



União da Vitória - Paraná

IX EPMEM

Encontro Paranaense de Modelagem na
Educação Matemática

Informações sobre os Autores:

Silvio César Mendonça

Universidade Tecnológica Federal do Paraná
(UTFPR)
silviocm7@gmail.com

Renato Francisco Merli

Universidade Tecnológica Federal do Paraná
(UTFPR)
renatomerli@utfpr.edu.br

Relato de uma Atividade de Modelagem Matemática: lavando peças com material corrosivo

Resumo

O presente artigo relata a experiência de uma aula realizada pelo primeiro autor com alunos do primeiro ano do ensino médio utilizando uma atividade de Modelagem Matemática. O objetivo da aula foi abordar o conceito de função afim com a realização de uma aula diferenciada em que os alunos pudessem ser participantes do próprio conhecimento. A situação proposta diz respeito a um problema corriqueiro de indústria que utiliza um material corrosivo para lavar peças sujas e enferrujadas. Com essa atividade os alunos conseguiram identificar a relação de dependência linear entre duas variáveis, e rever conteúdos matemáticos de anos anteriores ainda não compreendidos.

Palavras-chave: Experimento. Função afim. Ensino Médio.

Abstract

This article reports the experience of a classroom made by first author with first year high school students using a Mathematical Modeling activity. The objective of the class was to approach the concept of linear function with the realization of a differentiated class in which students could be participants of their own knowledge. The proposed situation concerns a common industry problem that uses a corrosive material to wash dirty and rusty parts. With this activity, students were able to identify the linear dependence relationship between two variables and review mathematical contents from previous years not yet understood.

Keywords: Experiment. Linear Function. High School.

Realização:





Introdução

A Modelagem Matemática em sala de aula tem sido utilizada no meio educacional como uma das alternativas para despertar o interesse dos alunos e melhorar a aprendizagem. Ramon e Klüber (2021, p. 355), a partir de Blum e Niss (1991), apresentam alguns argumentos para a inclusão da Modelagem Matemática em práticas escolares: “[...] o formativo, o de competências críticas, o de utilidade, o de alternativa epistemológica, entre outros”. Para os autores, o argumento formativo “[...] contribui para o desenvolvimento de atitudes e competências gerais, tais como a criatividade e a habilidade na resolução de problemas” (RAMON; KLÜBER, 2021, p. 355).

Em relação ao argumento de competências críticas, os autores afirmam que ele “[...] auxilia a preparação dos estudantes para a vida como cidadãos atuantes na sociedade, competentes para ver e formar juízos próprios, reconhecer e entender exemplos representativos de aplicações de conceitos matemáticos” (RAMON; KLÜBER, 2021, p. 355).

No caso do argumento de utilidade, seu objetivo é “[...] a preparação do estudante em utilizar a Matemática como ferramenta para resolver problemas em diferentes situações e áreas” (RAMON; KLÜBER, 2021, p. 355). Por fim, o argumento de alternativa epistemológica funciona “[...] como uma metodologia alternativa mais adequada às diversas realidades socioculturais” (RAMON; KLÜBER, 2021, p. 355).

A partir desses argumentos, nós, como educadores, temos a preocupação de desenvolver o senso crítico dos alunos, de maneira que tenham condições de avaliar algoritmos e cálculos propostos em um ambiente acadêmico e problemas apresentados pela sociedade. Nesse contexto, entendemos que a Modelagem Matemática surge como caminho alternativo para a elaboração de aulas interessantes e com potencial de despertar o interesse dos alunos, com um desenvolvimento não apenas de senso crítico, mas também da criatividade e abstração necessárias para transcrever um problema real para uma linguagem matemática.

Neste relato, objetivamos relatar uma experiência de atividade de Modelagem Matemática realizada em sala de aula com alunos do Ensino Médio de uma escola pública, bem como, apresentar algumas reflexões suscitadas a partir da própria experiência vivenciada pelo primeiro autor e dos pressupostos teóricos da Modelagem Matemática.

Assim, na primeira seção trazemos alguns conceitos sobre Modelagem Matemática em sala de aula que nos auxiliaram na elaboração da atividade. Na sequência apresentamos a experiência propriamente dita, os problemas que surgiram e as soluções encontradas pelos alunos.



Por fim, concluímos com uma reflexão qualitativa (BOGDAN, BIKLEN, 1994), na qual assumimos que “[...] o objetivo principal [...] é o de construir conhecimentos e não dar opinião sobre determinado contexto” (BOGDAN, BIKLEN, 1994, p. 67).

Modelagem Matemática em sala de aula

Discussões sobre as potencialidades da Modelagem Matemática em sala de aula advém desse o início do século XXI. Barbosa (2001, p. 6) a definiu como um “[...] ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”.

Essa abordagem relaciona-se diretamente com a mediação da aprendizagem por meio de investigações de problemas, bem como “[...] com o desenvolvimento de habilidades de exploração e da compreensão do papel sociocultural da matemática na formação de cidadãos críticos e reflexivos para atuarem ativamente na sociedade” (BASTOS; ROSA, 2021, p. 148).

Entendendo que a Modelagem Matemática tem como propósito resolver problemas do cotidiano com um olhar matemático, Biembengut e Hein (2003, p. 11), afirmam que ela é o “[...] processo que emerge da própria razão e participa da nossa vida como forma de constituição e de expressão do conhecimento” ou ainda, é o processo que “envolve a obtenção de um modelo” (BIEMBENGUT; HEIN, 2003, p. 12).

Na mesma direção, Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 15) afirmam que o objetivo da Modelagem Matemática é “[...] propor soluções para problemas por meio de modelos matemáticos”. Bassanezi (2011, p. 16) compreende a Modelagem Matemática como a “[...] arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Assim, de modo a permitir que o professor compreenda seu papel na realização de uma atividade de Modelagem Matemática, Barbosa (2004), utilizando os trabalhos de Galbraith (1995), teorizou o que ele chamou de três casos para inserir as atividades de Modelagem Matemática, conforme Quadro 1.



Quadro 1 – Casos de Modelagem Matemática

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Formulação do problema	Professor	Professor	Professor / Aluno
Simplificação	Professor	Professor / Aluno	Professor / Aluno
Coleta de Dados	Professor	Professor / Aluno	Professor / Aluno
Solução	Professor / Aluno	Professor / Aluno	Professor / Aluno

Fonte: Barbosa (2004, p. 5)

Barbosa (2004, p. 4) teorizou que, “[...] no caso 1, o professor apresenta um problema, devidamente relatado, com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a investigação. Aqui, os alunos não precisam sair da sala de aula para coletar novos dados e a atividade não é muito extensa”. Nesse contexto, o aluno não tem autonomia, ele apenas deve encontrar a solução do problema dado pelo professor.

No caso 2, “[...] os alunos deparam-se apenas com o problema para investigar, mas têm que sair da sala de aula para coletar dados. Ao professor, cabe apenas a tarefa de formular o problema inicial. Nesse caso, os alunos são mais responsabilizados pela condução das tarefas” (BARBOSA, 2004, p. 4). De acordo com o Quadro 1, a autonomia e responsabilidade do aluno aumentam, tornando-o mais ativo em relação ao caso anterior.

E, no caso 3, “[...] trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas ‘não-matemáticos’, que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Aqui, a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução são tarefas dos alunos” (BARBOSA, 2004, p. 5). Nesse último caso, a independência do aluno chega ao apogeu, pois ele escolhe o tema, o problema e encontra o modelo matemático.

A respeito da avaliação em Modelagem Matemática, realizamos inicialmente um estudo no artigo de Magalhães e Almeida (2021), que apresentaram a caracterização das práticas avaliativas em Modelagem Matemática a partir de uma revisão sistemática entre os anos de 2010 e 2020. Os autores identificaram três focos nas avaliações em atividades de modelagem: “[...] etapas identificadas no ciclo de modelagem, avaliação da competência e de sub-competências de modelagem e a avaliação da aprendizagem de conteúdos da Matemática” (MAGALHÃES; ALMEIDA, 2021, p. 305).

Magalhães e Almeida (2021) também identificaram dois vieses sobre os encaminhamentos dados nas avaliações: “[...] um viés holístico, em que se busca avaliar a modelagem como um todo; um viés atomístico, em que se avalia, separadamente, partes do desenvolvimento da atividade de modelagem” (MAGALHÃES; ALMEIDA, 2021, p. 305).



Por último, em relação aos instrumentos utilizados na avaliação, os autores identificaram cinco possibilidades: “[...] as rubricas de avaliação, o uso de testes com questões de múltipla-escolha, a estruturação de um *framework* para as ações dos alunos, a atividade de modelagem como um instrumento de avaliação e a elaboração de critérios *a posteriori* para avaliar” (MAGALHÃES; ALMEIDA, 2021, p. 305).

Em relação à avaliação em atividades de Modelagem Matemática, Oliveira e Kato (2017, p. 57-63) relatam sete questões para orientar o processo de avaliação,

[...] identificar: a presença das variáveis (o reconhecimento); a relação de dependência entre elas, bem como as regularidades; o envolvimento dos conceitos matemáticos nas resoluções; o modelo e a coerência da resposta à situação, entre outros aspectos, como por exemplo a criatividade e originalidade dos estudantes no desenvolvimento das atividades. [...] a prioridade de uma avaliação mais qualitativa do que quantitativa. Além de que, conceber a prática avaliativa como contínua, o hábito de estar sempre circulando pela sala, considerar a participação, o envolvimento, entre outros, remetem à postura que o professor deve adotar em todas as atividades que desenvolve (OLIVEIRA; KATO, 2017, p. 57-63).

Uma vez que entendemos a Modelagem Matemática como caminho alternativo para a elaboração de aulas interessantes e com potencial de despertar o interesse dos alunos, por meio de experimentos reais e os levem a estabelecer ações criativas numa linguagem matemática; que a atividade proposta se enquadra no Caso 1 (BARBOSA, 2004), já que os alunos não precisam sair da sala de aula e necessitam apenas coletar os dados e resolver os problemas sugeridos pelo professor; e as possíveis formas de avaliar em atividades de Modelagem Matemática (OLIVEIRA; KATO, 2017), na próxima seção serão apresentados os passos do desenvolvimento de uma aula que foi aplicada em sala.

Desenvolvimento da Aula

A atividade aconteceu no primeiro ano do Ensino Médio, no Colégio Estadual Castelo Branco – Premem, na cidade de Toledo – Paraná, dentro de uma atividade de Estágio Obrigatório Supervisionado e ministradas pela primeiro autor. A turma tinha quarenta alunos e foram necessárias quatro horas-aula para realizar a experiência. A aula teve início com a instituição do contrato didático (BROUSSEAU, 2013), no qual foram discutidos os papéis do professor e do aluno. Os alunos foram dispostos em cinco grupos (de cinco a sete alunos) sendo que cada grupo ficaria

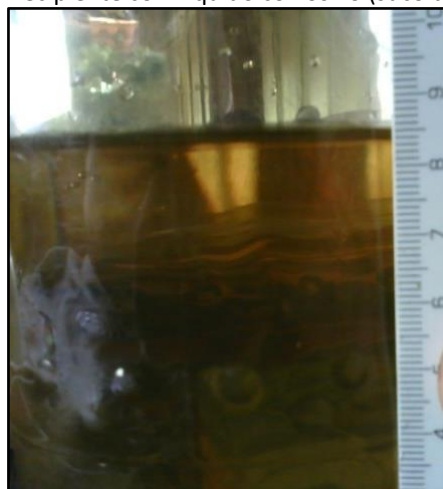
responsável por desenvolver uma modelagem do Caso 1, conforme já apresentado por Barbosa (2004).

No Caso 1, foram fornecidos o tema e o problema. As hipóteses, a coleta de dados, a investigação, a construção do modelo e posterior validação ficaram para os alunos. Ao professor, coube estimular a criatividade e mediar o desenvolvimento das ações dos alunos, tirando dúvidas ou possibilitando novas formas de pensar o problema. Depois de agrupar os alunos e distribuir as folhas para anotação dos dados iniciou-se a discussão do seguinte problema:

“Em uma empresa de usinagem de peças para manutenção, se faz a lavagem (limpeza) dessas peças com um produto (líquido) muito corrosivo e de valor elevado (para compra), por conta disso o responsável pela limpeza deve colocar uma quantidade máxima de peças em um vasilhame com o líquido para limpeza, de maneira que caiba uma quantidade ‘ x ’ de peças e não transborde o líquido do recipiente. Como poderemos ajudar o funcionário dessa empresa nesse cálculo, a partir da simulação que fizemos?”

Para realizar a atividade os alunos tinham, em cada grupo, um recipiente (uma garrafa pet de dois litros, cortada um pouco para baixo de sua boca) com capacidade de aproximadamente um litro e meio, preenchido com cerca de setecentos mililitros com água colorida para simular um produto corrosivo (Figura 1), peças metálicas (de porcas sextavadas de 35mm de tamanho para alguns grupos e rolamentos de 40mm de diâmetro para outros grupos), distribuídas na mesma quantidade entre os grupos, e um questionário para auxiliá-los na coleta de dados.

Figura 1 – Recipiente com líquido corrosivo (suco de guaraná)



Fonte: Da pesquisa

No questionário os alunos deveriam apresentar: 1) as variáveis relacionadas (número de peças no pote e o nível de água¹ correspondente); 2) uma representação dos dados na forma de pares ordenados; 3) um esboço dos pares ordenados, como pontos em um plano cartesiano.

Figura 2 – Questionário

Questionário																			
<p>1) Escreva as variáveis que se relacionam.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Nº de peças no Pote</th> <th>Nível de água no Pote</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </tbody> </table>		Nº de peças no Pote	Nível de água no Pote																
Nº de peças no Pote	Nível de água no Pote																		
<p>2) Construa um conjunto de pontos com suas respectivas coordenadas (pares ordenados) representando os dados acima de forma com que x será o número de peças e y o nível de água.</p> <p>A(,) B(,) C(,) D(,) E(,) F(,) G(,) H(,)</p>																			
<p>3) Esboce no plano cartesiano os pontos encontrados, sendo que os valores de x são representados no eixo das abscissas (horizontal), e os valores de y no eixo das ordenadas (vertical).</p>																			

Fonte: Dos autores

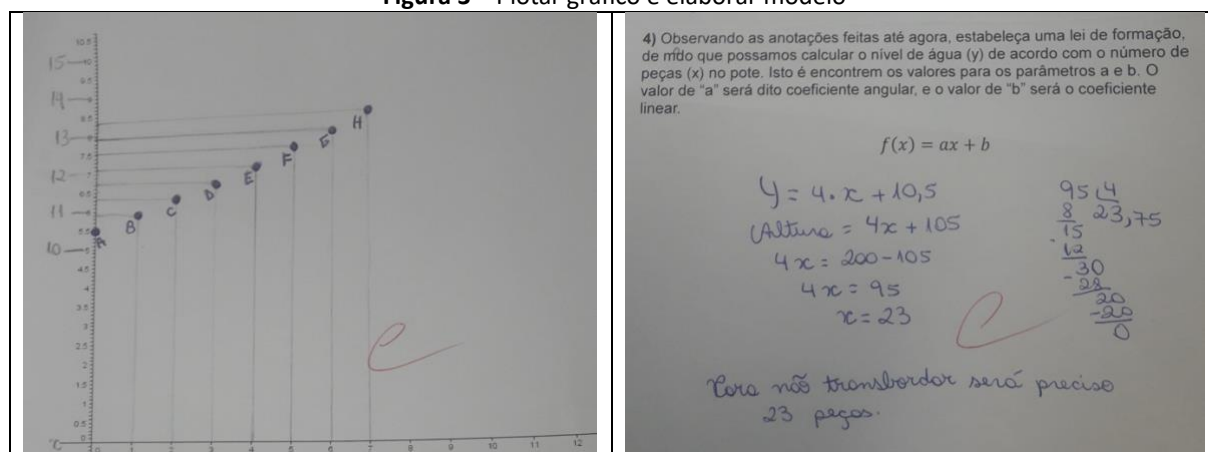
A atividade de Modelagem Matemática, Caso 1, foi pensada para introduzir a ideia de função afim. Assim, na próxima seção são apresentadas resoluções dos alunos e uma discussão, com base no referencial teórico, sobre dificuldades encontradas na realização do experimento e das respostas à atividade proposta, com possíveis sugestões de melhorias.

Algumas Análises

Os alunos conseguiram intuitivamente descrever uma função (Figura 3) de maneira que dispuseram os dados no plano cartesiano para explicar como o nível de água crescia quando colocaram as peças metálicas dentro do recipiente. Mas tiveram dificuldade em estabelecer a relação de dependência entre as variáveis envolvidas, algo que foi solucionado somente com o auxílio do professor.

¹ Assumimos que a densidade da água e a mistura utilizada no experimento é a mesma, o que nos permite encontrar o “nível de água”.

Figura 3 – Plotar gráfico e elaborar modelo



Fonte: Dos autores

Para que os alunos pudessem compreender o problema, que consistia em fazer a comparação entre o nível de água e o número de peças, precisavam observar que o nível de água aumentava com o acréscimo de peças e reduzia, na mesma proporção, com a retirada delas.

Muitos alunos tiveram a ideia de somar as quantidades de peças até atingir o nível máximo de água no recipiente. Esse encaminhamento serviu para que eles desenvolvessem os cálculos. Outros alunos conseguiram rapidamente observar uma dependência entre as variáveis sem o auxílio do professor, mas não conseguiram encontrar um modelo, com uma pequena ajuda e direcionamento elucidaram suas dúvidas e finalizaram as atividades propostas.

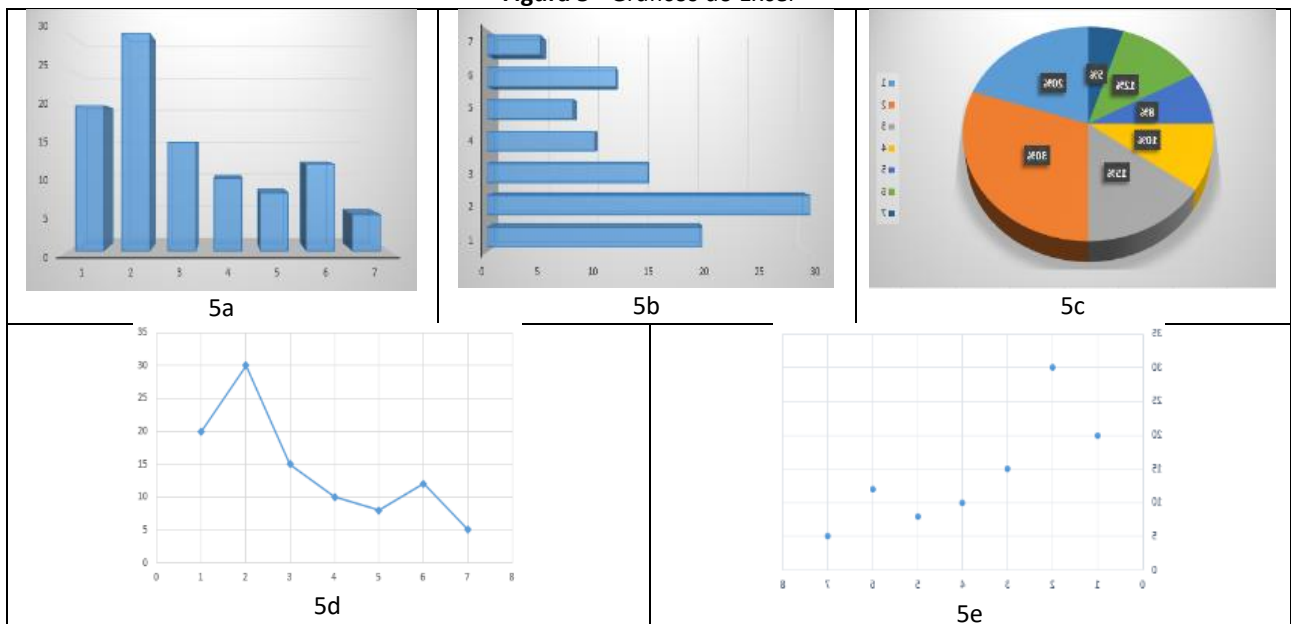
A expectativa era que os discentes conseguissem entender a noção de proporção e que conseguissem estabelecer relações entre as diferentes representações de uma função (gráfica, tabular, algébrica e da linguagem natural). Os resultados do trabalho sugerem que a maioria, 70% dos alunos, entenderam a noção de proporção e suas relações com uma função afim, a partir do experimento realizado e com a orientação do professor.

Alguns alunos ficaram dispersos, provavelmente por conta da formação dos grupos, que foram estabelecidos pelo professor e não por afinidade. Observou-se também que os grupos ficaram grandes (entre 4 a 6 alunos), fazendo com que alguns alunos ficassem deixados de lado pelos outros membros das equipes. Uma reflexão realizada a partir dessa atividade foi perceber que os grupos precisam ter menos integrantes e que os alunos devem fazer a escolha de seus colegas por afinidade. Reflexão já realizada por outros autores que aplicaram atividades de Modelagem Matemática e compreenderam a importância das escolhas dos alunos para uma maior interação (MANRIQUE; OLIVEIRA; KATO, 2018).

Foram utilizadas duas horas aulas para a modelagem e duas para a contextualização. Primeiramente, comparou-se os resultados obtidos por cada grupo, para que os alunos verificassem as diferenças entre as coletas de dados, apesar de todos começarem os trabalhos com o mesmo número de peças e nível de água no recipiente, e verem como cada grupo abordou o problema. Com base nos dados coletados por um dos grupos foi explicado aos alunos teoricamente como obter um modelo, com a representação de pares ordenados em que x representava a quantidade de peças e y o nível de água correspondente a x .

Foi explicado as várias formas de representar modelos matemáticos, por exemplo, a) gráfico de barras: compara grandezas por meio de retângulos de igual largura e alturas proporcionais às respectivas grandezas (Figura 5a); b) gráfico de colunas: tem a mesma finalidade do gráfico de barras (Figura 5b); c) gráfico de setor: representa graficamente dados estatísticos em um círculo por meio de setores circulares (Figura 5c); d) gráfico de linhas: utiliza-se para verificar o comportamento de uma determinada variável ao longo do tempo (Figura 5d); e) diagrama de dispersão: utilizado para possíveis relações entre variáveis quantitativas (Figura 5e). E para esse caso específico, embora os pontos marcados no plano cartesiano representem um diagrama de dispersão que ilustra uma tendência linear e sugere aos alunos ligar os pontos por meio de uma linha reta, é interessante observar que o modelo consistiu em uma função f com domínio discreto ($x = 0, 1, 2, 3, \dots, 23$), cujo gráfico é dado simplesmente por vinte e quatro pares ordenados.

Figura 5 - Gráficos do Excel



Fonte: Dos autores



O encerramento da atividade de modelagem se deu com a sistematização de pares ordenados e elaboração de gráficos, assim como dos coeficientes linear e angular de uma função definida por uma expressão da forma: $f(x) = ax + b$. Mesmo descrevendo passo a passo, alguns alunos não conseguiam compreender o que estava acontecendo em relação à função e aos dados coletados, aparentemente devido à falta de interesse demonstrada por alguns alunos.

Eles tinham muitas dúvidas sobre o processo de coleta de dados e no estabelecimento dos pares ordenados, que, conseqüentemente resultaria na plotagem do gráfico. O termo “*ainda não entendi*” foi o mais utilizado por eles. Algumas reflexões sobre como aconteceu o processo de sistematização dos conteúdos e de direcionamento do experimento são necessárias. Por exemplo, uma reorganização pedagógica na aula, principalmente na ordem com que foram apresentados e discutidos os resultados do experimento. Ao invés do professor realizar a explicação no quadro, seria interessante pedir para cada grupo apresentar sua resposta e, com os demais grupos, fizéssemos uma discussão.

Utilizando as sete questões já apresentadas por Oliveira e Kato (2017, p. 57-63) para orientar o processo de avaliação² de uma atividade de Modelagem Matemática consideramos o trabalho de cada grupo, a participação dos integrantes, as discussões sobre as soluções ou estratégias de resolução, e por fim, devido à falta de tempo hábil para todos concluírem o trabalho, o preenchimento completo do questionário foi deixado como tarefa de casa, com valor correspondente a 80% da nota e 20% pela participação dos alunos na atividade.

Conclusões

Nesse trabalho, foi apresentado um relato de uma aula de Modelagem Matemática de acordo com o Caso 1 (BARBOSA, 2004) realizada numa turma de primeiro ano do Ensino Médio em uma escola pública.

Inicialmente, mostrou-se o que os autores da área entendem por Modelagem Matemática e quais os casos (BARBOSA, 2004) podem ajudar os professores a utilizarem as atividades de Modelagem Matemática. Mostramos que, no presente artigo, de acordo com a Modelagem

² Para termos parâmetros em relação ao que iríamos avaliar, ao longo da atividade o professor foi realizando anotações em um bloco de notas descrevendo o grau de interação em cada um dos parâmetros analisados (a participação dos integrantes e as discussões sobre as soluções ou estratégias de resolução).



Matemática, a autonomia do aluno é maior, pois é ele que coleta os dados e encontra o modelo matemático, desde que o professor conduza as atividades de modelagem de modo a permitir essa autonomia; o que não foi o nosso caso, uma vez que a maioria dos alunos não se mostraram interessados. Nesse aspecto, é possível dizer que caberia aos estudantes, coletar e analisar os dados, realizar as transições de linguagem (materna para a matemática, e vice e versa), identificar os conceitos matemáticos e, obter e validar o modelo matemático.

A atividade permitiu que alguns conteúdos matemáticos relacionados ao conceito de função fossem revisados, tais como, proporcionalidade, diferentes representações gráficas de um modelo matemático, variáveis, dependência, regularidade, multiplicação, divisão de números decimais e unidades de medida. Além disso, como Barbosa (2004) afirmou, atividades de Modelagem Matemática permitem motivar e facilitar a aprendizagem dos conceitos, já que, eles eram necessários para resolver o problema. Entretanto, percebemos que a motivação dos alunos, por mais que eles tenham gostado do experimento, não foi o suficiente para mantê-los interessados ao longo das aulas no desenvolvimento do modelo matemático.

Notamos que, ao trazer a modelagem para sala de aula, os alunos inicialmente se animaram com a possibilidade de realizar a simulação de um experimento real, pois tiveram a oportunidade de manipular e experimentar. Contudo, essa animação não durou a aula toda, pois notamos que alguns alunos não tinham compreendido a relação de dependência e foi necessário retomar muitas vezes a explicação e de maneiras diferentes até sanarem as dúvidas.

Nesse sentido, como sugestão para uma aula futura, seria importante estudar uma abordagem diferente, por exemplo, organizar os grupos conforme a afinidade dos alunos e alterar as perguntas norteadoras da atividade de modo que fossem mais abertas e desse a liberdade para os alunos escolherem as ações que irão realizar, permitindo assim, conforme Barbosa (2004), desenvolver uma autonomia maior nos alunos.

Por fim, compreendemos que a Modelagem Matemática deve permitir que o aluno seja mais autocrítico em relação à matemática, colocando literalmente a “mão na massa”, o que torna a atividade mais significativa para ele, oportunizando que interaja, discuta e, principalmente, aprenda. Assim, nossa atividade, por mais que tenhamos tentado reconhecê-la no espectro de uma Modelagem Matemática, a condução dada não foi a mais adequada, o que nos sugere um repensar sobre a nossa prática de professores de matemática.



Referências

ALMEIDA, L. W. de; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo. Contexto. 2012.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73- 80, 2004. Disponível em: encurtador.com.br/adeKR. Acesso em: 8 jul. 2022.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Rio Janeiro: ANPED, 2001. Disponível em: encurtador.com.br/eqzZ4. Acesso em: 8 jul. 2022.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**: uma nova estratégia. 3. ed., 3ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2011.

BASTOS, T. A.; ROSA, M. A Modelagem Matemática como uma ação pedagógica para o desenvolvimento de conteúdos de análise combinatória: extrapolando os espaços da sala de aula. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [S. l.], v. 10, n. 23, p. 145–170, 2021. DOI: 10.33871/22385800.2021.10.23.145-170. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6667>. Acesso em: 8 jul. 2022.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 3. Ed. São Paulo: Contexto, 2003.

BLUM, W.; NISS, M. Applied mathematical problem solving, Modelling, Applications, and links to other subjects: state, trends and issues in Mathematics Instruction. **Educational Studies in Mathematics**, v. 22, n. 1, p. 27-68, 1991. Disponível em: <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/BF00302716.pdf>. Acesso em: 8 jul. 2022.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto Editora, 1994.

BROUSSEAU, G. **O não dito é essencial**. Revista Nova Escola. Edição 264, 2013. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/568/contrato-didatico-o-nao-dito-e-essencial>. Acesso em: 8 jul. 2022.

GALBRAITH, P. L. Modelling, teaching, reflecting – what I have learned. In: SLOYER, C.; BLUM, W.; HUNTLEY, I. **Advances and perspectives in the teaching of Mathematical modelling and Applications**. Yorklyn, DE: Water Street Mathematics, 1995. p. 21-45. Disponível em: encurtador.com.br/doqx0. Acesso em: 8 jul. 2022.

MAGALHÃES, G. G.; ALMEIDA, L. M. W. de. Avaliação em modelagem matemática: focos e modos de fazer. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [S. l.], v. 10, n. 23, p. 305–327, 2021. DOI: 10.33871/22385800.2021.10.23.305-327. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6666>. Acesso em: 8 jul. 2022.



MANRIQUE, E. D.; OLIVEIRA, W. P.; KATO, L. A. Interações favorecidas por uma atividade de Modelagem Matemática. In: Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática, 8., 2018, Cascavel. **Anais...** Cascavel: SBEM-PR, 2018. Disponível em: http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPMEM/VIII_EPMEM/paper/viewFile/770/465. Acesso em: 8 ago. 2022.

OLIVEIRA, W. P., KATO L. A. Avaliação em atividades de Modelagem Matemática na Educação Matemática: o que dizem os professores? **Revista de Ensino e Ciências Matemáticas**, v. 19, n. 1, p. 49-69, 2017. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/2798>. Acesso em: 8 jul. 2022.

RAMON, R.; KLÜBER, T. E. Aulas de Modelagem Matemática em tempo de pandemia: um relato da experiência vivida. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [S. l.], v. 10, n. 23, p. 352–371, 2021. DOI: 10.33871/22385800.2021.10.23.352-371. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6676>. Acesso em: 8 jul. 2022.