



União da Vitória - Paraná

IX EPMEM

Encontro Paranaense de Modelagem na
Educação Matemática

Informações sobre as Autoras:

Jeniffer Paula da Cruz

Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) -
Câmpus de Apucarana
jepaula2001@gmail.com

Letícia Barcaro Celeste Omodei

Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) -
Câmpus de Apucarana
leticia.celeste@unespar.edu.br

Modelagem Matemática no Ensino: primeiras experiências de uma professora em formação inicial

Resumo

O presente artigo consiste em um relato de experiência e visa a discussão sobre as experiências de uma professora em formação inicial com relação a inserção de atividade de modelagem matemática na sala de aula. Nele são apresentados aspectos quanto a Modelagem Matemática na Educação Matemática e como se deu o trabalho com esta perspectiva no desenvolvimento de uma unidade didática planejada durante a disciplina de Ensino de Números e Álgebra, na 3ª série do curso de Licenciatura em Matemática. É feita uma descrição detalhada da aula, dúvidas dos alunos, respostas da professora, reconhecimentos de algumas falhas e ainda a forma como aconteceu a sistematização dos conteúdos. Por fim, são apresentadas reflexões sobre a aula, desde sua construção até seu desenvolvimento, por meio da identificação de sucessos e insucessos, das atitudes dos alunos e da professora e ainda das conclusões das autoras quanto às aulas nesta perspectiva.

Palavras-chave: Relato de experiência. Atividade de modelagem matemática. Ensino de números e álgebra.

Abstract

This paper consists of an experience report and aims to discuss the experiences of a teacher in initial training regarding the insertion of mathematical modeling activity in the classroom. It presents aspects regarding Mathematical Modeling in Mathematics Education and how the work with this perspective was carried out in the development of a didactic unit planned during the discipline of Teaching Numbers and Algebra, in the 3rd grade of the Licentiate in Mathematics course. A detailed description of the class is made, students' doubts, teacher's answers, recognition of some failures and also the way in which the systematization of the contents took place. Finally, reflections on the class are presented, from its construction to its development, through the identification of successes and failures, the attitudes of the students and the teacher and also the conclusions of the authors regarding the classes in this perspective.

Keywords: Experience report. Mathematical modeling activity. Teaching numbers and algebra.

Realização:





Introdução

Discussões sobre modelagem matemática na perspectiva da Educação Matemática estão presentes em cursos de Licenciatura em Matemática, seja como uma disciplina própria ou dentro de outras disciplinas, como por exemplo aquelas que estão ligadas ao estágio supervisionado e a práticas de ensino. Essas discussões tornam possível que os alunos, logo no início de sua formação, sejam incentivados e motivados a inserir a modelagem matemática em suas práticas, tanto discentes como docentes.

Paralelamente a isso, preparar o professor em sua formação para que utilize modelagem matemática em suas aulas tem sido temática recorrente em pesquisas e eventos na Educação Matemática. Mas muitas vezes o professor de matemática não sabe como proceder em sala de aula ou não se sente preparado para inserir atividades de modelagem em sua prática.

Por isso julgamos importante relatar essa experiência com a modelagem que aconteceu durante a formação inicial, na segunda metade do curso de Licenciatura em Matemática, na disciplina de Ensino de Números e Álgebra e no projeto de extensão relacionado a essa disciplina. Para tanto, faremos uma breve discussão sobre modelagem matemática, seguida da atividade e de como aconteceu seu planejamento e seu desenvolvimento na sala de aula, e ainda algumas reflexões.

Modelagem Matemática na sala de aula

A modelagem matemática pode ser entendida como uma alternativa pedagógica em que, a partir de uma situação da realidade, emerge um problema a ser resolvido por meio da matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016).

Segundo esses autores, uma atividade de modelagem matemática pode envolver as seguintes fases: *interação*, fase em que se obtém informações sobre a situação a ser estudada e formula-se um problema; *matematização*, fase em que se transformam as informações em linguagem matemática; *resolução*, fase na qual se constrói o modelo matemático; *interpretação de resultados*, fase em que os resultados matemáticos são associados à situação estudada; *validação*, fase em que acontece a articulação de conhecimentos de diferentes áreas (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016). Portanto, uma atividade nesta perspectiva difere-se de outras tarefas utilizadas para ensinar matemática, tanto na Educação Básica como no Ensino Superior.



Ao se deparar com uma atividade de modelagem matemática pela primeira vez, alguns alunos podem estranhar, pois não estão acostumados a proceder em uma atividade dessa natureza, em que geralmente não constam todos os dados no enunciado e para encontrar uma solução não basta exercitar algoritmos. Por esse motivo, muitas vezes a modelagem matemática pode ser considerada como um desafio para os alunos de diversos níveis, porque eles devem trabalhar a matemática em problemas da realidade (BORROMEO FERRI, 2017).

Consideramos que esse desafio também é enfrentado pelo professor e, para encará-lo, concordamos com Almeida e Dias (2007) ao afirmar que para que o professor esteja preparado para inserir a modelagem matemática em suas aulas, deve ser oportunizado em sua formação que ele *aprenda sobre* modelagem matemática, *aprenda por meio* da modelagem para depois *ensinar usando* a modelagem matemática.

A atividade de Modelagem Matemática

Durante o ano de 2021, em uma das disciplinas da graduação de licenciatura em Matemática, a presente aula, amparada na tendência de Modelagem Matemática, foi construída. Como estávamos impossibilitados de ir até o ambiente escolar, em meio a pandemia do COVID-19, não houve o desenvolvimento desta atividade em conjunto com a disciplina de Ensino de Números e Álgebra, apenas no ano seguinte, 2022.

A professora da disciplina, segunda autora deste artigo, solicitou que construíssemos uma unidade didática que contivesse um conteúdo de Números e Álgebra voltado aos anos finais do Ensino Fundamental ou ao Ensino Médio e ainda que utilizássemos metodologias diferenciadas nestas unidades. Foram muitas as ideias e cada aluno da disciplina desenvolveu uma unidade, com conteúdos e metodologias diferentes dos demais. Neste artigo há a construção, o desenvolvimento e algumas observações sobre as aulas na perspectiva de ensino da Modelagem Matemática em turmas de 9º ano de uma escola pública de Apucarana-PR. A temática abordada na unidade didática construída pelas autoras consiste no consumo consciente de água.

O planejamento e construção da Unidade Didática

A aula planejada aqui teve como intenção apresentar aos alunos uma experiência na qual eles pudessem utilizar dados que em parte fossem coletados por eles em suas casas e outros levados



pelo professor, com a finalidade de estudar sobre uma problemática do cotidiano e também aprender matemática.

A ideia de trabalhar com o consumo consciente de água surgiu ao ler uma reportagem¹ que falava sobre a seca e o racionamento de água no Estado do Paraná, no início do ano de 2021, inclusive com a possibilidade de rodízios de abastecimento de água em algumas regiões. A manchete destaca dados sobre o desperdício de água como, por exemplo, escolher a mangueira para lavar a calçada.

A partir dessa reportagem, pensamos em desenvolver uma atividade em que fosse possível abordar essa discussão e ainda levantar dados acerca do consumo de água para outras tarefas realizadas em casa e que podem afetar o consumo total, atividades como banho, lavar louça, roupa e lavar a calçada com a mangueira, em um determinado tempo, conforme mostra a Tabela-1:

Tabela 1 - Tabela de valores dos gastos de água

Atividade	Litros	Tempo da torneira aberta (minutos)
Banho	30	15
Louça	240	30
Lavar Roupa	170	Um ciclo da máquina cheia
Lavar a calçada	560	30

Fonte: Acervo pessoal

Com os parâmetros do consumo de água em um determinado tempo, definimos que, ao desenvolver essa atividade na escola, seria solicitado aos alunos que coletassem os dados relativos ao consumo de suas casas, considerando meses de 30 dias, para famílias de 4 pessoas, conforme apresentamos na Tabela 2:

Tabela 2 - Tabela para a coleta de dados

Atividade	Tempo em minutos da torneira aberta
Banho	() minutos por dia
Louça	() minutos por dia
Lavar Roupa	() Ciclo da máquina cheia por semana
Lavar a calçada	() minutos por semana

Fonte: Acervo pessoal

¹ Disponível em: <https://g1.globo.com/pr/parana/noticia/2021/10/27/reservatorios-de-agua-de-curitiba-e-regiao-voltam-a-atingir-60percent-da-capacidade-apos-mais-de-6-meses.ghtml>.

Para a orientação da aula na unidade didática dividimos a atividade em partes. A parte 1 corresponde aos alunos levarem a Tabela 2 para casa e trazerem novamente para a aula já preenchida.

O início do trabalho em sala de aula com a problemática ocorre na Parte 2, que está na Figura 1. Nela apresentamos as justificativas e questões iniciais que devem ser discutidas e respondidas pelos alunos, organizados em grupos. Estipulamos duas aulas para esta parte, desde a discussão inicial até os cálculos necessários para encontrar o consumo mensal.

Figura 1 - Parte 2: A problemática

Parte 2
<p>Com a estiagem crescente no começo do ano de 2021 vimos um aumento dos valores nas contas de água e luz, o que influencia também na produção e estoque de recursos como os valores dos produtos no mercado, as colheitas e em pequenos empresários.</p> <p>Pensando nisso seria eficaz o estudo de meios de se diminuir as contas de água, já que além de ajudar como forma de racionamento, acarreta uma diminuição de valores presentes no orçamento mensal do cidadão.</p> <p>Investigue quantos litros de água são gastos por uma família com 4 pessoas, em um mês, ao tomar banho, lavar a louça, lavar a roupa e lavar a calçada.</p> <p>Depois calcule o total do volume de água em litros gastos destas atividades juntas.</p> <p>(Use como parâmetros famílias de quatro pessoas e meses de trinta dias, utilize as informações da Tabela 2)</p>

Fonte: Acervo pessoal

Apesar de ser uma atividade bem estruturada, por meio de perguntas que direcionam o que os alunos devem fazer, consideramos como uma atividade de modelagem matemática pois a partir da problemática sobre o consumo de água, nossa intenção seria encontrar o consumo de cada família dos alunos e destacar algumas mudanças que poderiam ser adotadas a fim de reduzir tal consumo, como apresentamos na Figura 2.

Figura 2 - Sugestões para a redução dos gastos de água em casa;

Parte 3
<p>Agora pense, calcule e responda:</p> <ul style="list-style-type: none">• Qual seria o gasto de água da família se os tempos de banho e de lavar a louça fosse reduzido pela metade? Qual seria a redução nos litros de água gastos?• E se para lavar a calçada fosse utilizada água da máquina de lavar roupa, qual seria a redução de litros, ainda com as adequações anteriores?• E no fim do mês qual seria a quantidade de água gasta com essas adequações?

Fonte: Acervo pessoal



Antes de ler cada pergunta, o professor deve explorar o assunto e construir com os alunos o procedimento para resolver o problema, fazendo a sistematização dos conteúdos emergentes da atividade.

Após a resolução da atividade de modelagem, observa-se que o conteúdo emergente nela seria o de Proporção, as diferentes Grandezas, Grandezas Diretamente e Inversamente proporcionais e Regra de Três. Por isso, pensamos que essa atividade poderia ser desenvolvida em turmas de 9º ano.

O desenvolvimento da Atividade

A atividade foi desenvolvida em uma escola pública que atende cerca de 425 alunos nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Está localizada em um bairro residencial pequeno, com habitantes de classe média baixa, em Apucarana -PR.

Para que pudesse ser feito o desenvolvimento da unidade didática nesta escola entramos em contato com a pedagoga responsável e com o professor de Matemática e apresentamos um projeto intitulado *Ensino de Números e Álgebra na Educação Básica: entrelaçando teoria e prática por meio de um projeto de extensão*. A atividade foi desenvolvida com duas turmas de 9º ano, no período matutino, com cerca de 25 alunos em cada sala.

Para o desenvolvimento desta atividade foram necessárias três horas-aulas em cada turma. Nas duas primeiras aulas, os alunos desenvolveram a atividade e na terceira discutimos os conteúdos presentes. Como o desenvolvimento da atividade foi parecido nas duas turmas, serão descritos comentários e pontuações delas em conjunto.

Um dia antes de iniciar as aulas a primeira autora, que aqui será chamada de professora, foi até a escola, entregou a Tabela 2 aos alunos e explicou a eles como deveriam coletar os dados.

No dia seguinte a maioria dos alunos havia coletado os dados, então foi solicitado que eles se reunissem em grupos de no máximo cinco integrantes para dar início a atividade. Eles receberam a Parte 2 para que lessem e a professora explicou que a ideia da problemática surgiu de uma reportagem sobre consumo de água e estiagem no ano de 2021.

A Figura 3 é a tabela preenchida por um dos alunos:

Figura 3 - Dados coletados por um dos alunos

Tabela 1	
Atividade	Tempo em minutos da torneira aberta
Banho	(10) minutos por dia
Louça	(15) minutos por dia
Lavar Roupa	(8) Ciclo da máquina cheia por semana
Lavar a calçada	(10) minutos por semana

Fonte: Acervo pessoal

A seguir, faremos a apresentação de alguns trechos das aulas. Os alunos foram nomeados por A1, A2, ..., An.

O diálogo seguinte mostra as primeiras discussões sobre a atividade. Os alunos A1, A2, A3 e A4 são de um grupo do 9º A, que denominaremos de grupo-1, os alunos A6, A7, A8 e A9 são de um grupo do 9º B que denominaremos de grupo-2, os alunos A5, A10 e A11 fizeram alguns comentários interessantes mas eram de outros grupos:

Prof: "O que vocês irão calcular?"

A1: "O volume de água"

A2: "O tempo que usamos água durante o dia"

A3: "A quantidade de água que essa família da atividade gasta, mais os dados são da minha casa não desta casa e eu anotei o tempo não medi a água"

Prof: Os gastos de água podem ser determinados apenas com os tempos em minutos?

A4: "Sim mais teríamos que medir antes a água junto com o tempo"

Com este diálogo é possível observar que eles perceberam que faltavam informações para que pudessem resolver o problema. Antes de entregar os dados que faltavam, a professora explicou que as famílias e seus membros poderiam ter gastos diferentes dos deles, mas que para simplificar iriam utilizar os dados que eles trouxeram.

A professora entregou a eles a Tabela 1, que continha o consumo de água em litros por um determinado tempo, pediu que eles observassem seus dados e tentassem descobrir quais os gastos desta família no mês, se tivessem os mesmos gastos que os deles. Eles iniciaram as resoluções e um dos grupos solicitou ajuda para iniciar. O diálogo a seguir representa as dúvidas iniciais do grupo-2:

A8: "Prof, nós não sabemos como relacionar a tabela com os nossos valores..."

Prof: "Quando você leu a tabela que entreguei, o que observou com os valores em minutos e litros?"

A9: "Os litros gastos no banho são duas vezes os minutos, mas das outras atividades não são iguais, todos tinham que ser iguais né, já que são todos os dados de água?"

Prof: "A quantidade de água que sai do chuveiro é igual a quantidade que sai da mangueira?"

A6: "Entendi, não é igual"

Prof: "Vocês já viram que os litros no banho são o dobro dos minutos, e na louça será que acontece alguma relação do tipo?"

A8: "Olha o número de ciclos da máquina que nós anotamos será multiplicado por 170, e se a gente ver quantas vezes temos que multiplicar o 30 minutos da roupa para dar 240 litros, olha aqui vezes 4 dá 120, vezes 5 é 150 ... é vezes 8, 30 vezes 8 dá 240 então na louça nós vamos multiplicar o nosso por 8!"

As perguntas e respostas deste diálogo levaram os alunos a pensarem em uma estratégia de resolução, onde puderam olhar e analisar as outras atividades e encontrar o valor total. A estratégia de resolução do grupo-2 está representada na Figura 4:

Figura 4 - Estratégia de resolução do grupo-2

Litros	tempo lavagem aberta	Relação
30	15	= $15 \cdot 2$
240	30	= $\frac{240}{30}$
170	uma ciclo	= 1
560	30	=

Banha = $5 \cdot 2 = 10$ litros por dia
 $10 \cdot 30 \text{ meses} = 300$ litros por mês
 $300 \cdot 4 \text{ pessoas} = 1200$ litros por mês

$\begin{array}{r} \text{Louça} = \frac{1}{3} \cdot 30 = 10 \\ \hline 240 \mid 3 \\ \underline{24} \\ 000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 240 \mid 3 \\ \underline{24} \\ 000 \end{array}$
---	--

$80 \cdot 1 \text{ mês}$
 $80 \cdot 30 = 2400$ litros por mês

Fonte: Acervo pessoal.

Outros grupos também solicitaram ajuda, no grupo-1 eles explicaram sua forma de resolução para que a professora aprovasse antes de iniciarem as resoluções:

A4: "Nós vimos que a única atividade que não tem tempo é a máquina, uma máquina gasta aquela água toda, então a gente pensou em saber em um minuto também, assim olha 1 minuto com a mangueira vai ser 560 dividido por 30 que dá quase 18 litros nesse minuto, pode ser assim? Daí nós só multiplicamos pelo nosso tempo"

Eles decidiram uma forma de simplificação para o valor do volume. A professora explicou que neste caso poderiam simplificar para 18 porque eram dados que variavam, mais que tomassem cuidado em outras simplificações, pois $560/30=18,6666666667$ e a simplificação neste caso seria 18,7. A Figura 5 mostra a estratégia usada por eles:

Figura 5 - Estratégia de resolução do grupo-1

Fonte: Acervo pessoal.

A maioria dos grupos optou pelo método do grupo-1, alguns grupos ainda usaram a regra de 3, pois já tinham uma ideia de como fazer. Para iniciar os cálculos houve algumas discussões, pois a roupa e a calçada não eram lavadas todos os dias em suas casas, como mostram alguns comentários deles:

A3: "Lá em casa minha mãe só lava a roupa no sábado, não é todo o dia"

A2: "Na minha também, a calçada lá em casa também é uma vez por semana"

A10: "Professora lá em casa usamos a água da chuva em uma galão para lavar a calçada, não usa a mangueira"

A5: "Minha mãe também não usa a mangueira, ela joga com um balde a água da máquina"

Prof: "O banho nós tomamos todo dia, né? Espero que sim! A louça também... a maioria lava todo dia. Para a roupa e calçada, já que vocês disseram que é por semana, como podemos definir? Quantas semanas temos em um mês?"

A1: "Acho que 4 semanas, a maioria dos meses tem 4 semanas"

Prof: "Gente, o pessoal que reutiliza a água para lavar a calçada não possui este gasto extra, apenas descrevam o porque não incluíram os gastos com a calçada. Outra coisa, a louça e a roupa vai se alterar para o número de pessoas no caso desta atividade, dos dados que vocês coletaram?"

A3: "Lava junto, as roupas de todos."

A4: "A louça também, minha mãe lava tudo."

Nesta conversa com os alunos a professora percebeu que não havia determinado um número de semanas no mês, além do que alguns alunos já praticavam algumas das adequações que foram sugeridas na parte seguinte.

Com essas discussões, eles puderam finalizar os cálculos do total de água gasto, a principal observação deles foi que os gastos do banho divergiam bastante e que influenciou nos gastos totais, alguns ficaram surpresos com a grande quantidade de água que consumiam.

Em seguida foi entregue aos alunos a Parte 3, na qual eles deveriam reajustar os gastos que calcularam e comparar os valores. Como havia pouco tempo para finalizar a atividade, ela teve de ser ajustada. Foi lido e explicado para eles do que se tratava cada adequação. Apresentamos alguns questionamentos e respostas decorrentes da explicação:

Prof: "O que seria reduzir pela metade o gasto com banho e louça?"

A9: "Usar a metade do tempo da torneira aberta, dividir por dois o tempo, teremos que calcular tudo de novo mais com esses tempos divididos por 2"



A8: *“Eu acho que não precisa, dá para dividir o volume que achamos na louça e no banho por 2, porque já eram outros tempos na tabela, já calculamos, né?”*

Foi explicado que o apontamento do A8 estava correto. No segundo ponto desta parte, os alunos não tiveram dificuldade, pois como alguns colegas já utilizavam a água da máquina, eles deveriam arrumar este gasto para 0 litros.

Como os alunos já tinham os cálculos gerais do consumo prontos, apenas tiveram que adequar seus valores e somar o total novamente. Ao compararem o consumo antes e depois das adequações os alunos puderam observar que estes pequenos ajustes fizeram muita diferença, a maioria dos gastos totais foram reduzidos pela metade com as adequações.

Em outro dia foi feita a sistematização de alguns conteúdos que emergiram das resoluções dos alunos. No início, a professora solicitou que explicassem como compararam seus dados de tempo com os da Tabela 2:

A6: *“Nosso grupo viu que tinha alguém multiplicando o minuto e dava o valor do volume, tipo no banho era 15 minutos vezes 2 que dava os 30 litros”*

Prof: *Então vocês perceberam que há uma proporção? O volume era o dobro do tempo?*

A5: *“Eu usei a regra de três e deu para fazer, então meu banho é de 10 minutos como lá era 15 minutos e gastava 30 litros eu fiz 10 vezes 30 igual a 15 vezes x, e deu 20 litros de água”*

Prof: *“A5 o que era o x?”*

A5: *“O x é o valor que eu usei para saber meus litros de água, era a água”*

Prof: *“Ok, vocês todos sabem o que é regra de 3?”*

A2: *“Não, no nosso a gente descobriu o volume em que todos os tempos eram 1 minuto, daí ficou para o banho em 1 minuto 2 litros, na louça em 1 minuto foram 8 litros, na roupa era 170 litros em uma máquina e na calçada era um pouco mais de 18 litros em 1 minuto, mais eu deixei 18 mesmo”*

Prof: *“Entenderam o que o grupo do A2 fez? Eles encontraram os gastos de água por minuto com a torneira aberta e então multiplicaram o volume encontrado pelo seu tempo”*

Com essas discussões, a professora iniciou a sistematização do conteúdo perguntando:

Prof: *Quais valores se relacionam?*

A3: *As coisas que fazemos em casa, que gasta água, com o tempo.*

Prof: *Mais o que do banho, por exemplo, se relaciona, quais os dados, o nome?*

A2: *A água usada no banho e o tempo no chuveiro?*

Prof: *Isso, então quanto mais tempo eu fico com o chuveiro aberto ... ?*

A3: *Mais água eu gasto!*

Prof: *Ok, esses dois dados dispostos na tabela tem unidades de medida. Quais são?*

A5: *Litros e minutos.*

A definição de grandeza foi feita a partir destes questionamentos da professora: “Grandeza é tudo que pode ser medido ou contado” (BIANCHINI, 2018, p. 69).

Para falar sobre a proporção a professora questionou aos alunos quanto a seus valores de banho, o volume em litros e o tempo em minutos:



Prof: Qual o tempo e o volume de água gastos no banho?

A3: 10 minutos e 20 litros.

Prof: (escrevendo no quadro) Então a cada 15 minutos são 30 litros e a cada 10 minutos são 20 litros.

<i>Minuto</i>	<i>Litros</i>
15	30
10	20

Com estes dados a professora pode pontuar o que havia feito um dos grupos, quanto ao dobro do tempo ser igual ao volume e que isso acontecia sempre, com qualquer tempo e volume. No caso do banho, a partir dessa abordagem se deu a definição de proporção:

Prof: Percebem que os valores crescem de forma parecida?

A3: Sim

Prof (escrevendo no quadro): os valores estão se relacionando na mesma proporção: “A proporção é uma igualdade entre duas razões” (BIANCHINI, 2018, p.204).

Para explicar a definição a professora pede:

Prof: (escrevendo no quadro) “Dividam as frações, nesse caso, razões” $\frac{15}{10} = \frac{30}{20}$

A6: Dá 1,5.

Prof: Essas divisões ou razões que realizaram foram iguais, essa é a igualdade escrita na definição de proporção.

Foi explicado também que um aumento no tempo dos gastos de água interfere diretamente no volume final, usando do mesmo exemplo da proporção, definiu-se as Grandezas Diretamente Proporcionais: “Duas Grandezas são Diretamente Proporcionais quando a razão entre dois valores da primeira é igual a razão entre os valores correspondentes da segunda” (BIANCHINI, 2018, p.73)

A professora pontuou ainda que na grandeza diretamente proporcional, quando uma grandeza aumentava a outra também aumentava, no entanto nem todas as grandezas se relacionam dessa forma.

Prof: Vocês sabem de outra forma que as grandezas podem se relacionar?

A4: Acho que quando uma diminui a outra também né?

Prof: Isso ocorre também nas grandezas diretamente proporcionais, esqueci de falar, nelas enquanto um valor aumenta o outro também, assim como enquanto o outro diminui o outro também.

Como eles não conseguiram imaginar qual seria o outro tipo de proporção entre grandezas, a professora afirmou que enquanto uma aumentasse a outra diminuiria, assim como quando uma diminui a outra grandeza aumenta. Eles não compreenderam no início então foi feito o seguinte exemplo: *Para encher uma jarra de suco de 1 litro são necessários 5 copos de 200 ml. Quantos copos serão necessários sabendo que ele possui agora 100 ml?*

Prof: E aí, quanto copos?

A8: Fácil, são 10 copos ué.



Prof: (escrevendo no quadro) *Correto, a capacidade em ml de um copo para o outro aumentou, por isso precisamos de menos copos em um dos casos e mais copos no outro caso.*

<i>Capacidade (ml)</i>	<i>quantidade de copos</i>
200 ml	5 copos
100 ml	10 copos

Os alunos compreenderam. Então a professora disse que a situação vista no exemplo se refere à relação entre Grandezas Inversamente Proporcionais, que foi definida como: “Duas grandezas são Inversamente Proporcionais quando a razão entre dois valores da primeira é igual ao inverso da razão entre os valores correspondentes da segunda” (BIANCHINI, 2018, p.79)

Conforme a definição, a professora escreveu os valores da capacidade (em ml) e do número de copos em forma de razão e inverteu a razão dos copos. Solicitou que os alunos dividissem os valores antes e depois de invertê-los e eles perceberam do que se tratava a definição.

Para finalizar a aula a professora explicou o conteúdo de Regra de Três, já que alguns deles não sabiam: *A Regra de Três relaciona quatro valores, três deles são conhecidos e um deles é desconhecido, ao valor desconhecido damos o nome de incógnita.*

Como exemplo, a professora solicitou que alguém dissesse o tempo em que a mangueira fica aberta para lavar a calçada em suas casas, um deles apontou que seria de 15 minutos. A professora explicou que na regra de três é interessante organizar as grandezas em colunas:

<i>Tempo (minutos)</i>	<i>Volume (Litros)</i>
30	560
15	x

Disse que o “ x ” representa o valor do volume (em litros) em 15 minutos, que queriam encontrar, e que bastava aplicar a propriedade da proporção (“*O produto dos meios é igual ao produto dos extremos*”), ou que multiplicassem cruzado e, igualando essas multiplicações, a professora resolveu da seguinte forma com a participação dos alunos:

$$30 \cdot x = 560 \cdot 15$$

$$30 \cdot x = 8400$$

$$x = \frac{8400}{30}$$

$$x = 280 \text{ litros}$$

Ao final das aulas, a professora perguntou aos alunos sobre a atividade desenvolvida. Eles disseram que foi legal aprender algo que veio de suas produções, e que no início foi difícil pensar em como resolver, mas que ao discutir com a professora e seus colegas conseguiram fazer a



atividade e que gostaram de ver que o conteúdo estava presentes nas resoluções, apesar de não saberem os nomes dos conteúdos aprendidos no desenvolvimento dela.

Algumas Reflexões

As experiências da professora em formação inicial com a Modelagem Matemática, antes desta atividade, eram enquanto aluna no papel de modeladora. A construção de uma aula nessa perspectiva foi um desafio, as dificuldades vieram ao imaginar um desenvolvimento de aula que depende de resoluções dos alunos e ainda associar os conhecimentos sobre a perspectiva com o planejamento da aula.

Com a aula já planejada ocorreu a insegurança que ela podia não se tratar de Modelagem, mas ao desenvolvê-la, para testar as possibilidades de resolução, foi perceptível que realmente era uma aula voltada a essa perspectiva, pois além de seguir as fases inteiração, matematização, resolução, interpretação e validação dos resultados, os diferentes procedimentos de cada grupo de alunos proporcionam a construção de diferentes modelos.

A problemática da seca interessou a professora de imediato, principalmente porque os alunos poderiam coletar seus próprios dados e participar da atividade em todas as suas fases. Para a professora, envolvê-los faz com que se sintam como pesquisadores e tomem atitudes como tais. E isso foi observado durante a aula, pois quando os alunos comparavam seus valores, pensavam em formas de redução de gastos e indicavam qual parte de suas resoluções se relacionava com as definições. Assim, podemos dizer que eles fizeram parte da construção e sistematização dos conceitos.

Como foi a primeira experiência também dos alunos com a modelagem, as orientações e questionamentos presentes no planejamento fizeram grande diferença. Elas foram uma forma de guiar os alunos quanto ao que deveriam resolver e os fizeram refletir sobre suas realidades, com relação ao gasto de água com atividades domésticas. Conseguiram até mesmo sentir falta de algumas informações, como por exemplo quantas semanas deveriam considerar em um mês, algo que será corrigido na Unidade Didática. No entanto, foi visto pela professora que a parte 3, a qual sugere adequações nos gastos de água, pode ser retirada em próximas experiências. Pensar em formas de reduzir os gastos de água é importante tendo em vista a temática, porém isso é algo a ser discutido com os alunos, eles mesmos podem definir formas de reduzir os gastos.



No início os alunos estavam inseguros quanto ao que deveriam fazer, sempre esperando que a professora aprovasse suas escolhas. Em um dos casos ela o fez e não deveria ter feito, pois impossibilitou os alunos que eles próprios as avaliassem. No decorrer da aula a professora percebeu que isso não deveria se repetir. Se a professora controlasse os passos de desenvolvimento da atividade dos alunos, aprovando ou desaprovando, eles jamais tomariam sozinhos suas decisões; questioná-los e fazê-los pensar sobre suas inseguranças permite que decidam, descubram e tomem a iniciativa.

O papel de orientador do professor não é fácil! Pensar em perguntas que levem os alunos a refletir requer estudo sobre a aula, sobre o conteúdo e até mesmo sobre a forma de expressar um questionamento a eles. Muito mais simples é dar as respostas, mas qual o objetivo dessa ação? Será que eles aprendem mesmo com a dúvida ou apenas usam das nossas respostas de forma momentânea?

Uma das melhores partes da aula foi a sistematização dos conteúdos, em que os alunos ficaram orgulhosos de verem seus cálculos e dados presentes no que estavam aprendendo. O interesse pelo conteúdo novo, que ocorreu, é algo quase incomum em algumas aulas. Não se tratou de um trabalho monótono com a matemática, eles puderam escolher diferentes formas de resolução percebendo que, por mais que as estratégias fossem diferentes, elas não estavam incorretas e que a matemática estava associada a algo que eles já tinham conhecimento, algo presente em suas vidas.

As aulas voltadas para a perspectiva da Modelagem Matemática aconteceram num formato interessante e desafiador, não só quanto à possibilidade de trabalhar com situações plausíveis e do dia a dia, mas também por proporcionarem aos alunos maturidade, liberdade, independência e confiança. Já para os professores podem oportunizar aprendizados novos quanto sua posição em sala de aula, maior envolvimento com seus alunos nos processos e ainda novas possibilidades de ensino. Um ensino no qual os conteúdos não se tratam apenas de meras definições sem compreensão torna significativa a matemática, e as aulas, uma aproximação da escola com as vidas dos alunos, afinal não é esse o papel da escola?

Portanto as aulas de matemática não precisam ser sempre as mesmas, é claro que mudanças no formato das aulas causam estranhamento no início, pois buscar as formas diferentes de fazer algo não é confortável, exige trabalho, tanto para o professor quanto para os alunos, porém reconhecer os resultados, sentir que o aluno fez parte da aula e que ela foi proveitosa é



recompensador. Os alunos são e devem ser a parte mais importante das aulas, eles devem assumir papéis que os façam se sentir responsáveis por sua aprendizagem, talvez isso seja o que falta para que a escola deixe de ser apenas uma obrigação e se torne um interesse.

Referências

ALMEIDA, L. M. W., DIAS, M. R. **Modelagem Matemática em cursos de formação de professores. Modelagem matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais.** Recife: SBEM, 253-268. 2007.

ALMEIDA, L.W., SILVA, K. P., VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica.**1. ed. São Paulo: Contexto, 2016.

BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini – 9º ano.** São Paulo: Editora Moderna, 2018

BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini – 7º ano.** São Paulo: Editora Moderna, 2018

FERRI, R. B.. **Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education.** Springer, 2017.

PENA, R. F. A. "**Atividades que mais consomem água**"; *Brasil Escola*. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/geografia/atividades-que-mais-consomem-agua.htm> . Acesso em 24 de janeiro de 2022.