atividades de modelagem sejam implementadas na sala de aula de diferentes níveis de escolaridade de modo a se constituir como uma prática pedagógica para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Neste sentido é conferido ao aluno “apreciar como sua aprendizagem escolar em matemática e ciências se aplica aos problemas do mundo exterior” (ENGLISH; MOUSOULIDES, 2015, p. 532).

Considerando a natureza dos problemas relativos ao “mundo exterior” que podem ser investigados em uma prática pedagógica, os experimentos “encontram seu lugar natural na estrutura da modelagem matemática, porque representam o ‘resto do mundo’ para o qual os modelos matemáticos são construídos” (HALVERSCHEID, 2008, p. 226). Além disso, os experimentos oriundos da experimentação incluem a formulação de conjecturas, o uso da matemática para a descoberta de resultados não previamente conhecidos, a testagem de diferentes alternativas para a obtenção de resultados bem como a análise das soluções obtidas (BORBA; VILLARREAL, 2005).

Na literatura, a implementação da modelagem com experimentação tem sido recorrente (ALMEIDA; SILVA, 2017; SILVA; VERTUAN; SILVA, 2018; SILVA; DALTO, 2019; CARREIRA; BAIÓIA; ALMEIDA, 2020; ALMEIDA; SILVA; BORSSOI, 2021). Nessas pesquisas, são relatadas experiências em que a coleta de dados empíricos é realizada *a priori* pelos alunos ou professores e, na aula regular, os encaminhamentos matemáticos são empreendidos (ALMEIDA; SILVA, 2017; ALMEIDA; SILVA; BORSSOI, 2021); a abordagem é feita exclusivamente extraclasse sob orientação do professor (SILVA; VERTUAN; SILVA, 2018; SILVA; DALTO, 2019; ARAKI, 2020); a coleta de dados empíricos e a abordagem são realizadas no contexto da sala de aula regular (CARREIRA; BAIÓIA; ALMEIDA, 2020; ROCHA, 2021).

Carreira e Baioa (2011) asseveram que a experimentação consiste em um tipo particular de Modelagem, com base em três fatos:

- (1) Os alunos têm a oportunidade de aprender fazendo (enquanto executam manipulação e experimentação reais, se engajam em conjecturar e validar).
- (2) Trabalhar com materiais físicos concretos é uma maneira de investigar as propriedades matemáticas dos objetos.
- (3) Investigar por meio da experimentação reflete sobre ações mentais e sobre a aprendizagem subsequente de ideias matemáticas e se torna uma maneira de desenvolver compreensão de modelos matemáticos. (CARREIRA; BAIÓIA, 2011, p. 214).



Para Emden e Sumfleth (2014), a experimentação no ensino e na aprendizagem pode ser caracterizada em três etapas: (1) os alunos precisam ter uma ideia e estruturar uma hipótese para resolver um problema; (2) a partir dessa ideia ou hipótese os alunos planejam e executam um experimento (físico, computacional, geométrico ou algébrico); (3) os resultados da experimentação são apresentados pelos alunos, podendo levar à revisão da hipótese inicial sempre que julgado pertinente. Isso permite que o aluno “raciocine sobre o problema proposto e procure respostas para sua solução a partir da proposição de hipóteses e análise dos dados, manifestando assim, suas habilidades de cognição” (SUART; MARCONDES, 2009, p. 51-52).

No contexto de uma atividade de modelagem, a obtenção de uma solução para o problema em investigação se faz por meio do modelo matemático. Lesh e Harel (2003) sugerem que os modelos são representações simbólicas da realidade visando trazer à tona regularidades, padrões e uma espécie de possibilidade de interpretação do fenômeno da realidade a que se vinculam. Em alguns casos, “um modelo pode ser tanto um protótipo de alguma parte da realidade ou o resultado de um processo de matematização após a experimentação sobre um protótipo” (CARREIRA; BAILOA, 2018, p. 204), de modo que para além de fazer uso de procedimentos matemáticos é possível articular conhecimentos de outras áreas.

Em pesquisa realizada por Araki (2020), com alunos de um 9º ano do Ensino Fundamental ao desenvolverem atividades experimentais investigativas em um contexto de aulas com Modelagem Matemática, foi evidenciado que a atribuição de significado para os objetos matemáticos está relacionada à familiaridade com o objeto, à intenção de significar o objeto, como uma ideia que se remete ao objeto, como consequência para abarcar o objeto e por experiência colateral com o objeto. Essas evidências estão associadas aos recursos semióticos que os alunos utilizaram na coleta de dados, na matematização, na obtenção de um modelo matemático, na interpretação e validação de tal modelo e na solução para o problema investigado. As análises realizadas em Araki (2020) foram respaldadas na semiótica peirceana enquanto uma ciência coloca foco nos signos produzidos ou utilizados na linguagem.

Já a pesquisa de Rocha (2021), fundamentada na teoria da comunicação da semiótica peirceana, lança foco em atividades de modelagem com experimentação em aulas da disciplina de Química na 2ª série do Ensino Médio de um colégio do campo. Ao analisar e categorizar os signos produzidos pelos alunos no desenvolvimento das atividades de modelagem, Rocha (2021) evidenciou como a comunicação conduziu os alunos ao aprendizado da Química e da Matemática.



Além disso, as análises permitiram evidenciar a ação da semiose que se fez por meio da comunicação estabelecida entre os envolvidos no desenvolvimento das atividades.

Articulações entre conhecimentos matemáticos e químicos também estão presentes em resultados de investigação conduzida por Silva, Vertuan e Silva (2018). Ao analisar relatórios escritos entregues por alunos de um curso de Licenciatura em Química, os autores evidenciaram configurações de atividades experimentais investigativas quando desenvolvidas no âmbito de aulas com Modelagem Matemática, tais como

um jeito de “visualizar” os conceitos da área de química na prática; como meio de possibilitar a verificação/confirmação de dados obtidos via outras fontes (rótulo, literatura, etc.); como precursora de reflexões relacionadas a aspectos socioculturais; como disparadora de discussões matemáticas contextualizadas; como possibilidade de os alunos, desde o início do curso, vivenciarem ações características de uma atividade de pesquisa, tais como produzir e organizar dados, utilizando-os para pensar sobre um problema (Silva et al., 2018, p. 70).

O Ensino Superior também foi cenário de investigação da pesquisa de Koga (2020) que analisou signos produzidos e utilizados pelos estudantes articulados às Estratégias Heurísticas presentes em atividades de modelagem com experimentação. Koga (2020), nas análises subsidiadas na semiótica peirceana, inferiu que há ações que são primeiras na fase de inteiração e requerem Estratégias Heurísticas mais gerais como a organização do material, além de ações segundas, quando se tem a corporificação da ideia e, portanto, a transformação da linguagem natural para a matemática evoca principalmente a estratégia “verifique aspectos funcionais” e finalmente ações terceiras, de ligação entre a qualidade e o fato, no desenvolvimento do modelo, interpretação e validação de resultados. Trata-se de um modo de os alunos se organizarem enquanto desenvolvem atividades de modelagem.

Com enfoque na experimentação com tecnologia, Almeida, Silva e Borssoi (2021) investigaram como decorrem elementos que indicam aprendizagem em atividades de modelagem matemática. Segundo as autoras, por meio da dinâmica estabelecida na associação da experimentação com a tecnologia digital, foi possível “proporcionar meios para que o estudante se engaje nas ações, tome decisões, esteja em interação com o professor, com os colegas e com os meios que lhe permitem experimentar no desenvolvimento de atividades de modelagem” (ALMEIDA; SILVA; BORSSOI, 2021, p. 144).

Contudo, podemos evidenciar que a experimentação se configura como articulação profícua para debates emergentes no âmbito de pesquisas em Modelagem Matemática, seja como modo de



desenvolver atividades de modelagem (SILVA; VERTUAN; SILVA, 2018; KOGA, 2020; ALMEIDA; SILVA; BORSSOI, 2021), seja por meio de estabelecimento de diálogos com outras teorias (ARAKI, 2020; ROCHA, 2021).

### **Atividades de modelagem matemática com experimentação nas pesquisas de Araki (2020) e Koga (2020)**

Na pesquisa de Araki (2020) foram desenvolvidas, ao todo, sete atividades de modelagem com experimentação com alunos de um 9º ano do Ensino Fundamental. Os encaminhamentos das atividades seguiram os momentos de familiarização dos alunos com Modelagem Matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). No texto de dissertação é analisada a atribuição de significado para o objeto matemático e de outras áreas do conhecimento em atividades desenvolvidas no âmbito de aulas regulares e extraclasse, sob orientação do professor que seguiu os protocolos de segurança, principalmente na coleta de dados empíricos.

A atividade canhão de vórtex que também se encontra relatada e analisada em Silva, Araki e Borssoi (2018) foi desenvolvida em sala de aula com os alunos reunidos em grupos. Cada grupo ficou responsável pela construção de um canhão: G1 construiu o canhão com 3 cm de saída; G2 o de 6 cm; G3 o de 9 cm e G4 o de 12 cm. Para a construção dos canhões foram utilizados baldes idênticos, nos quais foram feitos orifícios em sua parte inferior. Com o auxílio de compasso e papel cartão, os grupos fizeram representações circulares de diferentes diâmetros para a determinação do orifício de saída de ar do canhão. Uma folha de acetato foi afixada na parte superior do balde, constituindo uma membrana na qual seria aplicada a força.

Com a construção do canhão, enquanto um signo que pode proporcionar uma relação com o objeto matemático velocidade do ar, uma indagação se constituiu: como “visualizar” a saída do ar? O professor já havia previsto essa questão e orientou os alunos a utilizar bastões de fumaça colorida. A fumaça colorida permite evidenciar o trajeto do ar ao deixar o canhão e o acompanhamento da trajetória dos anéis de fumaça. Esse momento da atividade foi gravado em vídeo na quadra poliesportiva da escola. Para isso, o professor em conjunto com os alunos determinou locais fixos, tanto para o tripé com a filmadora quanto para o aluno manusear o canhão. Um representante de cada grupo manuseou o canhão que confeccionou, conforme mostra a Figura 1.

**Figura 1** – Aluna manuseando o canhão com 6 cm de diâmetro

Fonte: Araki (2020).

No desenvolvimento da atividade, os alunos observaram que o canhão com saída de menor diâmetro (3 cm) não aparentava ser aquele com a maior velocidade, conforme falas dos mesmos no decorrer da atividade experimental.

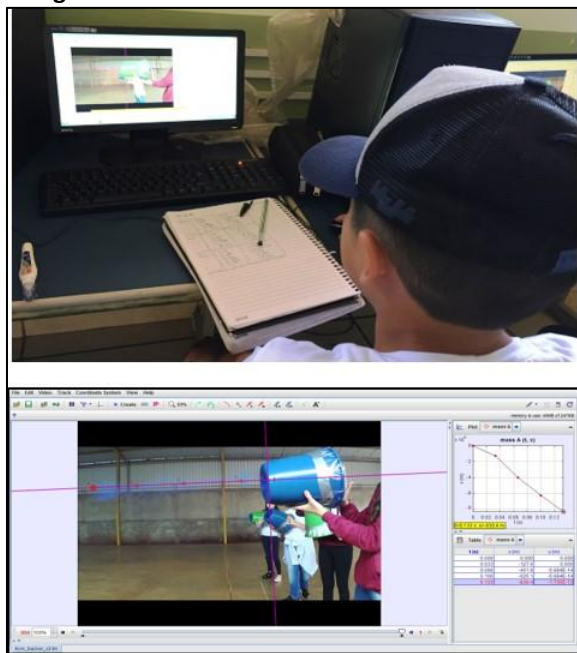
Embora os alunos, no início do desenvolvimento da atividade, estivessem convictos de que a velocidade do ar seria maior para o canhão com menor orifício de saída, foi por meio da atividade experimental que tal hipótese foi refutada. Isso porque neste tipo de atividade, os alunos desenvolvem a capacidade “de elaborar hipóteses, testá-las e discuti-las, aprendendo sobre os fenômenos estudados e os conceitos que os explicam, alcançando os objetivos de uma aula experimental” (SUART; MARCONDES, 2009, p. 51).

Além disso, o uso de gravação em vídeo é um recurso tecnológico que possibilita visualizar o mesmo fenômeno várias vezes, possibilitando a realização de sua análise que exige “retrocessos frequentes, reverificação e nova avaliação porque as mudanças acontecem rapidamente” (MAVERS, 2004, p. 84).

A análise dos vídeos foi feita com o auxílio do software *Tracker*, no laboratório de informática da escola, em aula regular da disciplina de Matemática. O professor apresentou a funcionalidade desse software para os alunos, bem como as ferramentas necessárias para se realizar a videoanálise. Os grupos foram orientados a manipular o sistema de eixos de modo com que o eixo das abscissas coincidissem com o deslocamento do ar (Figura 2), produzindo os dados com relação à distância e o tempo assim que o jato de ar representado pela fumaça colorida saía do orifício até praticamente se dispersar para o ambiente (Tabela 1).



Figura 2 – Aluno realizando a análise no Tracker



Fonte: Araki (2020).

Tabela 1 – Dados coletados com o auxílio da videoanálise

Diâmetro do orifício (cm)	Tempo (s)	Distância (m)
3	0	0
	0,033	0,344
	0,066	0,624
	0,1	0,859
6	0	0
	0,033	0,138
	0,066	0,541
	0,1	0,885
9	0	0
	0,033	0,166
	0,066	0,403
	0,1	0,66
12	0	0
	0,033	0,118
	0,066	0,224
	0,1	0,41

Fonte: Araki (2020).

De posse dos dados coletados via análises realizadas no Tracker, os alunos auxiliados pelo professor determinaram a velocidade média para cada canhão, considerando a variação da distância em um espaço de um segundo. Com as orientações do professor, os alunos passaram a abordar a situação-problema considerando a velocidade média do ar para cada canhão. O que aconteceu foi que para continuar investigando e produzindo novos signos para a situação em estudo, professor e alunos buscaram realizar uma simplificação.

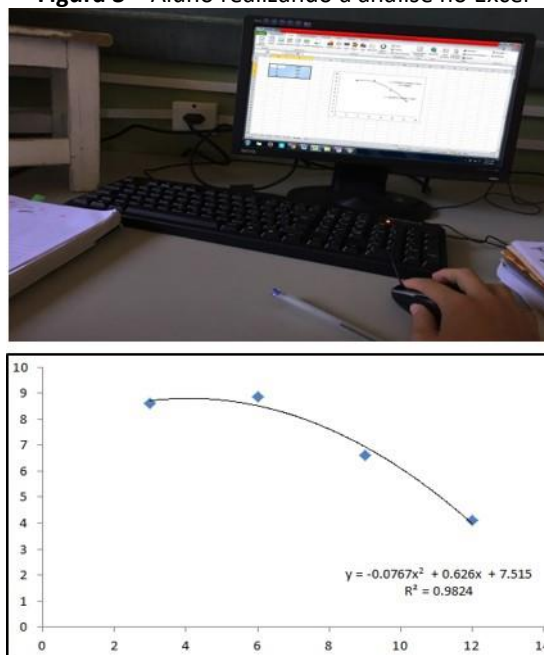
Para dar encaminhamento à abordagem, os alunos inseriram uma coluna na Tabela 1 considerando as informações obtidas com o cálculo das médias das velocidades, conforme apresentado na Tabela 2. Os valores das velocidades médias foram, então, representados em uma planilha do *Microsoft Excel*, na qual os alunos construíram um gráfico relacionando a velocidade média de cada canhão e o diâmetro do orifício e ajustaram os dados a uma curva, cuja representação algébrica é dada por  $y = -0,0767x^2 + 0,626x + 7,515$ , em que  $y$  corresponde à velocidade em função do diâmetro  $x$  de saída do ar (Figura 3). O uso da expressão  $x_v = (-b)/2a$  permitiu aos alunos determinarem o ponto de máximo, ou seja, o ponto do vértice da parábola, identificando que para um valor de diâmetro igual a 4,08 cm, a velocidade do ar liberado pelo canhão é máxima.

Tabela 2 – Velocidades médias obtidas em cada canhão

Diâmetro do orifício (cm)	Tempo (s)	Distância (m)	Velocidade média (m/s)
3	0	0	8,59
	0,033	0,344	
	0,066	0,624	
	0,1	0,859	
6	0	0	8,85
	0,033	0,138	
	0,066	0,541	
	0,1	0,885	
9	0	0	6,6
	0,033	0,166	
	0,066	0,403	
	0,1	0,66	
12	0	0	4,1
	0,033	0,118	
	0,066	0,224	
	0,1	0,41	

Fonte: Araki (2020).

Figura 3 – Aluno realizando a análise no Excel



Fonte: Araki (2020).

A função polinomial do segundo grau é um objeto matemático que faz parte da matriz curricular do 9º ano do Ensino Fundamental e já foi estudado pelos alunos em aulas anteriores ao desenvolvimento da atividade de modelagem matemática. Ao produzirem a representação gráfica da velocidade média do ar em função do diâmetro do orifício do canhão, bem como obter o signo algébrico dessa representação, de certo modo, os alunos entraram em contato com signos matemáticos que representam sob certa forma e capacidade uma função polinomial do segundo grau que pode representar o fenômeno em estudo. Defronte dos signos produzidos com o auxílio do Microsoft Excel e considerando os encaminhamentos realizados pelo professor, os alunos produziram novos signos para o objeto função polinomial do segundo grau.

Dentre as atividades desenvolvidas por Koga (2020), na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral de uma variável real, de um curso de Licenciatura em Química, com o objetivo de evidenciar as Estratégias Heurísticas nos signos produzidos e ou utilizados pelos alunos, trazemos para nossa discussão a que teve como temática resfriamento do café. A atividade de modelagem foi totalmente desenvolvida em aulas regulares da disciplina.

A temática foi sugerida pela professora e a coleta de dados empíricos foi realizada pelos alunos reunidos em grupos. Um dos grupos escolheu, dentre os disponíveis, dois recipientes constituídos por diferentes materiais – acrílico e vidro – para investigar a temperatura de amostras

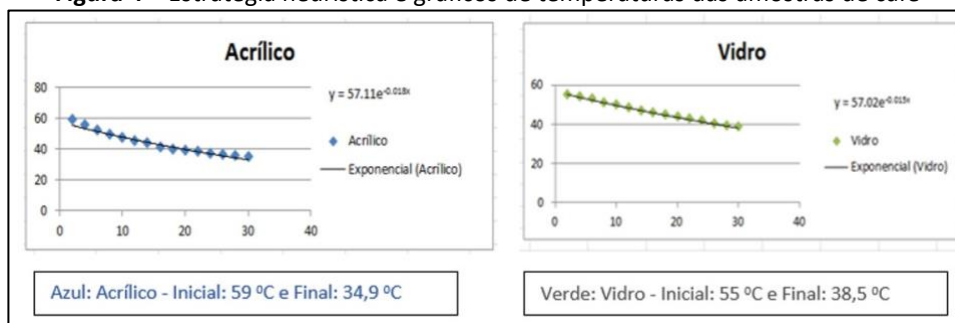
de café. A temperatura inicial era de 60 °C em todos os recipientes, por ser a máxima suportada pelo termômetro. Cada aferição durou 30 minutos e os dados das temperaturas do café foram anotadas a cada dois minutos.

O grupo delineou a linha de tendência que, segundo os alunos, melhor descreveu o comportamento do resfriamento do café por meio do software Excel, desenvolvendo, com isso, um modelo para o decaimento da temperatura do café, quando colocado em um recipiente acrílico –  $y = 57,11e^{-0,018x}$  – e quando colocado em um recipiente de vidro –  $y = 57,02e^{-0,015x}$  – em que  $x$  representa o tempo transcorrido e  $y$  a temperatura do café em graus Celsius. Com tais modelos matemáticos deduzidos com o auxílio do software, os alunos determinaram o momento em que a amostra de café atingisse o equilíbrio térmico, aos 27 °C (temperatura ambiente no momento da coleta de dados), obtendo 41,62 minutos no recipiente acrílico e 49,84 minutos no recipiente de vidro.

As primeiras discussões a respeito da definição do problema, como quantidade de café, tempo de resfriamento e influência do recipiente para o resfriamento revelaram as estratégias heurísticas do grupo “organize seu material/entenda o problema” e “use sua memória de trabalho de maneira eficaz” que foi evidenciada no planejamento das ações para a realização da coleta de dados em que o “grande” problema foi dividido em subproblemas e resolvido conforme foram sendo identificados.

Após a discretização da situação, quando por meio de uma situação real não essencialmente matemática buscou-se a resolução na matemática, o grupo definiu um problema a ser estudado – Como o café vai resfriando com o passar do tempo, dependendo do material do recipiente em que está. Por meio do software Excel simulou o comportamento do fenômeno conforme mostra a Figura 4. Essas ações indicaram as estratégias heurísticas enunciadas por Stender (2018): “organize seu material/entenda o problema” e “use sua memória de trabalho de forma eficaz”.

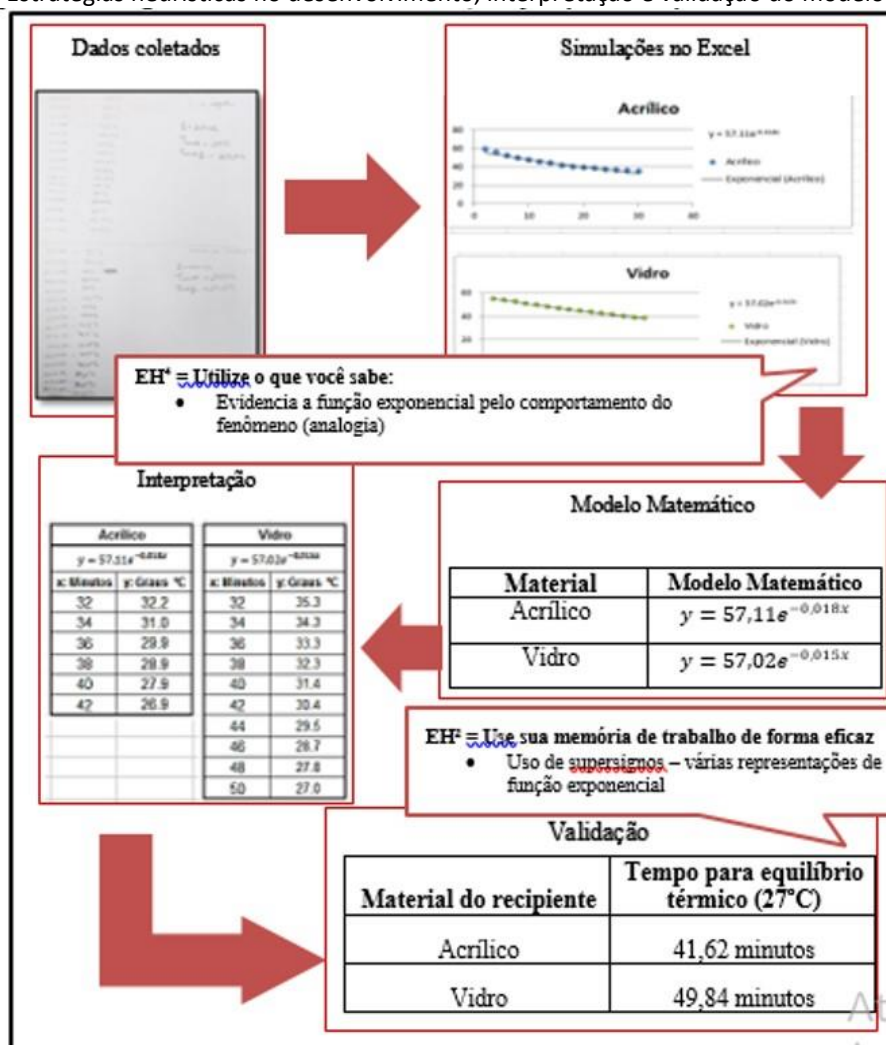
Figura 4 – Estratégia heurística e gráficos de temperaturas das amostras de café



Fonte: Koga (2020).

Com o desenvolvimento da atividade foram reveladas as estratégias heurísticas “use sua memória de trabalho de forma eficaz” e “utilize o que você sabe”, pois os alunos lembraram conteúdos conhecidos (função exponencial, intervalo e análise de gráficos) associando a situação-problema com a resolução (Figura 5). Isso mostrou que os alunos compreenderam que o equilíbrio térmico é representado pelo cálculo do limite para a temperatura de resfriamento do café. Esse cálculo validou o modelo que provisionou o tempo para que o café atingisse a temperatura ambiente no momento da coleta de dados (27 °C).

Figura 5 – Estratégias heurísticas no desenvolvimento, interpretação e validação do modelo matemático



Fonte: Koga (2020).

Logo, as estratégias heurísticas evidenciadas nesta atividade revelaram que, além de buscarem os conteúdos matemáticos para a resolução, os alunos agiram de modo a entender a situação para essa associação e reconheceram a aplicabilidade da matemática em problemas



cotidianos. Mesmo que ainda esperassem a aprovação do professor para seguir, começaram a experimentar a autonomia para planejar e decidir suas ações.

### Algumas considerações

Seja no âmbito da Educação Básica ou do Ensino Superior, a experimentação subsidiou as atividades de modelagem de modo que a atribuição de significado para os objetos matemáticos e de outras áreas do conhecimento se fizeram presentes, bem como a possibilidade de evidenciar Estratégias Heurísticas que subsidiam o aprender a resolver problemas.

A experimentação se configurou no aparato instrumental utilizado pelos alunos, durante coleta de dados, bem como nas discussões para evidenciar que objeto matemático poderia ser considerado no ajuste de curvas. A troca de ideias entre os alunos também se vincula a experimentar os dados de modo que se faça uma validação qualitativa a partir de resultados quantitativos, o que vai ao encontro de que ao usar a experimentação em sala de aula, é preciso evitar que o aluno mais realize manipulação de equipamentos do que ideias (EMDEN; SUMFLETH, 2014).

Trazer para o debate as atividades descritas neste texto, bem como outros que possam se fazer presentes no âmbito das aulas de Matemática é nossa intenção para ampliar as discussões quando se articula modelagem matemática com experimentação de modo que conhecimentos de diferentes naturezas passem a ser introduzidos e ressignificados pelos alunos.

### Referências

- ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática. **Alexandria**, v. 2, n. 2, p. 117-134, 2009.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. A ação dos signos e o conhecimento dos alunos em atividades de modelagem matemática. **Bolema**, v. 31, n. 57, p. 202-219, 2017.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; BORSSOI, A. H. Um estudo sobre o potencial da experimentação em atividades de modelagem matemática no ensino superior. **Quadrante**, v. 30, n. 2, p. 123-146, 2021.
- ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Editora Contexto, 2012.



ARAKI, P. H. H. **Atividades experimentais investigativas em contexto de aulas com Modelagem Matemática**: uma análise semiótica. 2020. 177f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

ARAKI, P. H. H.; SILVA, K. A. P. Experimentação em contexto de atividades de modelagem matemática: uma análise à luz de pesquisas atuais. **Revista Dynamis**, v. 28, n. 1, p. 144-163, 2022.

BAIOA, A. M.; CARREIRA, S. Modelação matemática experimental para um ensino integrado de STEM. **Educação e Matemática**: Revista da Associação de Professores de Matemática, n. 152, p. 11-14, 2019.

BORBA, M., & VILLARREAL, M. **Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking**: information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation. Springer: Berlim, 2005.

CARREIRA, S.; BAIOA, A. M. Mathematical modelling with hands-on experimental tasks: On the student's sense of credibility. **ZDM - Mathematics Education**, v. 50, n. 1-2, p. 201-215, 2018.

CARREIRA, S.; BAIOA, A. M. Students' Modelling Routes in the Context of Objects Manipulation and Experimentation in Mathematics. In: KAISER, G.; BLUM, W.; BORROMEO FERRI, R.; STILLMAN, G. (Eds.). **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling**. Springer: Berlim, 2011. p. 211-220.

CARREIRA, S.; BAIOA, A. M.; ALMEIDA, L. M. W. Mathematical models and meanings by school and university students in a modelling task. **AIEM - Avances de Investigación en Educación Matemática**, v. 17, p. 67-83, 2020.

EMDEN, M.; SUMFLETH, E. Assessing students' experimentation processes in guided inquiry. **International Journal of Science and Mathematics Education**, v. 14, n. 1, p. 29-54, 2014.

ENGLISH, L. D. Developing early foundations through modeling with data. In: HIRSCH, C. (Ed), **Annual perspectives in mathematics educations: Mathematical Modeling Mathematics**. NCTM: National Council of Teachers of Mathematics, 2016, p. 187-195.

ENGLISH, L. D.; MOUSOULIDES, N. G. Bridging STEM in a Real-World Problem. **Mathematics Teaching in the Middle School**, Reston, v. 20, n. 9, p. 532-539, 2015.

HALVERSCHEID, S. Building a local conceptual framework for epistemic actions in a modelling environment with experiments. **ZDM - The International Journal on Mathematics**, v. 40, n. 2, p. 225-234, 2008.

KATO, L. A. Avanços da pesquisa em Modelagem na Educação Matemática Paranaense segundo as produções do SIPEM. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2022, Londrina. **Anais...** Londrina: SBEM-PR, 2022. p. 1-16.



KOGA, T. M. **O fazer Modelagem Matemática em um curso de Licenciatura em Química**: análise de estratégias e ações. 2020. 131f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

LESH, R.; HAREL, G. Problem solving, modeling, and local conceptual development. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 5, n. 2, p. 157-189, 2003.

MAVERS, D. E. **Multimodal design**: the semiotic resources of children's graphic representation. 2004. Doctoral thesis (Institute of Education) – University of London, London, 2004.

ROCHA, R. A. R. **Uma análise semiótica da comunicação em atividades de Modelagem Matemática com experimentação**. 2021. 153f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

SILVA, K. A. P.; ARAKI, P. H. H.; BORSSOI, A. H. Tecnologias como recurso semiótico no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. **ReBECCEM**, Cascavel, (PR), v. 2, n. 3, p. 362-386, dez. 2018.

SILVA, K. A. P.; DALTO, J. O. Conhecimentos de alunos de licenciatura em química evidenciados no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v. 9, n. 1, p. 79-100, 2019.

SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E.; SILVA, J. M. G. Ensino por investigação nas aulas de Matemática do curso de licenciatura em Química. **Amazônia**: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas, v. 14, n. 31, p. 54-72, 2018.

STENDER, P. The use of heuristic strategies in modelling activities. **ZDM: The International Journal on Mathematics Education**, v. 50, n. 1-2, p. 315-326, 2018.

SUART, R. C.; MARCONDES, M. E. R. A manifestação de habilidades cognitivas em atividades experimentais investigativas no ensino médio de química. **Ciências & Cognição**, v. 14, n. 1, p. 50-74, 2009.