



União da Vitória - Paraná

# IX EPMEM

Encontro Paranaense de Modelagem na  
Educação Matemática

## Informações sobre os Autores:

*Elhane de Fatima Fritsch Cararo*

Secretaria da Educação e do Esporte  
(SEED-PR)  
Universidade Estadual do Centro Oeste  
(UNICENTRO)  
elhaneff@gmail.com

*Lenoar Eloi Cararo*

Secretaria da Educação e do Esporte  
(SEED-PR)  
lenoareloi@gmail.com

## Modelagem Matemática e o Uso Consciente dos Recursos Naturais: o “custo” da energia elétrica do banho

### Resumo

O presente trabalho relata uma tarefa de Modelagem Matemática realizada no 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Guarapuava. O tema da atividade de Modelagem foi o custo do banho e o uso consciente dos recursos naturais e como problema: *Quanto gasto de energia elétrica para o banho durante um ano?* A atividade gerou a discussão do tempo do banho de cada estudante e de quanto é possível economizar com energia elétrica diminuindo esse tempo. A análise crítica possibilitou a discussão sobre o uso consciente dos recursos naturais como energia elétrica e a água, além dos recursos financeiros que podem ser utilizados para melhorar a qualidade de vida da família como a compra de mais alimentos, roupas, calçados, lazer e outros.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Prática pedagógica. Metodologia Ativa.

### Abstract

The present work reports a Mathematical Modeling task carried out in the 8th year of Elementary School in a public school in Guarapuava. The theme of the Modeling activity was the cost of bathing and the conscious use of natural resources and as a problem: *How much electric energy is spent for bathing during a year?* The activity generated the discussion of each student's bath time and how much it is possible to save electricity by reducing this time. The critical analysis enabled the discussion about the conscious use of natural resources such as electricity and water, in addition to the financial resources that can be used to improve the family's quality of life, such as the purchase of more food, clothes, shoes, leisure and others.

**Keywords:** Mathematics Education. Pedagogical Practice. Active Methodology.

Realização:





## A prática pedagógica com Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática possibilita a problematização de atividades do cotidiano dos estudantes, instigando-os para a aprendizagem da Matemática, a autonomia em busca do conhecimento e a tomada de decisão frente a problemas reais. Também possibilita a integração de diferentes áreas do conhecimento, como exemplo, a Matemática e as Ciências Naturais no Ensino Fundamental.

A Base Nacional Comum Curricular — BNCC, na proposta curricular da disciplina de Ciências da Natureza, diz da necessidade de contemplar o incentivo, a partir do conhecimento científico, à sustentabilidade socioambiental por meio do uso inteligente dos recursos naturais e artificiais:

Nos anos finais, a partir do reconhecimento das relações que ocorrem na natureza, evidencia-se a participação do ser humano nas cadeias alimentares e como elemento modificador do ambiente, seja evidenciando maneiras mais eficientes de usar os recursos naturais sem desperdícios, seja discutindo as implicações do consumo excessivo e descarte inadequado dos resíduos. Contempla-se, também, o incentivo à proposição e adoção de alternativas individuais e coletivas, ancoradas na aplicação do conhecimento científico, que concorram para a sustentabilidade socioambiental. Assim, busca-se promover e incentivar uma convivência em maior sintonia com o ambiente, por meio do uso inteligente e responsável dos recursos naturais, para que estes se recomponham no presente e se mantenham no futuro (BRASIL, 2018, p. 326-327).

Desta forma, os autores, que fazem parte da Formação continuada de Modelagem Matemática na Educação Matemática para professores de Matemática, grupo de Guarapuava e grupo de Francisco Beltrão, interessaram-se por instigar os estudantes a refletirem sobre o gasto de energia elétrica com o chuveiro elétrico durante o banho.

O tema e o problema da atividade proposta emergiram da propaganda no rádio e na televisão indicando que o chuveiro elétrico é o eletrodoméstico que mais gasta energia elétrica em uma **casa**, assim, pensando em discutir, além do custo financeiro da energia elétrica, a utilização consciente dos recursos naturais em busca de uma consciência ecológica que tem relação com o comportamento do consumidor (GROHMANN et. al, 2012).

Deste modo, a atividade de Modelagem desenvolvida se caracteriza como caso 2 citado por Barbosa (2014, p. 4), no qual ao “professor, cabe apenas a tarefa de formular o problema inicial. Nesse caso, os alunos são mais responsabilizados pela condução das tarefas”. No entanto, vale lembrar que na atividade de Modelagem o professor é mediador do conhecimento, orientador do conhecimento, então, estará sempre atento as necessidades dos estudantes, deixando-os buscar,



refletir, analisar, tomar decisões, mas sem perdê-los de vista, sem deixá-los sozinhos, sendo uma referência segura para os estudantes.

Para o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática, utilizamos como referência Burak (2010, p. 19) que retoma as etapas já descritas por ele em textos anteriores: “1) Escolha de um tema; 2) pesquisa exploratória, 3) levantamento do(s) problema(s); 4) Resolução dos problemas e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema; 5) análise crítica da(s) solução(ões)”. Segundo o autor as etapas descritas podem sofrer alterações, desta forma, a atividade desenvolvida por nós tem como referência algumas das etapas sugeridas pelo autor.

Logo que o tema foi proposto aos estudantes, pela primeira autora do relato, se observou uma certa curiosidade e já de início, uma discussão entre eles por causa do tempo que cada um utiliza para o banho. As discussões levaram a conclusão de que não se gasta apenas energia elétrica no banho, mas também a água, um recurso natural que precisa ser preservado, cuidado. A atividade foi realizada logo após um período de escassez hídrica por falta de chuvas e conseqüentemente o racionamento de água em algumas cidades o que também fez parte das discussões dos estudantes que ainda consideraram, além do custo da energia elétrica, a cobrança da tarifa extra na conta de luz, nomeada de bandeira laranja, bandeira vermelha.

Assim, os professores observaram que o tema agradou os estudantes e os motivou a buscarem informações para que pudessem calcular o custo da energia elétrica gasta durante o banho, etapas da atividade de Modelagem que são discutidas por Burak (1992) quando diz da importância da escolha do tema, da problematização, da pesquisa e busca de informações, da Matemática e resolução do problema proposto e da análise crítica da situação, bem como a geração de novos problemas, pois questionaram sobre como calcular o gasto com a água do banho, gerando assim, um novo problema, agora proposto por eles e que será discutido em outra oportunidade.

### **A tarefa de Modelagem Matemática: O custo da energia elétrica durante o banho**

Como dissemos na seção anterior, a proposta do tema e do problema da tarefa de Modelagem foi levado pela professora da turma e primeira autora deste relato. A turma em que a tarefa de modelagem foi desenvolvida é uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Pública de Guarapuava.



A professora começou perguntando aos estudantes quanto tempo eles utilizam para tomar banho, os estudantes puderam expressar a sua fala e questionar os colegas porque demoram tanto no banho, ou ainda, como conseguem tomar banho em pouco tempo. Nesse momento a professora perguntou se eles já tinham escutado a propaganda no rádio que diz que o chuveiro elétrico é o eletrodoméstico que mais gasta energia em casa. A maioria dos estudantes relatou que não tinha ouvido a propaganda e que não tinham ideia de quanto era esse gasto. A professora então convidou os estudantes a calcularem qual era o gasto deles com energia elétrica durante o banho e ainda, quanto gastariam com energia elétrica para o banho durante um ano.

Os estudantes se mostraram interessados em realizar a atividade, então iniciou-se a discussão do que era necessário para desenvolver essa atividade. Por exemplo, como sabermos o consumo do chuveiro elétrico de cada estudante, potência, o que é watts (W), Quilowatts (KW), qual o custo da energia elétrica. Assim, a professora solicitou que os estudantes pesquisassem como é o consumo do chuveiro elétrico, de preferência utilizando a marca e o modelo do chuveiro de sua casa e trazer para a aula o talão de energia elétrica para analisarmos quanto ela custa.

Na aula seguinte, organizamos os grupos e iniciamos a busca pelo custo da energia elétrica, utilizando como base a conta de luz dos estudantes do grupo ou, ainda de um dos colegas. Para isso eles acharam melhor dividir o valor total da conta de luz pelo consumo do mês visto que observaram que na conta de luz é cobrada tarifa de serviços e o imposto que gira em torno de 35%, o que consideram uma tarifa muito alta. Ou seja, os estudantes de modo geral utilizaram a seguinte fórmula:

$$\text{Custo de energia elétrica por kw/h} = \frac{\text{Valor total da conta de luz}}{\text{Consumo}}$$

Para o consumo do chuveiro elétrico pesquisaram na internet e chegaram a informação de que o gasto de energia elétrica do chuveiro depende da posição verão ou inverno utilizada no chuveiro. Também chegaram à fórmula de como calcular o gasto de energia elétrica com os eletrodomésticos por meio da fórmula:

$$\text{Consumo do chuveiro: } \frac{\text{Potência do chuveiro elétrico}}{1000} \cdot \text{tempo (em horas)}$$

Assim, foram substituindo as informações para resolver o problema proposto. Aqui é importante destacar que os estudantes tiveram muitas dúvidas, precisando recorrer à pesquisa, neste caso, a internet e a orientação da professora no sentido de compreender como encontrar os valores de cada etapa e se esses valores estavam corretos.

Figura 1 - Cálculo do custo do banho diário de cinco minutos realizado por um dos grupos de estudantes

$$\textcircled{1} : \frac{5000}{1000} \times 0,0833 = 5 \times 0,0833 = 0,42 \text{ kWh}$$

$$\textcircled{2} : \frac{\text{R\$ } 142,00}{215} = 0,66\dots$$

$$\textcircled{3} \begin{array}{r} 0,42 \\ \times 0,66 \\ \hline 252 \\ 252+ \\ \hline 000+ \\ \hline 0,2772 \end{array} \qquad \textcircled{4} \begin{array}{r} 0,2772 \\ \times 1000 \\ \hline 277200 \end{array}$$

A 1 conta, a gente descobriu os kWh. (do chuveiro)  
 Na 2, o valor de watts/hora.  
 Na 3, a gente viu o valor do banho  
 Na 4, o valor do banho no ano inteiro.

CS Digitalizado com CamScanner

Fonte: Arquivo próprio

Figura 2 - Cálculo do custo do banho diário de sete minutos realizado por um dos grupos de estudantes

mais energia  $\rightarrow$  4500 a 6000 Watts  
 mais água  $\rightarrow$  2100 a 3500 Watts

Para calcular a energia por hora que o chuveiro  
 fica ligado (KWH) basta dividir esse valor  
 por 1000 e, em seguida, usar a seguinte

$$\frac{7160}{0,77} \qquad \frac{6000 \cdot 1000}{1000 \cdot 1}$$

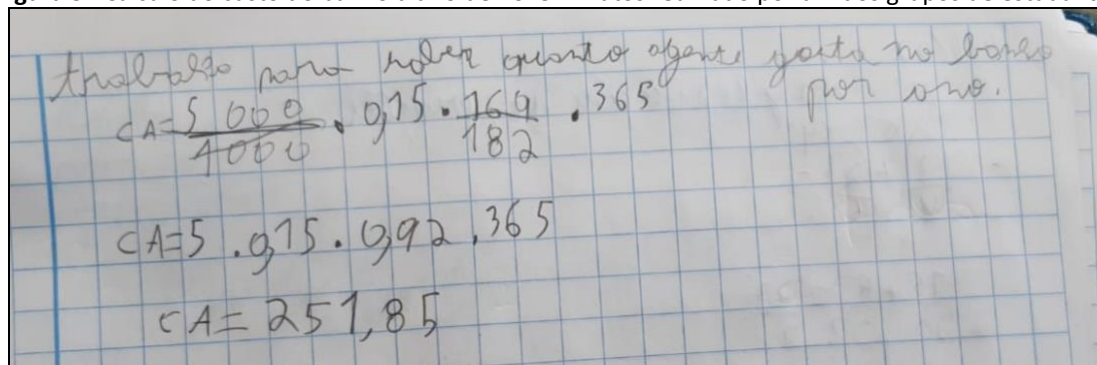
$$\frac{2761791}{1,73} \qquad \text{TOTAL DE BANHO NO DIA} = 0,74$$

Semano = 5,25  
 mês = 22,5  
 Ano = 273,75

Fonte: Arquivo próprio



Figura 3 - Cálculo do custo do banho diário de nove minutos realizado por um dos grupos de estudantes



Trabalho para saber quanto agente gasta no banho por ano.

$$CA = \frac{5000}{4000} \cdot 0,75 \cdot \frac{169}{182} \cdot 365$$

$$CA = 5 \cdot 0,75 \cdot 0,92 \cdot 365$$

$$CA = 251,85$$

Fonte: Arquivo próprio

Em uma primeira análise os estudantes disseram que a diferença do valor gasto com energia elétrica considerando o tempo do banho é uma diferença bastante expressiva, principalmente, quando se olha para todo o período, ou seja, o ano.

Após chegarem aos valores do custo do banho diário, a professora organizou a socialização dos dados dos grupos, eles vinham no quadro explicar como tinham realizado os cálculos e, a partir dessa socialização perceberam, com a orientação da professora, que poderiam unir as fórmulas em uma expressão algébrica que indicasse o consumo do banho, nesse caso em um ano, mas também poderia ser por banho, por semana, por mês, para cada estudante e para o total dos moradores da casa.

Após a discussão e socialização dos grupos, coletivamente, com a orientação da professora chegaram à fórmula:

$$\text{Custo do banho/ano} = \left( \frac{\text{potência em watts}}{1000} \right) \cdot (\text{tempo em horas}) \cdot \left( \frac{\text{valor da conta de luz}}{\text{Kw de consumo}} \right) \cdot 365$$

Organizando melhor a expressão algébrica e substituindo as frases por variáveis, chegamos à fórmula:

$$\text{Custo banho/ano} = \frac{Pc}{1000} \cdot t \cdot \frac{C}{co} \cdot 365 \quad \text{onde,}$$

$Pc$  = potência do chuveiro em Watts

$t$  = tempo em horas

$C$  = Valor da conta de luz

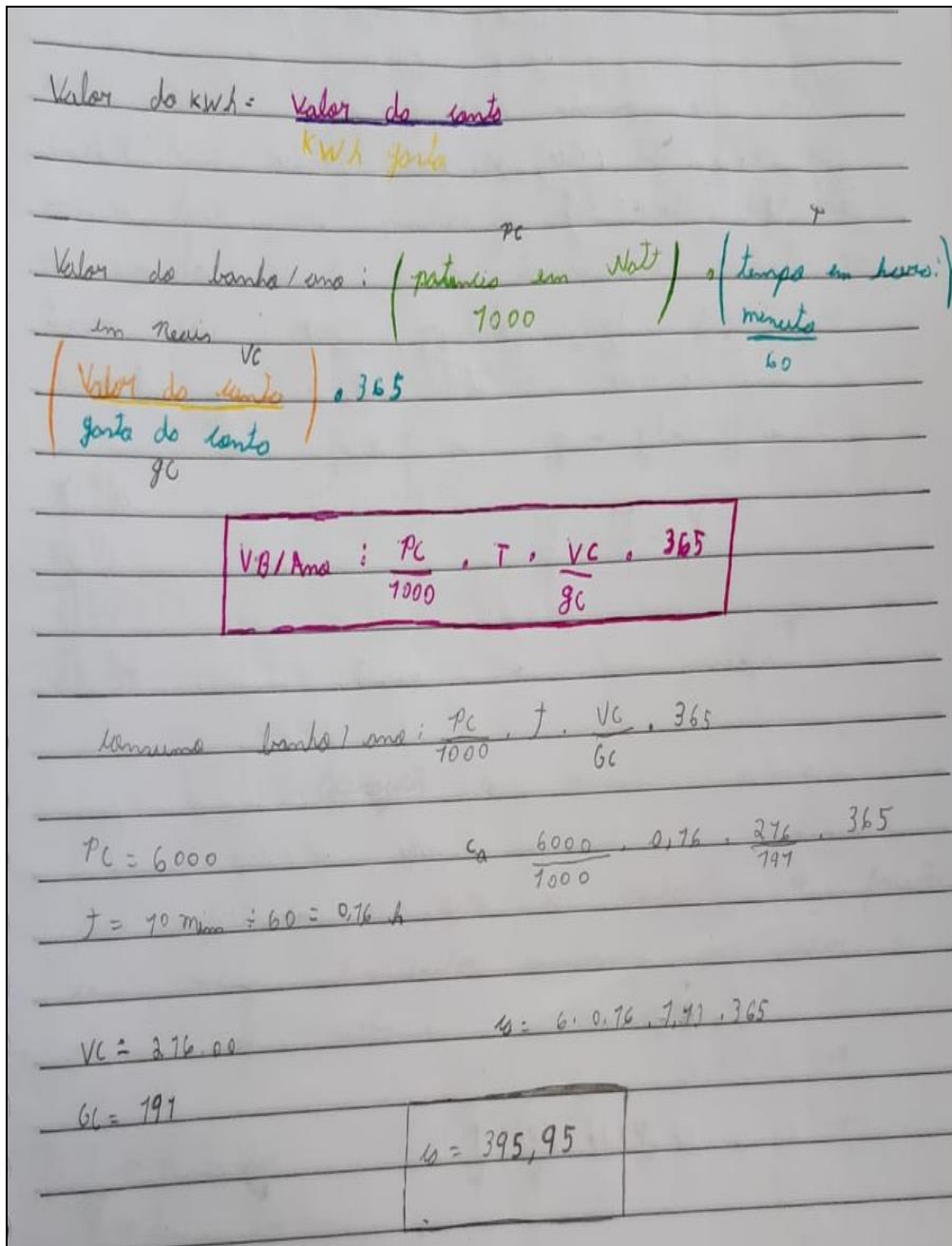
$co$  = Kwh de consumo

Como estávamos trabalhando com expressões algébricas eles ficaram muito felizes em conseguir organizar uma expressão com as informações obtidas por eles. A facilitação da organização da expressão pode ter ocorrido porque a professora em aulas anteriores solicitou que

transformassem problemas matemáticos com linguagem mais “antiga” e mais “atual” em linguagem algébrica.

Após a socialização e organização coletiva do modelo para o cálculo do custo diário do banho em um ano, a professora instigou que cada estudante fizesse o cálculo do custo do seu banho diário em um ano. A figura 4, ilustra o cálculo realizado por um dos estudantes cujo tempo do banho foi o maior, 30 minutos.

Figura 4 - Cálculo do custo do banho diário de 30 minutos realizado por um estudante após a organização do modelo matemático



$$\text{Valor do kWh} = \frac{\text{Valor da conta}}{\text{kWh gasto}}$$

$$\text{Valor do banho/ano} = \left( \frac{\text{potência em Watt}}{1000} \right) \cdot \left( \frac{\text{tempo em horas}}{\text{minutos}} \right) \cdot \text{VC} \cdot 365$$

$$\text{Valor do banho/ano} = \frac{PC}{1000} \cdot T \cdot \frac{VC}{60} \cdot 365$$

$$PC = 6000$$

$$T = 30 \text{ min} \div 60 = 0,76 \text{ h}$$

$$VC = 276,00$$

$$GC = 199$$

$$C = 6 \cdot 0,76 \cdot 276 \cdot 365$$

$$C = 395,95$$

Fonte: Arquivo próprio



Após o estudante apresentar o resultado do custo do seu banho de 30 minutos, muitos dos estudantes que estavam receosos de exporem o tempo do seu banho, também disseram que demoravam em média 30 minutos no banho que seus familiares em geral demoravam entre 15 e 30 minutos.

Então, a professora instigou-os a refletirem sobre o tempo do seu banho e o tempo que realmente seria necessário para o banho, evitando desperdícios.

Coletivamente, os estudantes decidiram que 10 minutos seriam suficientes para um banho diário. Então a professora sugeriu que eles realizassem o cálculo de um banho de 10 minutos e encontrassem o valor que pode ser economizado com a energia elétrica do banho caso os estudantes que demorassem 30 minutos no banho diminuíssem esse tempo para 10 minutos.

Os cálculos efetuados mostraram que:

- Potência do chuveiro no modo inverno (segundo eles usam o ano inteiro): 6000 Watts;
- Tempo do banho: **30 minutos**
- Valor da conta de luz: R\$ 216,00
- Consumo na conta de luz: 191 kw

$$\text{Custo banho/ano} = \frac{Pc}{1000} \cdot t \cdot \frac{C}{co} \cdot 365$$

$$\text{Custo banho/ano} = \frac{6000}{1000} \cdot 0,5 \cdot \frac{216}{191} \cdot 365$$

$$\text{Custo banho/ano} = 1237,35$$

Se esse estudante reduzir o tempo do banho para **10 minutos** terá um custo no ano de:

$$\text{Custo banho/ano} = \frac{6000}{1000} \cdot 0,16 \cdot \frac{216}{191} \cdot 365$$

$$\text{Custo banho/ano} = 395,95$$

Assim, a diferença, ou seja, o quanto ele pode economizar reduzindo o tempo do seu banho para um tempo que eles consideraram razoável será de:

$$\text{Economia com a energia elétrica do banho/ano} = 1237,35 - 395,95$$

$$\text{Economia com a energia elétrica do banho/ano será de R\$ 841,40}$$

Finalizando os cálculos, um dos estudantes disse:

– *Ainda bem que lá em casa é só eu e minha mãe, é muito caro para tomar banho.*

Outro estudante disse:





— *Já pensou se todos lá de casa diminuíssem o tempo do banho, daria para economizar um bom dinheiro.*

Como a maioria dos estudantes respondeu que poderia diminuir o tempo do banho, então foram novamente instigados a calcular o valor do banho com tempo menor e, ainda, quanto conseguiriam economizar, diminuindo o tempo do banho, durante o ano. Com os novos valores em mãos a professora lançou um novo desafio, era para os estudantes pensarem o que fazerem com o valor economizado, uma vez que durante as aulas de Matemática se trabalha a Matemática Financeira que trata do orçamento familiar, de investimentos, dentre outros temas. As respostas para esse desafio foram: a compra alimentos, a compra de calçados, a compra de um celular, o lazer com a família e a possibilidade de fazer um investimento.

### Analizando a atividade desenvolvida

Como explicitado na seção anterior a atividade foi desenvolvida com o empenho de todos os estudantes. No entanto observamos certa dificuldade em buscar os dados, em interpretar as informações e traçar caminhos para a resolução do problema em questão, o que se justifica, com o excerto de Almeida e Vertuan (2014, p. 10) quando dizem que “em experiências utilizando a modelagem em sala de aula, verificamos que os alunos tentam, invariavelmente, seguir os mesmos padrões de uma aula que a apresentação de conteúdos pelo professor vem seguida de exercícios que serão resolvidos pelos alunos” e, geralmente, seguida de exercícios parecidos com exemplos utilizados pelo professor na explicação do conteúdo, uma espécie de “siga o modelo”. Desse modo, quebrar esse paradigma é difícil, tanto pelo professor que precisa motivar os estudantes para que eles se sintam chamados a desenvolver a atividade, quanto pelos estudantes que precisam tomar decisões, buscarem informações e traçar estratégias de resolução, etapas que não fazem parte de uma aula tradicional.

Os professores perceberam que as etapas de interpretação, de pensar hipóteses e formular o modelo de resolução para o problema proposto foi para os estudantes uma etapa difícil, principalmente porque esta foi a primeira atividade de Modelagem desenvolvida pela turma.

Outro fator que possivelmente se somou ao fato de ser a primeira atividade de Modelagem desenvolvida e favoreceu a dificuldade deles em realizar a atividade foi o ensino remoto justificado pelos quase dois anos de Pandemia do Covid-19 e da necessidade de isolamento social para conter o número de pessoas contaminadas, diminuir a utilização de leitos de UTI e o número de óbitos por



causa da doença. No período de aulas remotas muitos estudantes, sem ter condições de participarem das aulas online, estudavam a partir de trilhas de aprendizagem, geralmente formuladas a partir de um texto explicativo dos conceitos, de exemplos e de listas de exercícios, com um agravante, a busca de respostas prontas na internet.

Assim, em um primeiro olhar, parece que quebrar o paradigma do exercício na aula de Matemática ficou mais difícil no sentido de que o professor precisa propor atividades que sejam atrativas para os estudantes, deixando os curiosos, interessados pelo tema para que se dediquem a buscar informações, a traçar hipóteses e a discutir com os colegas as possibilidades de resolução bem como as demais etapas da atividade de Modelagem.

No entanto, ao ler os relatos desses estudantes dizendo do que acharam da atividade de Modelagem desenvolvida, trouxe a certeza da necessidade de que para progredirmos em relação ao ensino e a aprendizagem da Matemática é necessário propiciar atividades nas quais eles sejam protagonistas do conhecimento matemático, pois alguns, além de dizerem que gostaram da atividade, disseram que se sentiram aprendendo Matemática. E, ainda mais, os professores puderam analisar como desenvolver a conscientização do uso adequado dos recursos naturais a partir das explanações deles sobre o gasto da água do banho, sobre como poderiam utilizar o dinheiro “economizado” com a energia elétrica do banho, sobre a fala de muitos estudantes de levar essas informações para os familiares e economizarem juntos em sua casa, assim, o conhecimento não ficou estagnado à sala de aula, ele foi também para as famílias por meio dos estudantes que além de mobilizarem seus familiares para ajudar na busca de informações, como buscar a conta de luz, olhar a marca e potência do chuveiro, levaram o retorno de como utilizar de forma consciente a energia elétrica durante o banho.

É importante ressaltar que alguns estudantes se mostraram impressionados com o valor do banho calculado por eles e conseqüentemente quanto se gasta, somente com a energia elétrica para o banho durante o ano e que o valor gasto com energia elétrica da sua família pode ser alto, já que algumas famílias possuem 4, 5, 6 membros ou mais.

Foi motivador ouvir eles dizerem, na grande maioria, que estão cuidando o tempo do seu banho para não exagerar nos gastos e para poder contribuir com a economia financeira na sua família e para a preservação do meio ambiente com uma ação simples, diminuir o tempo do seu banho.



## Referências

ALMEIDA, L. M; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na Educação Matemática. In: ALMEIDA, L. M; SILVA, K. A. P. **Modelagem Matemática em Foco**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2014. 216 p.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, Salvador, n. 4, p. 73-80, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf)>. Acesso em 20 de maio de 2022.

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem**. Campinas. 1992. 460f. Tese (Doutorado em Educação) – UNICAMP, Campinas.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Modelagem na Educação Matemática**, Blumenau, v. 1, n. 1, p. 10-27, 2010.

GROHMANN, M. Z. et al. Comportamento Ecologicamente Consciente do Consumidor: Adaptação da Escala ECCB para o Contexto Brasileiro. **Environmental & Social Management Journal/Revista de Gestão Social e Ambiental**, v. 6, n. 1, 2012.