



União da Vitória - Paraná

# IX EPMEM

Encontro Paranaense de Modelagem na  
Educação Matemática

## Informações sobre as Autoras:

*Suzana Lovos Trindade*

Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
(UTFPR)  
strindade@alunos.utfpr.edu.br

*Karina Alessandra Pessoa da Silva*

Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
(UTFPR)  
karinasilva@utfpr.edu.br

## Retomando Conceitos de Medidas Convencionais e Não-Convencionais em uma Prática com Modelagem Matemática

### Resumo

Neste artigo relatamos uma experiência com a introdução de atividades de modelagem matemática nas aulas de Matemática, com 19 alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola privada do interior do Paraná. Por meio de encaminhamentos de uma atividade de modelagem matemática e com foco na geometria, os alunos foram convidados a solucionar uma situação-problema sobre a quantidade de passos que dariam caso fossem caminhando de casa para a escola. Para a apresentação do relato de experiência utilizamos os dados coletados por meio de fotos, vídeos e áudios durante as aulas de Matemática em que a atividade se desenvolveu. Com a experiência, evidenciamos o envolvimento e a empolgação dos alunos em obter uma solução para o problema e também o cuidado em analisar os resultados obtidos, corrigindo equívocos e considerando a situação estudada.

**Palavras-chave:** Geometria. 8º ano do ensino fundamental. Coleta de dados.

### Abstract

In this paper we report an experience with the introduction of mathematical modeling activities in mathematics classes with 19 students from the 8th grade of elementary school at a private school in the state of Paraná. Through referrals of a mathematical modeling activity and focusing on geometry, students were invited to solve a problem situation about the number of steps they would take if they were walking from home to school. For the presentation of the experience report, we used the data collected through photos, videos and audios during the math classes in which the activity was developed. With this experience, we evidenced the involvement and excitement of the students in finding a solution to the problem and also the care in analysing the results obtained, correcting mistakes and considering the situation studied.

**Keywords:** Geometry. 8th grade of elementary school. Data collect.

Realização:





## Introdução

Em decorrência de algumas consequências causadas pela pandemia ocasionada pela Covid-19, percebemos que alguns alunos apresentam dificuldades ao “voltar” às aulas presenciais e ao “novo” normal, desde o contato com os colegas e também com o estudo, neste caso, da Matemática. Com isso, entendemos que ações precisam ser tomadas no sentido de realizar uma interação entre os alunos e retomar conceitos matemáticos. Essas ações são deliberadas ao trabalho do professor.

Tendo papel fundamental na escola e na vida, é importante que o professor busque estratégias para contribuir com que seu aluno perceba a importância da matemática. Segundo D’Ambrósio (1997, p. 79), o professor tem o papel de “ajudar o aluno a conhecer, compreender e transformar o mundo que o cerca, estimulando seu raciocínio e sua capacidade de resolver problemas”.

No âmbito da Educação Matemática existem tendências metodológicas que articulam o desenvolvimento de conteúdos matemáticos à inclusão de problemas oriundos da realidade e propiciam maior interação entre os alunos e aumento de seus interesses. Dentre essas tendências, podemos mencionar a Modelagem Matemática. De acordo com Barbosa (2003), a Modelagem Matemática pode ser considerada como um ambiente de aprendizagem no qual os estudantes são convidados a indagar e investigar situações originadas de outras áreas do conhecimento, situações estas que estimulam e desafiam os alunos, além de abordar conteúdos já estudados ou não.

Com a intenção de possibilitar interação entre os alunos e aproximá-los da aprendizagem, a professora e também primeira autora do artigo, planejou atividades de modelagem matemática, de modo a torná-los participantes ativos do processo de aprendizagem, num contexto de curiosidade, envolvimento, motivação e interesse. Para isso, nos embasamos em estudos de pesquisadores da área (BASSANEZI, 2002; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012; BARBOSA, 2001; SILVA, 2017) que orientam com procedimentos para a implementação da Modelagem Matemática nas aulas de Matemática nos diferentes níveis de escolaridade. Em nosso caso, focamos nossa atenção para os anos finais do Ensino Fundamental.

Neste artigo relatamos e trazemos reflexões acerca de uma atividade de modelagem matemática desenvolvida com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, em maio de 2022, em uma escola privada do norte do Paraná. Para isso, selecionamos um tema relacionado ao cotidiano dos



alunos articulado a dificuldades evidenciadas pela professora com relação a conteúdos de geometria.

Para trazermos resultados da prática que implementamos com os referidos alunos, organizamos esse relato apresentando nossos entendimentos sobre Modelagem Matemática no próximo tópico, para em seguida delinear os aspectos metodológicos. Subsidiadas nos entendimentos sobre Modelagem Matemática, relatamos os encaminhamentos da atividade e finalizamos com nossas considerações.

### Modelagem Matemática na Educação Matemática

Modelagem Matemática, segundo Silva (2017, p. 137), “é uma arte peculiar. Envolvendo-se com ela, o aluno passa da condição de espectador passivo para ‘artesão’ ativo enquanto aprende fazer modelagem”. De acordo com a autora, a Modelagem Matemática “consiste em uma alternativa pedagógica na qual a partir de uma situação inicial (problemática) são utilizados procedimentos que definem estratégias de ação do sujeito envolvido com a atividade em relação à situação problemática, obtendo uma situação final” (SILVA, 2017, p. 137).

A transição da situação inicial para a situação final requer procedimentos que configuram uma atividade de modelagem matemática e que perpassa pela dedução de um modelo matemático. O modelo matemático tem como objetivo “representar, explicar e ‘tornar presentes’ situações (que podem não ser matemáticas) que queremos analisar usando matemática” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 13). Com isso, quaisquer estruturas matemáticas que descrevem o fenômeno em estudo e que estejam subsidiadas em técnicas e procedimentos matemáticos, como tabelas, gráficos, expressões algébricas, escritas aritméticas podem ser consideradas um modelo matemático e emergem do desenvolvimento da atividade de modelagem. Almeida, Silva e Vertuan (2012) identificam elementos que se fazem presentes em atividades de modelagem,

[...] o início é uma situação-problema; os procedimentos de resolução não são predefinidos e as soluções não são previamente conhecidas; ocorre a investigação de um problema; conceitos matemáticos são introduzidos ou aplicados; ocorre a análise da solução (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 17).

Esses procedimentos, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 15) podem ser organizados em fases “[...] para configuração, estruturação e resolução de uma situação-problema”, que são: inteiração, em que se busca pela familiarização com o tema que será investigado; matematização,



fase em que os alunos traduzem a situação-problema para a linguagem matemática; resolução, consiste em resolver o problema por meio da dedução de um modelo matemático; interpretação de resultados e validação, fases em que os estudantes interpretam a solução encontrada para o problema, validando ou não a abordagem matemática desenvolvida.

A fase relativa à abordagem matemática para a situação-problema, consiste no momento em que os alunos elaboram representações matemáticas por meio de relações entre características da situação e os conceitos, técnicas e procedimentos. Segundo Almeida e Vertuan (2014, p. 7), esta fase é “portanto, realizada diante dos conhecimentos prévios dos sujeitos, em relação à situação inicial, em relação às experiências anteriores na condição de modeladores e em relação à matemática que acreditam, para que possa ser utilizada no contexto da questão”. Essas ações ajudam “os alunos a compreender melhor o mundo” e “dá suporte à aprendizagem da matemática” (BLUM; BORROMEO FERRI, 2009, p. 47).

Em alguns casos, para a transição entre a situação inicial para a final, as representações matemáticas utilizadas pelos alunos fazem alusão ao que utilizam no dia a dia. Na pesquisa realizada por Pereira, Dalto e Silva (2020), para apresentar distâncias de diferentes localidades da escola, como distância da sala de aula até o portão de saída, os alunos fizeram uso de medidas como passos e pés. Concordamos com os autores quando afirmam que “o professor, ao trabalhar com unidades de medidas diferentes das convencionais, adentrou numa “zona de risco” a qual trouxe à tona deficiências pontuais de sua formação acerca da abordagem desses dados cotidianos, mas pouco explorados em contexto de sala de aula” (PEREIRA; DALTO; SILVA, 2020, p. 67). Porém, a atividade possibilitou que essa “zona de risco” pudesse ser superada pelo professor, aproveitando os encaminhamentos dos alunos para introduzir ou resgatar conhecimentos matemáticos.

Podendo então caracterizar a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica que propicia uma participação efetiva do aluno, desafiando-o e instigando-o a buscar informações e solucionar os problemas, posiciona o professor em um papel muitas vezes desconhecido e cheio de surpresas, por tantas possibilidades de representações vindas dos alunos. Com o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática espera-se despertar o interesse dos alunos, propiciar um ambiente que os permita transitar entre seus conhecimentos e de seus colegas, participar de um processo de ensino que não descarta pensamentos e resoluções, que valoriza estratégias e reflexões, resgatando o espírito investigador dos alunos e potencializando o trabalho do professor.



Desse modo, segundo Silva (2017, p. 139), “professor e alunos reunidos em grupos são os responsáveis pelo início do desenvolvimento de uma atividade de modelagem”. Essa ação, segundo Barbosa (2003), possibilita interações entre os alunos e com o professor, contribuindo para a construção dos modelos matemáticos, tornando a colaboração entre os estudantes um dos aspectos mais importantes.

Outro fator de grande valia no desenvolvimento da aula com modelagem matemática, além da interação aluno-aluno e aluno-professor, consiste em considerar ferramentas tecnológicas, como o telefone celular, para subsidiar aspectos como pesquisas em diferentes fontes, coleta de dados e diferentes análises disponibilizadas de forma direta. De acordo com Greefrath e Siller (2017, p. 530), estas ferramentas digitais “podem dar suporte a vários processos de modelagem”, desde a situação inicial à final e pode auxiliar o professor em sala de aula. Essa ferramenta tecnológica está muito presente no dia a dia de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, em especial, aqueles com os quais desenvolvemos a atividade de modelagem que relatamos neste artigo.

### Aspectos metodológicos

A atividade foi desenvolvida pela professora (primeira autora deste artigo) com uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola privada no interior do Paraná, com intuito de articular atividades de modelagem matemática à geometria, resgatando conteúdos matemáticos que se esperava já terem sido abordados.

A turma é formada por 19 alunos que foram organizados em grupos compostos por 3 ou 4 integrantes. Consideramos trabalhar com os alunos em grupos devido ao fato de “que atividades de modelagem matemática são essencialmente cooperativas e o trabalho em grupo é o seu aporte” (SILVA, 2017, p. 139).

Nos primeiros dias de retorno às aulas presenciais, a professora percebeu que os alunos se apresentavam pouco inteirados entre si e com diferentes dificuldades, principalmente associadas a conversões de medidas e operações com números decimais. Com isso, junto à segunda autora deste artigo, foi planejada uma atividade de modelagem que pudesse tratar desses conteúdos e também articular conceitos de geometria. A atividade tinha os seguintes objetivos: realizar medidas de distância, conversões de unidades de medidas, trabalhar com medidas reais, criar hipóteses para solucionar o problema, discutir e analisar os resultados.



A atividade foi desenvolvida em duas aulas de 50 minutos cada nos dias 12 e 13 de maio de 2022. Os alunos então foram convidados a participar da atividade e responder à questão: Quantos passos você daria se viesse caminhando de sua casa até a escola?

Os grupos de alunos apresentaram diferentes encaminhamentos para responder essa questão. Neste relato, nos subsidiamos nos registros escritos, fotos do desenvolvimento da atividade e em excertos das transcrições de áudios de um dos grupos formado por quatro alunos designados por  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  e  $A_4$  para manter o anonimato. A professora é designada por P.

A escolha desse grupo se justifica pelo envolvimento de todos os integrantes para determinar a quantidade de passos que uma das alunas daria se viesse caminhando de sua casa até a escola, bem como das ações empreendidas para abordagem matemática que realizaram. Na próxima seção, apresentamos o relato do desenvolvimento da atividade, seguindo procedimentos da Modelagem Matemática entendida como uma alternativa pedagógica para abarcar conteúdos matemáticos.

### Relato da atividade de modelagem matemática

A atividade iniciou-se com uma conversa sobre o meio de transporte utilizado pelos alunos para ir até a escola, cogitamos situações como uso de bicicletas e patins antes de propor a resolução da questão apresentada na seção anterior.

Como a turma já conhecia a estratégia metodológica, já dispostos em grupos, iniciaram a coleta e organização de dados. Percebemos, com auxílio das transcrições, que os alunos estavam muito interessados, além do diálogo entre os grupos, houve momentos em que os estudantes iniciavam diálogos gerais com a turma, conforme excerto transcrito a seguir.

*A<sub>1</sub>: Eu acho que pra descobrir a gente tem que pegar os quilômetros, o quanto a gente demora, daí a gente tem que medir nosso pé.*

*P: Nossa A<sub>1</sub>, que ótima ideia! Será que é o necessário para respondermos à pergunta?*

*A<sub>1</sub>: Assim, você tem que ir lá no GPS, ver quantos quilômetros dá da sua casa até a escola, daí você vai medir o seu pé. Tipo, deu 20 cm a medida do seu pé, e dividir pelo tanto de quilômetros.*

Neste momento o aluno expressa que vai fazer o uso de tecnologia para auxiliá-lo na resolução da questão – *ir lá no GPS, ver quantos quilômetros dá da sua casa até a escola* –, o que representa interesse e autonomia. Segundo Greefrath e Siller (2017), “as atividades de modelagem no ensino de matemática também estão sujeitas à influência de ferramentas digitais. Ferramentas

digitais podem ser de grande ajuda para professores e alunos, particularmente em conexão com problemas do mundo real e suas discussões”.

Considerando a possibilidade de utilizar o telefone celular para a coleta de dados, todos os grupos iniciaram a pesquisa para determinar a distância da casa, de pelo menos um dos integrantes do grupo, até a escola (Figura 1). Essa escolha também foi pautada na possibilidade de o aluno poder se deslocar a pé até a escola. Estudantes que moravam em distâncias consideradas por eles inviáveis para ser feitas a pé comentaram que deveriam realizar o deslocamento com bicicleta ou manter o uso de carros e vans.

**Figura 1** – Alunos usando o telefone celular para realizar a pesquisa



**Fonte:** Arquivo da professora.

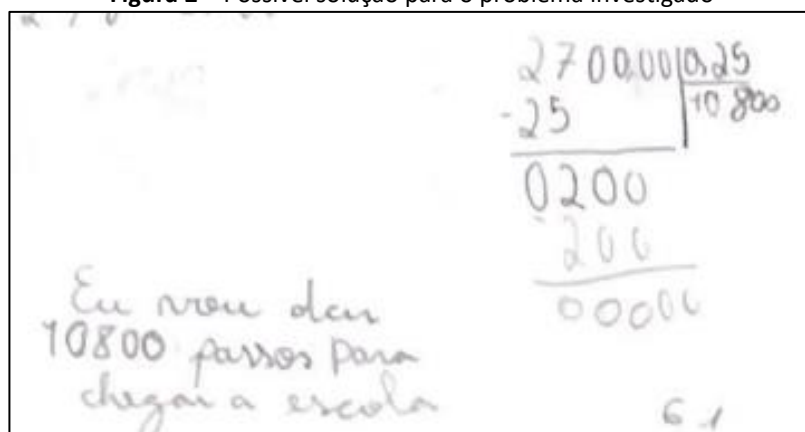
Os alunos  $A_2$ ,  $A_3$  e  $A_4$  após escutarem as ideias de  $A_1$ , buscaram estratégias para solucionar a questão, conforme transcrição a seguir:

*A<sub>2</sub>: Vocês têm régua? Vamos medir nossos pés.*

*A<sub>3</sub>: Então a gente tem que descobrir quantos passos têm de casa até aqui. Vamos descobrir a distância de casa até aqui, tá? Aí a gente anota. A gente dá um passo e mede, mede o tamanho desse passo. Aí depois você divide pelos quilômetros.*

Após essa discussão, os integrantes do grupo fizeram seus primeiros registros escritos (Figura 2), considerando a distância da casa  $A_3$  (2,7 km) obtida via GoogleMaps, calcularam a “quantidade de passos” considerando a medida de seus pés (25 cm), obtendo 10800 “passos”. Porém, evidenciamos que os alunos cometeram um equívoco, pois o valor obtido correspondia a pés e nos registros escritos fazem menção a passos.

Figura 2 – Possível solução para o problema investigado



Fonte: Relatório dos alunos.

Diante dos resultados obtidos, os alunos fizeram algumas considerações conforme excerto transcrito a seguir:

*A<sub>3</sub>: Acho que tem alguma coisa estranha, a gente não anda com os pés juntos assim, do jeito que a gente tá medindo. A gente tem que fingir que tá andando e medir o passo que a gente dá como se tivesse vindo pra escola. Não dá pra fazer um passo juntando duas medidas de um pé.*

*A<sub>2</sub>: Vamos fazer um passo?*

A Figura 3 representa o momento em que o grupo resolveu mudar suas estratégias. A partir do quociente encontrado na primeira tentativa de resolução, os integrantes do grupo não concordaram com a solução e questionaram a possibilidade de estarem enganados. Com as considerações de *A<sub>3</sub> – A gente tem que fingir que tá andando e medir o passo –*, os alunos realizaram nova coleta de dados, agora considerando a medida de um passo de um dos integrantes do grupo, obtendo 82 cm.

Figura 3 – Estudantes medindo a distância entre os pés quando dão um passo

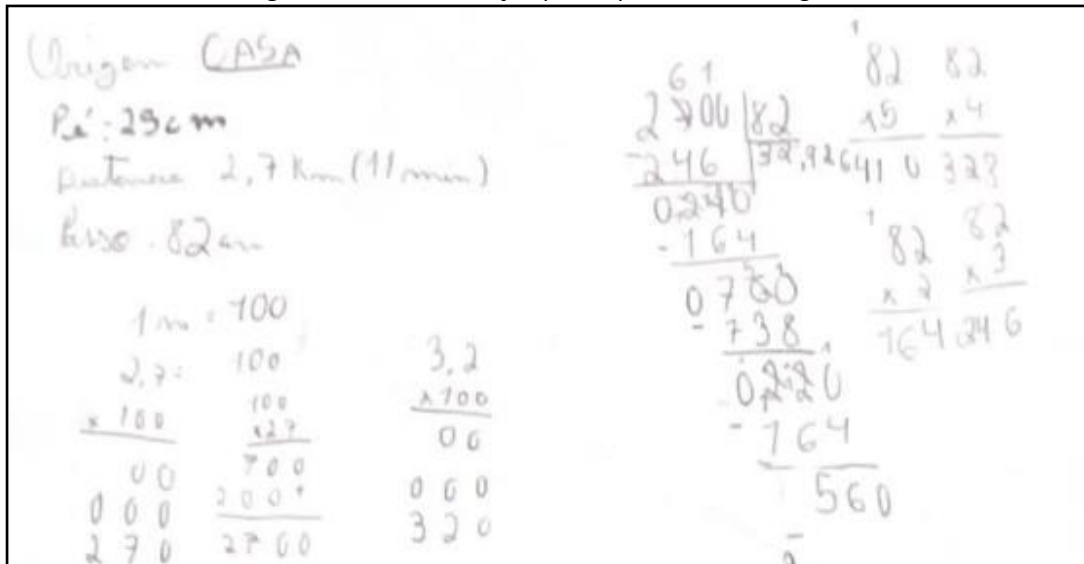


Fonte: Arquivo da professora.



Conforme mostra a Figura 4, os alunos usaram as medidas coletadas, mas esqueceram que precisavam usar a mesma unidade de medida para efetuar a operação, ou seja, dividiram 2700 m (distância da casa de um dos integrantes até a escola) por 82 cm (tamanho do passo).

Figura 4 – Possível solução para o problema investigado



Fonte: Relatório dos alunos.

Mais uma vez os integrantes do grupo se incomodaram com a resposta, conforme mostra o diálogo a seguir:

A<sub>2</sub>: Essa resposta faz sentido? O número infinito são passos infinitos?

A<sub>3</sub>: Não são passos infinitos, só não deu pra dividir.

A<sub>2</sub>: Professora, tem algo esquisito!

P: Sugiro que observem o cálculo que fizeram da primeira vez, há um detalhe que usaram e esqueceram aqui. Estranho dar tão poucos passos, não é?

A<sub>3</sub>: Acho que descobri o erro! Quantos centímetros tem um metro. Cem?

A<sub>2</sub>: Cem!

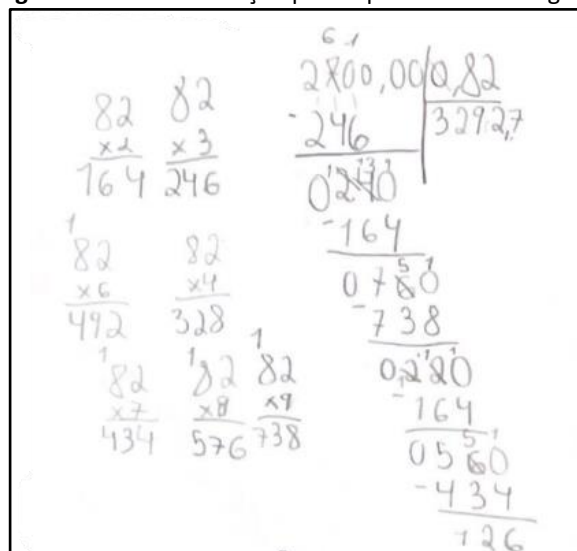
A<sub>3</sub>: É, eu falei! Então temos que usar 2700 metros e 0,82 metros. Descobri o que deu errado. Faltou transformar em metros.

A princípio A<sub>2</sub> estranhou a solução que obtiveram, pelo fato de o quociente ser um número decimal infinito. A aluna considerou que as casas decimais infinitas indicavam a possibilidade de a quantidade de “passos” ser também infinita, até que outra integrante do grupo, A<sub>3</sub>, esclareceu a dúvida de A<sub>2</sub> ao dizer que as casas decimais indicavam que a divisão não era exata – [...] só não deu pra dividir.

Os alunos realizaram a divisão de 2700 metros (distância da casa de um deles até a escola) por 0,82 metros (tamanho do passo de um dos integrantes), obtendo aproximadamente 3293

passos, conforme apresentado na Figura 5. O que podemos evidenciar é que os alunos, a partir da medida do passo de um deles, tomaram como hipótese que esse valor se manteria durante o trajeto da casa até a escola.

Figura 5 – Possível solução para o problema investigado



Fonte: Relatório dos alunos.

Os alunos discutiram seus resultados com a sala, sendo que os outros grupos resolveram a situação a partir da medida dos pés e G<sub>1</sub> foi o único grupo a pensar na distância entre os pés, configurando os passos. Durante o momento da validação, os outros grupos ficaram surpresos com a estratégia utilizada, o que rendeu boas discussões.

### Considerações finais

Neste artigo relatamos a experiência com o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental.

A partir de um problema associado à realidade, os alunos tiveram contato com conteúdos matemáticos já estudados e talvez ainda não compreendidos, em um ambiente em que, dispostos em grupos e utilizando seus telefones celulares, proporcionou o estudo, a discussão e a resolução do problema. Além disso, a interação entre os integrantes do grupo promoveu a troca de ideias de modo a estabelecerem estratégias de busca de informações – procurar no telefone celular a distância da casa até a escola – coleta de dados – medir pés e passos – e correção de equívocos cometidos na transformação de unidades de medidas e pensar que a escrita decimal representava quantidade infinita de passos.



Entendemos que atividades de modelagem matemática despertam interesse e curiosidade nos alunos, estimulam a busca pela resolução, a pesquisa de conteúdos necessários e desconhecidos, a troca de informações, a valorização das propostas dos colegas, estando elas corretas ou não. Esses empreendimentos estiveram presentes na atividade implementada em sala de aula e relatada neste artigo.

Percebemos que a ênfase dada pelos alunos é na busca por uma solução que responda à questão de modo que tenha um significado relevante, o que mostra cada vez mais o benefício de possibilitar aos alunos aulas por meio da Modelagem Matemática.

Além disso, foi possível perceber como os alunos mudaram seus olhares para a matemática quando ela é apresentada associada à realidade, despertando maior interesse. É gratificante possibilitar que observem a matemática não mais como fórmulas prontas para serem aplicadas, mas sim, como diferentes caminhos que podem conduzir a uma solução.

### Referências

ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na Educação Matemática. In: ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P. (Orgs.). **Modelagem Matemática em Foco**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2014, p. 1-21.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2003, Santos. **Anais...** São Paulo: SBEM, 2003. 1 CD-ROM.

BASSANEZI, R. C. **Ensino – aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BLUM, W.; FERRI, R. B. Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? **Journal of Mathematical Modelling and Application**, v. 1, n. 1, p. 45-58, 2009.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. São Paulo: Papirus, 1997.

GREEFRATH, G.; SILLER, H. S. Modelling and simulation with the help of digital tools. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; KAISER, G. (Eds.). **Mathematical modelling and applications**, ICTMA 17. Dordrecht: Springer, 2017, p. 529-539.



PEREIRA, F. F.; DALTO, O. J.; SILVA, K. A. P. Modelagem Matemática em Sala de Aula: uma primeira experiência nos anos finais do Ensino Fundamental. **Educação Matemática em Revista**, v. 25, n. 67, p.57-75, abr.-jun. 2020.

SILVA, K. A. P. Modelagem Matemática em sala de aula: caracterização de um ambiente educacional. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 6, n. 10, p. 135-157, jan.-jun. 2017.