



União da Vitória - Paraná

# IX EPMEM

Encontro Paranaense de Modelagem na  
Educação Matemática

## Informações sobre as Autoras:

*Gabrielly Giovana Pereira Senes*  
Universidade Estadual de Maringá (UEM)  
gabriellysenes@gmail.com

*Bárbara Cândido Braz*  
Universidade Federal do Paraná (UFPR)  
barbarabraz@ufpr.br

## Modelagem Matemática no Ensino Remoto: um olhar para as interações desenvolvidas

### Resumo

Neste trabalho nos propomos a discutir sobre que elementos envolvidos no ambiente constituído no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática permitem a constituição de um espaço de interações. A atividade descrita é fruto de um trabalho de conclusão de curso, que tinha como sujeitos participantes um grupo de cinco alunos membros de um projeto extensionista, de uma Universidade pública do centro norte do Paraná. Os dados foram constituídos por meio de gravações de vídeo dos encontros síncronos, e dos registros enviados via Whatsapp. As análises sobre as interações desenvolvidas apontam que ao desenvolvermos atividades de Modelagem Matemática de maneira remota é fundamental que o/a orientador(a) coordene as discussões e/ou falas que ocorrem nos diferentes canais de comunicação, utilizados no decorrer da atividade, de modo a garantir que um espaço de interações, pautado em discussões e negociações, seja possível.

**Palavras-chave:** Formação inicial. Ensino Remoto. Projeto de extensão.

### Abstract

In this work we propose to discuss about which elements involved in the environment constituted in the development of a Mathematical Modeling activity allow the constitution of a space of interactions. The activity described is the result of a course completion work, which had as subjects participants a group of five students members of an extension project, from a public university in the north center of Paraná. The data were constituted by means of video recordings of synchronous encounters, and of records sent via Whatsapp. The analyses on the interactions developed indicate that when developing activities of Mathematical Modeling in a remote way it is essential that the advisor coordinates the discussions and/or speeches that occur in the different communication channels, used during the activity, in order to ensure that a space of interactions, based on discussions and negotiations, be possible.

**Keywords:** Initial training. Remote Teaching. Extension project.

Realização:





## Contextualização da experiência

As formas como estudantes da Educação Básica, bem como com os sujeitos sociais, de modo mais geral, compreendem e concebem a Matemática escolar tem sido foco de investigações em Educação Matemática já há algumas décadas. As discussões ganham novos sentidos e elementos ao passo que as pesquisas se aprofundam na temática.

Nesse contexto de discussões, Lins (2004) discorre sobre os resultados de uma pesquisa<sup>1</sup> que relaciona o gosto ou antipatia pela Matemática com os sentimentos que estudantes têm por professores de Matemática: se o estudante gosta do professor de Matemática; gosta também de Matemática e se não gosta do professor, não gosta de Matemática. O pesquisador levanta a hipótese de que a relação Matemática-docente de Matemática seja tão mais forte para a Matemática do que para outras áreas de conhecimento pelo fato de que, talvez, para os estudantes a Matemática da escola só exista dentro da escola. Sendo assim, o único contato que temos com ela, se dá por meio de um professor.

Na busca por um processo de educação matemática que possibilite aos estudantes olhar para situações não escolares por meio da Matemática e compreendê-la para além de procedimentos pragmáticos, a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática – doravante Modelagem – tem se mostrado uma boa alternativa.

Dentre concepções sobre o que seja Modelagem, assumimos aqui a discutida por Barbosa (2001, p. 6) que a compreende como um “ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”. Em tempo, assumimos que uma característica fundamental de aulas encaminhadas de acordo com a Modelagem é a interação que se desenvolve, num processo dinâmico, a partir e por meio dos diversos convites postos, aceitos e não aceitos, pelos estudantes e pelo professor no desenvolvimento das atividades. Esse processo interativo, por sua vez, pode se efetivar, também, por meio do diálogo, e “a partir do diálogo, enfatiza-se a reflexão, a investigação crítica, a análise, a interpretação e a reorganização do conhecimento” (HERNÁNDEZ, 2002, p.20).

Um olhar mais cuidadoso sobre as interações e discussões desenvolvidas no ambiente de aprendizagem decorrente do desenvolvimento de atividades de Modelagem nos dirigiu aos estudos acerca das rotas de Modelagem, discutidas por Barbosa (2007). Entendemos como rotas de

---

<sup>1</sup> Pesquisa desenvolvida por Celia Hoyles, desenvolvida na década de 1980.



Modelagem o progresso de discursos realizados nos espaços de interações, isto é, nos encontros entre alunos e o professor, com a intenção de desenvolver uma representação matemática para o problema proposto (BARBOSA, 2007).

Com fundamentos nesses pressupostos, muitos questionamentos nos assolaram no ano de 2020 quando, em decorrência da pandemia ocasionada pelo novo corona vírus, a Universidade na qual as autoras estão vinculadas passou a desenvolver suas atividades de forma remota, no chamado período de ensino remoto emergencial (ERE). Para além das atividades de ensino, as atividades de pesquisa e extensão, quando possível, também passaram a ser desenvolvidas de modo remoto. Dentre as atividades extensionistas, um projeto de extensão, intitulado Ágora, do qual a primeira autora fazia parte e a segunda autora era coordenadora, também precisou ser adaptado para o formato remoto.

O projeto, cujos objetivos centram-se no desenvolvimento profissional do professor que ensina Matemática, reformulou algumas ações para que fossem desenvolvidas de modo remoto. Dentre essas ações, estavam o planejamento e desenvolvimento de atividades de Modelagem para os estudantes do curso de licenciatura que forma professores de Matemática e que estavam vinculados ao projeto. Nesse contexto, vários questionamentos surgiram, dentre os quais aqueles relacionados aos processos de interação entre os sujeitos envolvidos nesse ambiente de aprendizagem e as atividades de Modelagem, quando mediatizados por ferramentas tecnológicas.

Esses questionamentos motivaram uma investigação para o trabalho de conclusão de curso (TCC) da primeira autora e orientado pela segunda autora, que pesquisou sobre algumas interrogações, dentre as quais a que norteia esse texto: Que elementos envolvidos no ambiente constituído no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática permitem a constituição de um espaço de interações?

Para esse texto, optamos por desenvolver uma discussão pautada no relato de experiência sobre uma dentre as três atividades que foram desenvolvidas com os sujeitos que compõem a investigação. Inicialmente discorreremos sobre a concepção de Modelagem que embasou nossa prática e nossas análises, bem como sobre o desenvolvimento de atividades de Modelagem de modo remoto. Posteriormente, apresentamos os procedimentos metodológicos para produção, coleta e análise dos dados. Em seguida apresentamos o relato e discussões sobre a experiência vivida e, por fim, algumas considerações finais.



## Espaços de interação no desenvolvimento de atividades de Modelagem

A Modelagem Matemática na concepção assumida está inserida em uma perspectiva sociocrítica, no qual considera as interações entre professor e alunos como centro de todo o processo da construção do conhecimento e também leva em consideração as práticas discursivas mantidas em seus grupos e destes com o professor como elemento fundamental deste processo.

Dentre as diversas possibilidades de ações possíveis de serem desenvolvidas pelos alunos no ambiente de aprendizagem gerado pelo desenvolvimento de atividades de Modelagem podemos exemplificar algumas, como construir gráficos, generalizar equações, fazer desenhos, elaborar tabelas e, sobretudo, produzir discursos (BARBOSA; SANTOS, 2007). Este último, em específico, canaliza a realização dos demais, tornando as ações originais e justificáveis. Vale destacar que esses discursos produzidos na interação social, é o que Barbosa considera como espaços de interação, isto é, “todo encontro entre professor(s)-aluno(s) ou aluno(s)-aluno(s) com o propósito de discutir uma tarefa de modelagem (ou outra qualquer)” (BARBOSA, 2008, p. 50).

Os discursos a que os autores fazem menção são discutidos por Barbosa (2007) ao tratar das rotas de modelagem dos estudantes, construídas nos espaços de interação. Este conceito tem como foco os “discursos produzidos no ambiente social, decorrente da ideia agendada de que o discurso é um tipo de ação” (BARBOSA; SANTOS, 2007, p. 164). Sendo assim, as rotas de Modelagem podem possibilitar a caracterização dos processos realizados pelos alunos no ambiente de Modelagem Matemática, na medida em que busca entender o que os alunos dizem quando envolvidos em uma atividade de Modelagem e compreender porque falam tais coisas e agem de tais maneiras.

Neste ambiente de aprendizagem, na busca por respostas aos problemas postos, rotas de Modelagem podem ser construídas, considerando os diferentes tipos de discussões desenvolvidos nesse ambiente: *as discussões técnicas*, que se referem a transposição do evento escolhido para estudar em termos matemáticos; *as discussões matemáticas*, que se referem aos conceitos e procedimentos estritamente relacionados a matemática pura; e *as discussões reflexivas*, que se referem a junção entre os delineamentos utilizados na construção do modelo matemático e as soluções, bem como e, sobretudo, as interpretações sobre a situação de estudo, com base nas representações matemáticas. Os autores apresentam, ainda, *as discussões paralelas*, que se referem àquelas que ocorrem nos espaços de interações, mas não possuem uma clareza na função da construção dos modelos matemáticos.



Esses discursos associados aos espaços de interação constituídos pelo desenvolvimento de atividades de Modelagem parecem ocorrer de modo natural quando as práticas se desenvolvem de forma presencial. Mas aí nos questionamos: como ocorrem quando as atividades acontecem de forma remota e síncrona – por meio de videochamada, por exemplo – e/ou de modo remoto e assíncrono?

Ao tratar das conversas geradas em chats e bate-papos por meio das ferramentas ou plataformas online, Borba (2004, p. 309) afirma que elas são “naturalmente transcritas”. Contudo, o mesmo autor alerta que não podemos afirmar que o que é escrito seria o que o estudantealaria ou vice-versa. Segundo Malheiros (2008) pelo fato de a natureza da comunicação do chat ser única e qualitativamente diferente de qualquer outro tipo de comunicação, não podemos inferir possíveis afirmações sobre esses escritos.

No caso dessa investigação, a comunicação se deu num ciberespaço. Palloff e Pratt (2002) definem ciberespaço como sendo um “espaço conceitual em que palavras, relacionamentos humanos, dados, riquezas e poder são manifestados pelas pessoas que usam essa infraestrutura tecnológica” (p. 45). Nesta pesquisa, o ciberespaço foi constituído por meio de ferramentas como o chat, bate-papos e videochamadas. Isso oportunizou o compartilhamento de ideias, informações e o mais importante, orientações que ocorreram, também, em tempo real (por meio de videochamadas e/ou bate papos pelo aplicativo *WhatsApp*).

### Procedimentos metodológicos

Considerando nosso objetivo de estudo essa investigação assume uma abordagem qualitativa. Segundo Van Maanen (1979), a abordagem qualitativa tem como finalidade entender e evidenciar as ideias dos fenômenos sociais, em diminuir a distância entre teoria e informações, entre circunstâncias e ações.

Para que o objetivo delineado fosse atingido, foi preciso inquirir sobre como os diálogos no ambiente de aprendizagem considerado foram possíveis e quais fatores condicionaram para isto. Para tanto, interpretaremos os registros produzidos por estudantes durante os encontros síncronos e assíncronos no desenvolvimento da pesquisa.

Os estudantes participantes da investigação estavam vinculados a um curso de licenciatura que forma professores de Matemática, de uma universidade pública situada na região norte central



do Paraná e a um projeto de extensão que tinha como objetivo central promover espaços para que se pudesse compartilhar vivências sobre a prática profissional de/pelos professores da Educação Básica, futuros professores e professoras formadoras da área de Matemática. Em 2020, no entanto, ano no qual essa investigação foi desenvolvida, em virtude da pandemia pelo novo coronavírus, foram necessárias algumas reestruturações das ações. Sendo assim, todas as ações do projeto foram desenvolvidas de forma remota.

Nesse sentido, três professoras formadoras e os sete estudantes participantes do projeto foram convidados a participar de uma ação específica: o desenvolvimento de atividades de Modelagem no modo remoto. Dos sete estudantes vinculados ao projeto, cinco aceitaram participar da investigação. Estes alunos estavam matriculados do 2º ao 4º ano do curso de formação inicial e possuíam experiências diversas quanto ao envolvimento em atividades de ensino, pesquisa e extensão, que influenciaram a forma como participaram da atividade proposta.

A proposição das atividades de Modelagem aos estudantes foi realizada de modo que da primeira à terceira atividade desenvolvidas as situações foram se tornando mais abertas. Optamos por analisar e descrever aqui a primeira atividade desenvolvida, cujo tema foi “A segurança eletrônica em questão: cerca elétrica”, inspirada em Almeida, Silva e Vertuan (2012). Nesta atividade o objetivo era que os alunos se colocassem na função de vendedores de uma loja, e explicassem que opção seria mais vantajosa, dentre duas opções de compras de cercas elétricas. A temática dessa atividade bem como seus dados foram determinados pela pesquisadora.

Para a realização dessa atividade os alunos formaram um único grupo, composto por cinco estudantes. O meio de comunicação síncrono utilizado foi a plataforma *Google Meet*. Além disso, para os momentos assíncronos, o *WhatsApp* foi a ferramenta utilizada. Ao todo, foram necessárias 3h20min de encontros síncronos. As discussões assíncronas se deram no decorrer de 1 dia.

### **As interações no ambiente de aprendizagem gerado por uma atividade de Modelagem desenvolvida de forma remota**

Considerando a concepção de Modelagem assumida, um primeiro convite para a atividade foi feito aos estudantes a partir de uma discussão sobre a segurança das suas residências no período de pandemia. Foram feitos questionamentos, por exemplo: “Como estão os casos de roubos nas cidades de vocês?”. Para tanto, a primeira autora do texto – doravante a chamaremos de professora



– apresentou uma reportagem que dizia que durante a pandemia as ocorrências de roubos no Paraná caíram 39,8%. A partir dessas primeiras informações os estudantes mostraram-se engajados na discussão, compartilhando relatos pessoais sobre a temática em questão. Isso evidenciou o primeiro aceite para o desenvolvimento da atividade. Além disso, essas discussões podem ser consideradas discussões paralelas, pois não influenciaram diretamente a construção de representações matemáticas que responderam ao problema.

Em meio à essa primeira discussão, a professora indagou sobre o que poderia ser feito para tentar diminuir ou ao menos amenizar os índices de roubos em residências. A maioria dos estudantes lembrou das cercas elétricas. Alguns dos estudantes indicavam a opção ou escreviam textos pelo chat do *Google Meet*. Em encontros síncronos pelo *Google Meet*, o chat foi bastante utilizado. Nesses casos, era necessário que ele funcionasse concomitantemente com a fala oral para que não houvesse desconexão de ideias e discussões. Nesse sentido, a professora esteve sempre atenta aos diálogos do chat, entretanto, nem sempre foi possível inserir os comentários do chat de modo instantâneo nas discussões. Isso pode ter impactado nas interações, pois as discussões podem já ter caminhado para outro rumo quando consideradas as conversas do chat.

Quando se desenvolve atividades de Modelagem de modo presencial não existem canais de comunicação a serem sincronizados, isto é, os indivíduos estão todos discutindo em um único canal: a fala oral. É válido dizer que por meio dos registros escritos, eles também consigam produzir diálogos e falas, narrando o que está redigido, mas esses registros só são expressados aos demais sujeitos pela oralidade. Contudo, da mesma maneira, a professora deve estar atenta para coordenar essas falas orais, com o intuito de possibilitar a construção de discussões que façam sentido para aquele momento, afim de não perder elementos importantes para resolução do problema.

Após as primeiras discussões, a professora apresentou aos estudantes uma tabela com dados reais e atualizados, sobre opções de kits de cerca elétrica, como mostra a Tabela 1.

**Tabela 1** – Informações a respeito do tema “cerca elétrica”

Conteúdo	Opção 1	Opção 2
Central	R\$745,00	R\$144,00
Bateria		R\$89,00
Sirene		R\$58,00
Haste de aterramento		R\$81,00
Cerca (80 metros com 2 fios)		—
Valor do metro de cerca (2 fios)	R\$7,00	R\$6,00

**Fonte:** Elaborado pela autora. Preços obtidos em <https://www.mercadolivre.com.br/>



A partir da Tabela 1, a seguinte problemática foi proposta: “se vocês fossem vendedores dessa loja de equipamentos de cercas elétricas, como explicariam as vantagens e desvantagens de se comprar a opção 1 ou a opção 2?”. De imediato, a maioria dos estudantes disse que achava que a opção 1 era mais vantajosa:

**Estudante 1:** Ah, eu acho que... bom, depende. Eu começaria falando que temos esses produtos aqui e dependendo do valor do dólar eu recomendaria o kit, porque, a não ser que você saiba quanto será o valor do dólar nos próximos meses para conseguir comprar os equipamentos por valores menores, não sei...

**Professora formadora 1:** O Estudante 1 falou uma coisa para a gente olhar né, como eu disse a vocês aqui em casa tem e não tem cerca elétrica (tem mas não funciona) [...] eu teria que fazer uma análise né, para ver qual vale mais a pena.

**Estudante 1:** Depende do tamanho da casa, se já tem algum equipamento em casa, depende do fabricante...

**Estudante 4: (Pelo chat)** a opção 1 acredito que vale mais a pena, o valor sai mais barato.

**Estudante 5:** Ah eu acho que vale mais a pena comprar a opção 1, depende também quantos metros ela precisaria da cerca né?!

A discussão descrita no trecho anterior, representa as primeiras ideias, sem argumentação matemática, e hipóteses dos estudantes para responder ao problema. Com orientação docente, essas falas foram conduzidas à uma discussão técnica, com argumentação matemática. Isso evidencia a relevância do papel da professora para o delineamento da atividade e o papel de orientação dela. Nesta discussão estão embutidas as hipóteses iniciais dos alunos para o problema proposto.

**Professora:** Gente, vocês acham que qualquer metragem de cerca com menos de 80 metros compensaria a opção 2, ou até quantos metros compensaria mais a opção 2 em relação a opção 1?

**Estudante 5:** Ah, eu acho que se a pessoa precisasse de 78 metros compensaria ela comprar a opção 1.

**Professora:** Mas como você pode garantir isso?

**Estudante 5:** Ah, daí tem que fazer conta.

Neste momento, é importante ressaltar que o *WhatsApp*, junto ao *Google Meet*, foi a ferramenta utilizada como intermediadora da discussão entre seres humanos - computador - seres humanos. Desta maneira, podemos enfatizar a importância de a professora coordenar as discussões orais, as do chat (fala escrita) e as do *WhatsApp* da maneira mais síncrona possível, para que não ocorresse perda de ideias, reflexões e conceitos. Isto significa que a professora, em atividade de Modelagem de forma remota, buscou sincronizar as falas dos três canais de comunicação, isto é, as falas orais, as escritas pelo chat da videochamada e as mensagens enviadas via *WhatsApp*, no grupo no qual todos os sujeitos participavam, com o intuito de transformar as falas em uma discussão.



A partir desse instante, os alunos começaram a investigar *a partir de* ou *até quantos metros* seria mais vantajoso comprar cada uma das opções, usando para isso o ferramental matemático.

**Professora:** A Estudante 3 já fez uma conta (*mandou foto no WhatsApp*). Nos fale o que você fez?

**Estudante 3:** Eu somei todos os componentes e coloquei até qual metragem seria viável a opção 1.

**Professora:** E qual metragem você obteve?

**Estudante 3:** Até 62 metros. [...] Eu somei todos os componentes. Não sei se eu tinha que multiplicar por 2, porque ali tá cerca de 2 fios.

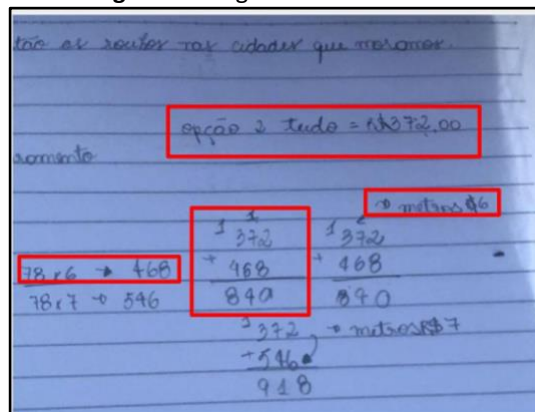
**Professora:** Não, isso de 2 fios é só o tipo da cerca. Estudante 3, quanto deu o valor só dos componentes da opção 2 sem o fio?

**Estudante 5:** R\$372,00 o meu deu, se eu não me engano. Eu analisei só se fosse 78 metros, [...] da opção 2 que o metro do fio é R\$6,00 deu R\$468 reais. Assim, se eu somasse tudo da opção 2 e colocasse mais 78 metros de fio e depois soma-se com todos os componentes da opção 2 daria R\$840,00. Então compensaria comprar a opção 1, porque aí você vai pagar bem mais barato. (*mandou a Figura 1 pelo WhatsApp*).

**Professora formadora 1:** Mas porque 78 metros?

**Estudante 5:** Foi a opção que eu falei para a professora que eu achava que valeria mais a pena comprar a opção 1 do que a opção 2. [...] Foi um chute inicial.

Figura 1 – Registro da Estudante 5



Fonte: Elaborado pela Estudante 5.

Por meio deste diálogo, é possível inferir que o papel de orientação docente foi importante para coordenar o que acontecia no *WhatsApp* e no *Google Meet* para conseguir inserir todos os elementos na discussão com o grupo. Uma das vantagens percebidas no modo remoto, nesta pesquisa, é conseguir visualizar os registros dos 5 Estudantes de forma rápida, no qual na sala de aula nem sempre temos esse “livre acesso” aos registros (nos cadernos) dos alunos. Isto é, os alunos dificilmente mostram os cadernos para o professor. Desta forma, no modo remoto, trabalhando em grupo e em atividade de Modelagem foi criada uma demanda de mostrar o que se está fazendo para todos, se não o trabalho não acontecia.

Para argumentar, a Estudante 5 enviou, pelo grupo de *WhatsApp* uma imagem com cálculos que justificavam, segundo ela que para 78 metros de fio, compensa mais a opção 1, já que na opção



1 o indivíduo irá pagar R\$745,00 e na opção 2 pagará R\$840,00 por uma cerca elétrica com 78 metros de fio. Essa discussão pode ser caracterizada como uma discussão matemática, pois está vinculada aos conceitos matemáticos de soma e multiplicação.

Nossa intenção, como professora, era que os alunos conseguissem generalizar para dizer até ou a partir de quantos metros era viável comprar a opção 1 ou a opção 2, pois não é tão acessível calcular preços pontualmente para cada metragem de fio da cerca elétrica, de acordo com as duas opções. Ainda que a estudante 5 tivesse percebido essa necessidade, a turma continuou a discutir a respeito de como fazer para calcular o preço da cerca elétrica para a metragem de 100 e de 200 metros, pois uma das estudantes não havia entendido como proceder. Essas discussões como a do trecho anterior podem ser caracterizadas como discussão matemática, pois o foco principal é o conceito matemático em questão e as operações matemáticas necessárias para obter as soluções. A partir das negociações, a Estudante 4 organizou uma expressão algébrica para responder o problema posto:

**Estudante 4: (Pelo chat)** opção 1 =  $745 + (x \cdot 7,00)$ ; opção 2 =  $852 + (x \cdot 6,00)$ , esse  $x$  é a metragem.

**Estudante 3:** Mas porque 852?

**Estudante 4:** É porque eu considerei 80 metros.

**Professora:** Mas, e se a cerca fosse menor que 80 metros? Porque temos residências que precisam de menos de 80 metros né?!

**Estudante 4:** Agora tem que ser diferente.

**Estudante 2:** E se no lugar de 852 fosse 372? Porque aí o que vai variar é só a metragem que vamos multiplicar pelo preço.

**Professora formadora 2:** Escreve para nós no chat.

**Estudante 2: (Pelo chat)** opção 2 =  $372 + (6,00 \cdot x)$ .

Essa discussão descrita no trecho anterior foi reconhecida como uma discussão matemática pois os estudantes estavam dialogando sobre como escrever uma expressão matemática que representasse a situação.

Ainda neste diálogo, é possível notar que os registros matemáticos parecem ser melhor compreendidos quando apresentados de forma escrita do que falada, nesse grupo. Os estudantes chegam a falar sobre os procedimentos matemáticos, mas quando apresentam de forma escrita por meio do chat, os colegas mostram-se mais à vontade e/ou compreendem o que foi dito. Isso evidencia a importância do chat na atividade de Modelagem desenvolvida de forma remota, como um canal de comunicação síncrono que permite representações na linguagem escrita alinhada à linguagem oral, fazendo com que ambas estejam coordenadas.



Após este diálogo, a professora continuou estimulando os estudantes para que obtivessem um modelo matemático que descrevesse a situação. Os estudantes escreveram uma expressão algébrica e a professora indagava se por meio dessa expressão se o vendedor conseguiria dizer qual opção era mais vantajosa:

**Estudante 5:** [...] se o vendedor calculasse por meio da expressão ali na hora que o cliente pedisse a metragem acho que ficaria mais fácil para dizer para o cliente qual compensa mais.

**Professora formadora 1:** Eu acho uma boa. [...] Mas será que não tem como nós definirmos a partir de quantos metros uma opção é mais vantajosa, ou até quantos metros uma opção é mais vantajosa, para nós não precisarmos ficar calculando cada vez que chegasse algum cliente. [...] Será que tem como sabermos qual é a metragem que é mais vantajosa na opção 1 ou na opção 2 independentes de quem seja o cliente?

**Estudante 5:** A Estudante 4 fez para 100 metros e eu para 78 metros e vimos que compensa a opção 1. Ela também fez para 200 metros e viu que compensa a opção 2. Então de 78 a 100 é a opção 1 a mais vantajosa.

**Professora formadora 1: (Pelo chat)**  $78 < x < 100$ . Isso?

**Estudante 5:** Prof,  $x$  é a metragem né? Então sim.

**Professora formadora 1:** É maior ou igual, ou você não viu isso ainda?

**Estudante 5:** Não vi. [...] Ah, é maior ou igual sim, porque a Estudante 4 fez para 100 e deu opção 1 também.

**Professora formadora 1: (Pelo chat)** opção 1 quando  $78 \leq x \leq 100$ . Mas o que acontece quando o  $x$  é menor que 78 ou maior que 100, qual opção é mais vantajosa?

**Estudante 3:** Na primeira conta que eu fiz eu analisei até qual metragem a opção 2 era mais viável, e deu até 62. Então teríamos esse intervalo de 1 até 62 é mais vantajoso comprar a opção 2 e de 62 até 80 a opção 1.

**Estudante 1:** Até 62 metros eu optaria pelo material avulso, e acima de 62 metros eu optaria pelo kit.

Após esse momento de discussão, uma das estudantes fez uma observação que contribuiu para provocar uma nova discussão matemática entre estudantes, que fará menção apenas a aspectos dos próprios conceitos matemáticos sobre funções lineares:

**Estudante 4: (Pelo chat)** eu to testando valores (risos) e cheguei que para 186 metros tanto a opção 1 como a 2 dão o mesmo valor. Depois disso, de 186 metros, a opção 2 sai mais barato.

**Professora formadora 2** Como chegou nesse valor?

**Estudante 4: (Pelo chat)** fui tentando valores na função prof.

**Professora:** Estudante 4, você e o Estudante 1 conseguiram perceber que as expressões que vocês escreveram têm uma cara de função linear. E agora você disse que lá em 186 metros tanto faz comprar a opção 1 ou a opção 2. O que seria esse 186 [...]?

**Estudante 3:** Se a gente considerar na função linear uma reta para as duas funções, e como 186 dá um mesmo valor nas duas, não seria um ponto de interseção das duas funções?

A partir da discussão anterior, o grupo negociou sobre quais seriam as coordenadas desse ponto de interseção. Uma das estudantes sugeriu a construção dos gráficos que representam os custos das cercas elétricas segundo as duas opções, para uma análise dessas relações. Nesta

ocasião, a professora auxiliou os estudantes a sistematizar uma tabela que descrevesse os dados já tinham sido testados conforme mostra a Figura 2.

**Figura 2** - Representação do modelo matemático por meio de tabelas

Por meio de tabelas			
Opção 1		Opção 2	
m (em metros)	Custo (R\$)	m (em metros)	Custo (R\$)
1 a 80	745	1	$372 + 1 \times 6 = 372 + 6$
81	$745 + 1 \times 7 = 745 + 7$	2	$372 + 2 \times 6 = 372 + 12$
82	$745 + 2 \times 7 = 745 + 14$	3	$372 + 3 \times 6 = 372 + 18$
83	$745 + 3 \times 7 = 745 + 21$	4	$372 + 4 \times 6 = 372 + 24$
84	$745 + 4 \times 7 = 745 + 28$	5	$372 + 5 \times 6 = 372 + 30$
...	...	...	...
m	$745 + (m-80) \times 7$	m	$372 + 6m$

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Após a sistematização da tabela, a professora orientou que os alunos construíssem o gráfico das duas funções para analisarem sobre a intersecção das duas retas, para o próximo encontro síncrono, que ocorreu no dia seguinte. Sendo assim, a atividade prosseguiu de forma assíncrona orientada via grupo de *WhatsApp*. Nesse momento, o tempo didático da atividade foi diferente de quando estamos em um ambiente presencial. A atividade de resposta e discussão se tornou menos dinâmica pois cada pessoa se manifestava quando estava online e disponível, em momentos diferentes do dia ou semana. A resposta que é dada em segundos quando estamos reunidos presencialmente ou de forma síncrona, nesse contexto as perguntas e respostas demoraram horas para que fossem apresentadas.

Nos momentos assíncronos alguns alunos pediram orientação via *WhatsApp*, contudo, não por meio do grupo de *WhatsApp* do qual todos participavam e interagiam frequentemente, mas sim em uma conversa particular com a professora. Essas discussões via *WhatsApp* entre a professora e uma estudante, com o objetivo de auxiliar a plotar o gráfico no software *Geogebra* podem ser caracterizadas como discussões técnicas, pois buscou-se desenvolver habilidades para resolver o problema proposto. Nessas discussões dispusemos de áudios, textos, imagens e vídeos da tela do computador.

No segundo encontro síncrono, cada aluno apresentou sua resolução para o grande grupo e foram feitas discussões a fim de legitimar as respostas para a problemática. No entanto, é necessário enfatizar que o grupo não trabalhou de forma colaborativa, isto é, trabalharam



individualmente quando estavam de forma assíncrona. Uma das estudantes, a Estudante 1, utilizou o *Geogebra* para determinar o ponto de interseção das duas funções e analisar as condições de vendas para a opção 1 ou opção 2. Duas estudantes tiveram dificuldade em navegar pelo software *Geogebra* e não procuraram auxílio docente nos momentos assíncronos para resolução da atividade, desta forma, podemos dizer que essa falta de contato síncrono também prejudicou o andamento da atividade para alguns estudantes.

Em seguida os alunos definiram uma tomada de decisão com base nos resultados obtidos.

**Estudante 1:** Até 62 metros compensa a opção 2, que é avulsa, acima desse compensa mais a opção 1 que é o kit.

**Professora:** Qualquer valor acima de 62 metros?

**Estudante 1:** Até 187 metros.

**Professora:** E depois de 187 metros? Qual opção é mais vantajosa?

**Estudante 2:** É pouca diferença, mas vai compensar a opção 2. [...] Eu falaria que até 62 metros compensa a opção 2, aí, acima de 62 até 187 metros compensa a opção 1.

**Estudante 1:** É isso mesmo, aí acima de 187 compensa a opção avulsa.

**Professora: (Pelo chat)** então é isso aqui que vocês falaram? Até 62m → opção 2; de 62 até 187m → opção 1; para mais de 187m → opção 2.

**Estudante 2:** Isso!!!

**Professora orientadora:** Ainda falta para as metragens que tanto faz né, comprar a opção 1 ou a opção 2. Que serão para quantos metros?

**Estudante 1:** Para 62 metros e 187 metros.

Esta discussão descrita anteriormente foi entendida como uma discussão reflexiva, isto é, a partir dos modelos matemáticos obtidos foi possível refletir qual opção é mais vantajosa dependendo de sua metragem e possibilitando a tomada de decisão para compra de cercas elétricas.

Em vista disso, podemos perceber que no desenvolvimento dessa atividade desenvolvida de modo remoto, diversos aspectos devem ser levados em consideração, como o gerenciamento dos diversos canais de comunicação para que não fosse perdido nenhuma discussão ou informação.

Ademais, foi possível perceber que todos os tipos de discussões (matemáticas, técnicas, reflexivas e paralelas) emergiram durante a atividade, contudo, a matemática apareceu com uma maior frequência. Além disso, pode-se perceber que ocorreu uma maior interação nos momentos assíncronos entre professora e estudante, e não no grupo geral com todos os sujeitos, compartilhando suas dúvidas e angústias com todos, sendo assim, podemos afirmar que o grupo não trabalhou de forma colaborativa. Por outro lado, alguns estudantes não se sentiram à vontade em pedir auxílio para a professora por meio do *WhatsApp* mesmo no privado no esclarecimento de



dúvidas, principalmente a respeito do *software*, o que pode ter prejudicado o andamento da atividade para estes.

Portanto, por mais que tenhamos observado essas particularidades com o intuito de refletirmos sobre nossa prática, e ressaltando que não era intenção comparar com atividades desenvolvidas presencial, podemos assegurar que o desenvolvimento de atividades de Modelagem de forma remota é possível, e propiciam diversas contribuições para a Educação Matemática.

### Considerações finais

Após caminhar por esse percurso, faz-se necessário retomar a questão que nos levou ao desenvolvimento desta investigação: Que elementos envolvidos no ambiente constituído no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática permitem a constituição de um espaço de interações?

No que se refere às discussões na atividade de Modelagem desenvolvida de forma remota, foi possível evidenciar três canais de comunicação que geraram discussões: falas orais nos encontros síncronos, falas escritas nos encontros síncronos (chat) e as mensagens pelo *WhatsApp* que emergiram nos encontros síncronos e assíncronos.

Sendo assim, podemos dizer que nessa atividade de Modelagem, desenvolvida de forma remota, a atenção da professora para sincronizar os três canais para que não ocorressem falas pontuais e isoladas e que não levassem à perda de discussões foi imprescindível. Podemos afirmar que coordenar os meios de comunicação é fundamental para que discussões ocorram e as interações aconteçam; desta maneira, o docente deverá ter concentração e cautela no desenvolvimento de atividades no ERE, para que nenhuma informação fique desconexa ou se perca.

Desta maneira, podemos dizer que foi um desafio para nós, enquanto professoras, e também para os estudantes, que precisaram ficar, também, atentos aos três canais de comunicação e trabalhar num ambiente no qual não estávamos habituados.

Além disso, observamos que a inserção de atividade de Modelagem no âmbito de Ensino Remoto foi possível e apresentou particularidades, dentre elas, a forma de organização dos registros dos alunos em tempo real quando em encontros síncronos. Isto é, conforme os alunos iam resolvendo a atividade, já era encaminhado para o grupo do *WhatsApp* e já discutíamos e interagíamos.



Por conseguinte, podemos evidenciar, conforme descrito na seção anterior que, os quatro tipos de discussões apareceram e compuseram o espaço de interações constituído, tal como ocorre em ambientes de aprendizagem desenvolvidos de modo presencial. Para tanto, o trabalho de orientador docente envolve, necessariamente, a coordenação entre as negociações e os usos das tecnologias que as fundamentam.

### Referências

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2012. p. 160.

BARBOSA, J.C. "Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico." **Reunião anual da ANPED 24.7 (2001): 1-15.**

BARBOSA, J. C. "A prática dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática: o esboço de um framework." **Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM (2007): 161-174.

BARBOSA, J. C.; SANTOS, M. A. dos. Modelagem matemática, perspectivas e discussões. **Encontro Nacional de Educação Matemática**, v. 9, p. 1-12, 2007.

BARBOSA, J. C. "As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem de modelagem matemática/The parallel discussions in the mathematical modeling learning environment." **Acta Scientiae** 10.1 (2008): 47-58.

BORBA, M. C. Ethnomathematics and education. In: POWELL, A. B.; FRANKENSTEIN, M. (ED.). **Ethnomathematics: challenging eurocentrismo in mathematics education**. Albany: State University of New York Press, 1997. p.261-272.

HERNÁNDEZ, F. O Diálogo como mediador da aprendizagem e construção do sujeito em sala de aula. **Revista Pátio**, Ano VI, v. 22, 2002.

LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M.C. (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.

MALHEIROS, A. P. dos S. **Educação matemática online: a elaboração de projetos de modelagem**. 2008.

PALLOFF, M.R.; PRATT, K. **Construindo Comunidades de Aprendizagem no Ciberespaço: estratégias eficientes para a sala de aula on-line**. Porto Alegre: Artmed, 2002.

VAN MAANEN, J. **Qualitative methodology**. *Administrative Science Quarterly* Ithaca, NY, v. 24, n. 4, p. 519-671, 1979.