



IX EPMEM

Encontro Paranaense de Modelagem na
Educação Matemática

Informações sobre os Autores:

Maycon dos Santos Fraga

Universidade Estadual do Centro-Oeste
(UNICENTRO)
maycon.fraga@escola.pr.gov.br

Josias Reis Lima

Universidade Estadual do Centro-Oeste
(UNICENTRO)
jreislma@yahoo.com.br

Cassio Tadeu Caldas

Universidade Estadual do Centro-Oeste
(UNICENTRO)
osrcassio@gmail.com

Dionísio Burak

Universidade Estadual do Centro-Oeste
(UNICENTRO)
dioburak@yahoo.com.br

Laynara dos Reis Santos Zontini

Instituto Federal do Paraná (IFPR)
laynara.zontini@ifpr.edu.br

Modelagem Matemática e Tecnologia: prática sobre a Copa do Mundo de 2022

Resumo

O presente trabalho traz como primazia um relato de experiência de uma prática de Modelagem Matemática na concepção de Burak (1992). Ainda aborda a Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino de Matemática. Essa prática tem como tema A Copa do Mundo de 2022, tendo como questões problemas “Qual é o tamanho de cada campo de futebol localizados nos estádios do Catar? E existe algum meio virtual, que possa nos levar até os estádios situados no Catar para fazer essas verificações?”. Nesta prática de Modelagem Matemática utilizamos alguns recursos tecnológicos, como: Google Earth, Google Meet, WhatsApp, Mesa Digitalizadora, Internet e o OpenBoard. Com isso, destacamos as potencialidades dos recursos tecnológicos nas práticas com a Modelagem Matemática na Educação Matemática.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Educação Matemática. Tecnologia na Educação.

Abstract

The present work brings as its primacy an experience report of a Mathematical Modeling practice in the conception of Burak (1992). It also addresses Mathematical Modeling as a methodology for teaching Mathematics. This practice has as its theme The 2022 World Cup, having as questions the problems “What is the size of each football field located in the stadiums of Qatar? And is there any virtual means that can take us to the stadiums located in Qatar to carry out these checks?”. In this Mathematical Modeling practice, we use some technological resources, such as: Google Earth, Google Meet, WhatsApp, Digitizing Table, Internet and OpenBoard. Thus, we highlight the potential of technological resources in practices with Mathematical Modeling in Mathematics Education.

Keywords: Mathematical Modeling. Mathematics Education. Technology in Education.



Introdução

O Ensino da Matemática tornou-se alvo de grandes debates há muitas décadas, e a dificuldade enfrentada pelos estudantes na hora de aprender tem sido tema de diversas pesquisas de alguns autores, pois o desempenho dos estudantes está abaixo do esperado, é o que indica o PISA¹ 2019. Diante dessa problemática, os educadores têm procurado novos meios para ensinar a matemática e despertar a curiosidade dos seus estudantes.

É possível perceber que a matemática ainda é transmitida ou repassada pela maioria dos educadores, aos seus estudantes, pelo modelo tradicional de ensino². No entanto, podemos abordar conteúdos matemáticos usando metodologias diversificadas, com o intuito de melhorar a aprendizagem dos estudantes, como por exemplo, a Modelagem Matemática. Com isso, este trabalho abordará a concepção da Modelagem Matemática por Burak (1992). Além disso, buscaremos observar as potencialidades das ferramentas tecnológicas como apoio metodológico para as aulas de matemática.

A prática que será descrita nesse relato, foi desenvolvida pelos três primeiros autores que são mestrandos, durante o período de maio a junho de 2022, no PPGEN³, que é ofertado pela UNICENTRO⁴ no campus CEDETEG, que fica localizado na cidade de Guarapuava, no Estado do Paraná, na disciplina de Métodos e Tópicos de Educação e Matemática ministrada pelo quarto e quinto autores, tendo como objetivo vivenciar uma prática de Modelagem Matemática com a temática: A Copa do Mundo de 2022.

Modelagem Matemática na Educação Matemática e Tecnologias Digitais

Neste relato de experiência abordaremos uma prática de MM que teve como aliada as tecnologias digitais. Diante disso, mostra-se pertinente esclarecer a concepção de MM utilizada e também a nossa compreensão sobre o uso das Tecnologias Digitais na Educação.

A Educação Matemática (EM) de acordo com Miguel et al. (2004) consolida-se com uma subárea da matemática e da educação, quando em 1908 foi criada em Roma a Comissão

¹ Programa Internacional de Avaliação de Estudantes

² Segundo Krüger e Ensslin (2013) o modelo tradicional de ensino é aquele em que o professor é o sujeito ativo no processo de ensino-aprendizagem, repassando seu conhecimento aos estudantes, normalmente por meio de aula teórica.

³ Programa de Pós-Graduação de Ensino de Ciências Naturais e Matemática

⁴ Universidade Estadual do Centro-Oeste.



Internacional do Ensino de Matemática (CIEM/IMUK), a partir disso a EM começa a ser vista como uma disciplina que não depende apenas da matemática, mas sim de reflexões filosóficas, sociológicas e também pelos novos conhecimentos da psicologia, além de outras áreas que dão suporte a Educação.

Isso é visto de maneira diferente na educação, ensinada pelo método tradicional, no qual o ensino de matemática é centrado no livro didático e no professor, esse ensino tradicionalista considera o professor como o detentor do conhecimento que ensina as técnicas no quadro em forma de aula expositiva, e os estudantes são apenas receptores e têm uma aprendizagem passiva que consiste em memorização e repetição dos métodos e raciocínios ensinados pelo professor durante as aulas (DIESEL, BALDEZ e MARTINS, 2017).

Já na EM o estudo da matemática é embasado em teorias de aprendizagem, no conhecimento multicultural e pela transdisciplinaridade. O estudante passar ser ativo no processo de ensino e aprendizagem, ou seja, protagonista participando efetivamente do processo de construção do seu conhecimento. A função do professor é diferente, agora o professor não é mais o único transmissor do conhecimento, mas sim um mediador que organiza e direciona a aprendizagem e ao mesmo tempo rompe com a concepção de que a matemática é um saber dado, assumindo então, que ela pode ser construída (BERBEL, 2011).

Para Burak (1992) a Modelagem Matemática (MM) na concepção da EM é uma metodologia que dá importância as individualidades dos estudantes possibilitando uma educação integral, para formar um cidadão crítico, com autonomia, capaz de trabalhar em grupo e tomar decisões, ou seja, um cidadão capacitado para enfrentar os novos desafios do século XXI. O processo de ensino aprendizagem sustenta-se em uma aprendizagem significativa, em que o estudante questiona, investiga, reflete e constrói o conhecimento.

A compressão sobre a MM, na visão de Burak (1992), que aqui será apresentada, é um panorama que relata a partir do entendimento da Educação Matemática e que completa as Ciências Humanas e Sociais. Sendo assim Burak (1992, p. 62), traz a MM como: “um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões”.

Para a realização de uma prática de MM é preciso considerar os dois princípios básicos apontados na MM por Burak e Klüber (2008, p. 20), sendo: “1) o interesse do grupo; 2) a obtenção



de informações e dados do ambiente, onde encontra-se o interesse do grupo”. E ainda, a metodologia de ensino MM, proposta por Burak (2004), segue cinco etapas, não rígidas, sendo elas:

(1) Escolha do Tema: esse é o momento em que o professor poderá apresentar sugestões de temas para seus estudantes, ou essas sugestões poderão surgir prioritariamente a partir deles. Para desenvolver esses temas, não há necessidade, no primeiro momento, de existir uma relação ou familiaridade com a matemática e afins. Ainda nesta etapa, o educador passa a ser o mediador da aprendizagem de seus estudantes, fazendo com que eles assumam o papel de protagonistas da sua própria aprendizagem.

(2) Pesquisa Exploratória: após a escolha do tema, os estudantes deverão pesquisar em diversos meios, o tema escolhido por eles. Essa pesquisa não precisará ter o cunho matemático, e sim as abordagens voltadas para o tema escolhido.

(3) Levantamento dos Problemas: depois de realizar a 2ª etapa, os estudantes estarão de posse das informações pesquisadas, e o educador deverá incentivar os estudantes a criarem problemas simples ou complexos dentro do tema escolhido, voltado para um olhar matemático, porém poderão surgir problemas não matemáticos.

(4) Resolução dos Problemas: aqui o objetivo é a resolução dos problemas levantados na 3ª etapa, na qual os estudantes fazem o uso do seu conhecimento matemático, mediado pelo professor. Se neste momento surgirem problemas em que os estudantes não possuam conhecimentos prévios necessários, para a resolução, então, é o momento propício de aprendê-los. Sendo assim, para solucionar os problemas encontrados na etapa anterior, e quando se oportuniza, a construção de modelos como representação nessa concepção de Burak.

(5) Análise Críticas das Soluções: o momento agora é para analisar e discutir as soluções dos problemas encontrados, sejam de natureza matemática ou não, contribuindo para a formação de cidadãos críticos e participativos, auxiliando na transformação da comunidade em que os estudantes estão inseridos.

Apresentar um ensino significativo para o estudante pode ser de grande dificuldade de alguns professores, no entanto diversos recursos estão disponíveis para que essa preocupação do professor possa ser sanada. Para isso, considera-se a utilização das tecnologias digitais no meio educacional, de forma que o estudante possa ter acessibilidade diante das mais diversas dificuldades enfrentadas em sala de aula, pois quando se fala de meios tecnológicos a limitação para alguns desafios se tornam cada vez mais simples de serem ultrapassados. Com isso, Peixoto e Araújo



(2012), e os autores dessa prática de MM, mostram inúmeras ocasiões com a participação desses mecanismos na construção deste trabalho, a fim de solucionar problemas relacionados ao tema proposto.

Frente a essas resoluções, observou-se a importância de utilizar ferramentas tecnológicas que pudessem desenvolver o trabalho de maneira mais ágil e envolvente em relação ao professor/estudante, para isso, os autores se valeram de alguns recursos auxiliares como: Google Meet para debates online e considerações para o trabalho em questão, a mesa digitalizadora com o aplicativo OpenBoard para abordagens mais significativas dos conteúdos, Google Drive e o Documentos do Google para compartilhamento de escritas e correções em grupo, o aplicativo do WhatsApp para aliar as conversar do integrantes do grupo e com os professores da disciplina e o próprio aplicativo norteador da prática de MM o Google Earth.

Para tal aplicação utilizou-se o laboratório de amostras do Departamento de Matemática - DEMAT do Campus CEDETEG, a proposta de MM teve uma duração de quinze horas aulas, contando com a participação de três estudantes do curso de mestrado do PPGEN e também com a participação de dois professores regentes da turma, para esclarecimentos de dúvidas conforme proposto em sala. É importante ressaltar ainda, que todas as informações no decorrer da pesquisa, durante a prática de MM, fizeram-se pela utilização de dispositivos móveis com acesso à internet, para desdobramentos da pesquisa e coleta de dados, no aplicativo indicado como Google Earth, necessário para o desenvolvimento dessa prática de MM.

Desenvolvimento da Prática de Modelagem Matemática

Com base nos estudos realizados sobre a MM, na perspectiva de Burak (1992), deu-se início a uma prática de MM, tendo como ênfase as concepções e encaminhamentos metodológicos sugeridos pelo autor.

1ª Etapa – Escolha do tema: diante de tal, foram apresentados os seguintes temas: A Copa do Mundo de 2022, GPS⁵, Ovo de Páscoa, Música e Monetização das Redes Sociais⁶ ou *Youtube*⁷. Dentre esses, os participantes do grupo optaram pelo seguinte tema: A Copa do Mundo de 2022,

⁵ Sistema de posicionamento global.

⁶ Estrutura social composta por pessoas ou organizações, conectadas por um ou vários tipos de relações, que compartilham valores e objetivos comuns.

⁷ Plataforma de compartilhamento de vídeos.



pois a opção escolhida pelos autores, foi denominada como o tema mais atual, por se tratar de um ano em que acontecerá a Copa do Mundo.

2ª Etapa – Pesquisa exploratória: nesta etapa iniciaram-se as pesquisas na internet sobre o tema escolhido, focando nos *sites* de: reportagens, esportes, turismos e da FIFA (Federação Internacional de Futebol), procurando ter um bom embasamento e referencial teórico sobre o assunto em fontes confiáveis. Com isso, identificou-se inúmeros assuntos sobre o tema abordado, como por exemplo: a história das copas, os maiores estádios do país que irá sediar A Copa do Mundo de 2022, o Catar, a localização dos estádios nesse país, entre outros. Diante dessas abordagens, percebeu-se, que o tamanho do campo de futebol situado em um estádio não é fixo, a largura pode variar entre 64 e 75 metros e o comprimento entre 100 e 110 metros.

A Copa do Mundo é um evento em que acontece uma competição de futebol masculino, realizada pela FIFA. Esse evento acontece num intervalo de quatro em quatro anos, sendo disputado por trinta e duas seleções mundiais classificadas, que venceram uma determinada disputa entre os duzentos e onze membros da FIFA, essa disputa é realizada pelas confederações dos seguintes continentes: América do sul, América central e do norte, África, Ásia, Europa e Oceania. A Copa do Mundo realizada pela FIFA é separada por seis etapas, após a classificação das trinta e duas seleções.

As etapas da Copa do Mundo organizado pela FIFA, configuram-se da seguinte maneira e ordem: Fase de Grupos - as trinta e duas seleções são divididas em oito grupos com quatro seleções em cada, disputando entre si; Oitavas de Final - as seleções classificadas anteriormente, serão divididas em oito chaves, com duas seleções em cada que irão disputar uma vaga; Quartas de Final - as seleções formam quatro chaves, contendo duas seleções em cada, que irão disputar uma vaga; Semifinal - as seleções classificadas formarão duas chaves, composta duas seleções em cada. Dessas, serão classificadas apenas duas seleções para a final, e as outras duas para a disputa do terceiro lugar; Disputa do Terceiro Lugar - penúltima etapa, as seleções desclassificadas nas semifinais, irão disputar a vaga para o terceiro lugar; Final - essa é a última etapa, aqui as seleções classificadas nas semifinais, disputarão a vaga do primeiro lugar, o troféu e o título da Copa do Mundo.

A Copa do Mundo surgiu em 1930 no Uruguai, e a partir dessa época, só foram canceladas a Copa de 1942 e a de 1946 devido a Segunda Guerra Mundial. Este evento dura em média 30 dias, sempre no período de junho a julho, o país sede é escolhido por voto pelo comitê executivo da FIFA. Em 2014 a Copa do Mundo foi realizada no Brasil. Neste ano de 2022 a Copa do Mundo será



realizada no país do Catar⁸, no Médio Oriente, no período de 16 de novembro a 18 de dezembro, devido ao clima muito quente que correm entre os meses de junho e julho.

3ª Etapa – Levantamento dos problemas: após a realização da Pesquisa Exploratória, foram feitos o levantamento de alguns problemas e percebemos como essa etapa é importante para a realização das atividades de MM. Com isso, ocorreram várias discussões, referente aos problemas que deveriam ser abordados, mas que estivessem voltados para a realidade de todos. Então, nessas discussões, os participantes do grupo identificaram que alguns assuntos estavam relacionados ao conhecimento dos estádios no Catar, ao valor do salário mínimo no país e também da moeda oficial. Diante disso, temos as seguintes situações problemas:

(1) Qual é o tamanho de cada campo de futebol localizados nos estádios do Catar? E quais deles têm a maior medida em relação ao seu perímetro e a sua área?

(2) É possível fazer a comprovação dessas medidas por fontes que não sejam em sites informativos e ainda saber o tamanho de cada campo dentro dos estádios situados no Catar? Sabendo que, é inviável ir até o Catar para fazer essa verificação, pois demandaria tempo e dinheiro, existe algum meio virtual, que possa nos levar até os estádios situados no Catar?

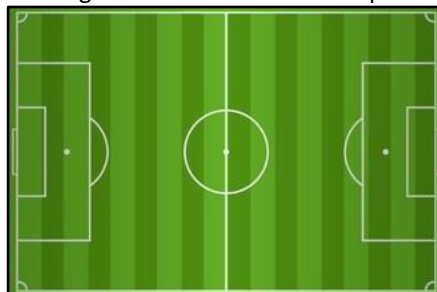
Além das problemáticas (1) e (2) elencadas acima, que foram o foco de resolução da prática de MM, surgiram outras muito interessantes, que poderão ser assuntos para outra prática de MM, como as seguintes: Qual é a maior e a menor distância entre os estádios situados no Catar? Qual foi o valor gasto para construir cada estádio do Catar? Quanto custou cada estádio por metro quadrado? Qual foi o estádio considerado o mais caro? Qual será o valor do salário mínimo no Catar? Qual é a sua moeda oficial? Qual será o valor de cada ingresso levando em consideração a moeda do Catar para a nossa moeda? Quanto um país gasta para sediar uma Copa do Mundo? Qual o valor arrecadado em jogo pela venda de ingressos? É possível verificar quanto um país arrecada com o turismo sendo a sede da Copa do Mundo? Considerando os custos e as receitas, é financeiramente viável sediar uma Copa do Mundo?

4ª Etapa – Resolução dos problemas: diante da problemática (1) apresentada, os participantes do grupo precisaram pensar qual seria o formato dos campos de futebol localizados nos estádios, e como poderiam proceder para a solução do problema (1). Neste momento levamos

⁸ O Catar é um país peninsular árabe cuja paisagem abrange um deserto árido e um longo litoral no Golfo Pérsico (Árabe) repleto de praias e dunas. Disponível na página <<https://goo.gl/maps/vuicnQdb84hE8b589>>. Acesso em maio de 2022.

em consideração o conhecimento prévio de cada autor, fazendo-os lembrar que os campos de futebol dos estádios têm sempre o mesmo formato retangular, como ilustra a Figura 1.

Figura 1 – Imagem Ilustrativa de um Campo de Futebol.



Fonte: Freepik

Ainda, partindo dos conhecimentos prévios dos autores, foi possível lembrar das fórmulas matemáticas de área ($A = c \cdot l$) e perímetro ($P = 2c + 2l$) do retângulo (as incógnitas são representadas por "A", "P", "c" e "l" significando, respectivamente: área, perímetro, comprimento e largura). Logo, se tornaria fácil solucionar esse problema, ainda mais fazendo uma busca na internet, pois é possível encontrar o tamanho de cada campo dos estádios do Catar.

Sendo assim, surgiu a necessidade da problemática (2). Como descobrir as dimensões, área e o perímetro dos campos do Catar de uma maneira exploratória e ao mesmo tempo dinâmica, atrativa e lúdica? Então, nesse momento, surge a possibilidade de se utilizar de um mecanismo tecnológico para envolver os estudantes no processo de aprendizagem, pensando ainda na dinamização do proposto trabalho, pois sabe-se que é inviável que os estudantes possam ir até o Catar para fazer as medições dos campos de futebol e tirar a prova de quais seriam os maiores e menores campos.

Diante de debates sobre qual aplicativo poderíamos utilizar em sala, um dos participantes do grupo informou sobre um aplicativo que poderia nos levar virtualmente a cada um dos campos dos estádios do Catar, e com apenas alguns toques, o que atenderia por completo toda a nossa problematização com relação ao alcance que teria o uso da tecnologia.

Esse aplicativo é o Google Earth, um programa de computador desenvolvido pela Google que apresenta um modelo bidimensional ou tridimensional, capaz de fazer com que qualquer pessoa em qualquer lugar do mundo possa ter acesso a outra região a qual tenha interesse em conhecer sem nem ao menos sair do seu lugar, aliás essa plataforma abre horizontes para

informações que vão além dos conhecimentos matemáticos, a seguir disponibilizamos uma imagem do globo terrestre como mostra a Figura 2.

Figura 2 – Abertura do Aplicativo do Google Earth - Globo Terrestre na visão de 3D



Fonte: Google Earth

No Google Earth uma das principais características é a visitação de forma virtual, como por exemplo, das diferentes paisagens, de pontos turísticos, cidades diversas etc. Além disso, é possível ver alguns projetos de viagens criados ou até mesmo criar os seus próprios. A maioria das grandes cidades do mundo está disponível em imagens de alta resolução. O programa permite girar as imagens, marcar pontos, medir distâncias e até mesmo áreas.

Ainda nesta etapa, os autores começaram a explorar o aplicativo do Google Earth, e buscaram o país do Catar, como mostra a Figura 3.

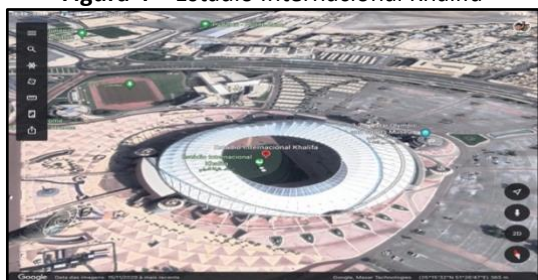
Figura 3 – País do Catar na visão de 3D



Fonte: Google Earth

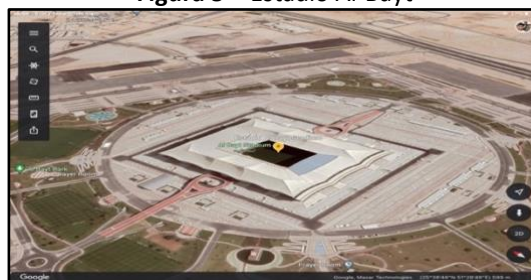
O Catar possui onze estádios de futebol, desses apenas oito sediarão os jogos da Copa do Mundo de 2022, que são: Internacional Khalifa, Al-Bayt, Al-Janoub, Education City, Al-Rayyan, Al-Thumama, Ras Abu Aboud e Nacional de Lusail. Como mostra a Figura 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 11.

Figura 4 – Estádio Internacional Khalifa



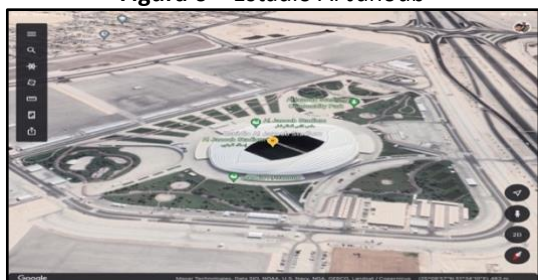
Fonte: Google Earth

Figura 5 – Estádio Al-Bayt



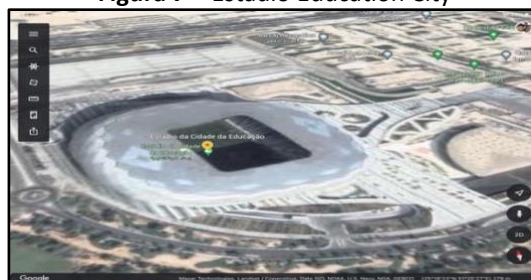
Fonte: Google Earth

Figura 6 – Estádio Al-Janoub



Fonte: Google Earth

Figura 7 – Estádio Education City



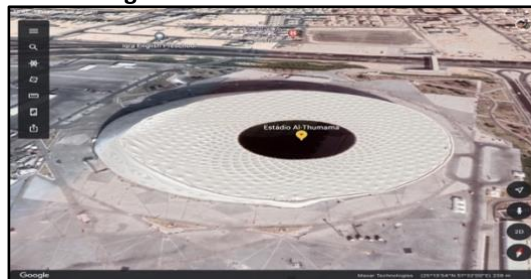
Fonte: Google Earth

Figura 8 – Estádio I Al-Rayyan



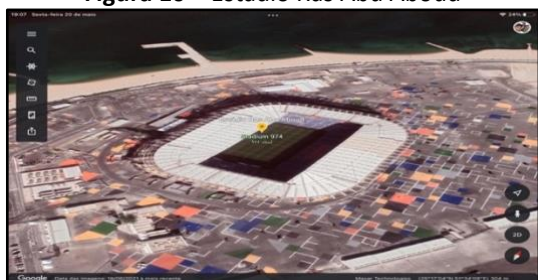
Fonte: Google Earth

Figura 9 – Estádio Al-Thumama



Fonte: Google Earth

Figura 10 – Estádio Ras Abu Aboud



Fonte: Google Earth

Figura 11 – Estádio Nacional de Lusail



Fonte: Google Earth

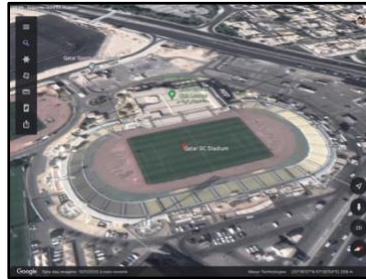
Os outros três estádios que não sediarão os jogos são: Al-Wakrah, SC Stadium e o Al-Gharafa. Como mostra a Figura 12, 13 e 14.

Figura 12 – Estádio Al-Wakrah



Fonte: Google Earth

Figura 13 – Estádio SC Stadium



Fonte: Google Earth

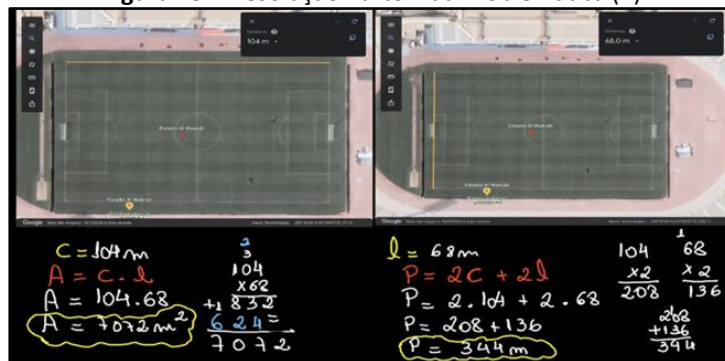
Figura 14 – Estádio Al-Gharafa



Fonte: Google Earth

O objetivo inicial seria investigar com o auxílio do Google Earth, as medidas dos campos dos Estádios que sediarão jogos da copa do mundo, mas por eles serem parcialmente cobertos, não foi possível obter uma imagem integral do campo, foi possível apenas visitar e verificar as medidas de comprimento e largura dos campos dos outros três estádios que não sediarão os jogos. Sendo assim, partimos para primeira resolução do problema (2), que seria medir os lados do campo do Estádio Al-Wakrah e calcular o seu perímetro e a sua área como mostra a Figura 15.

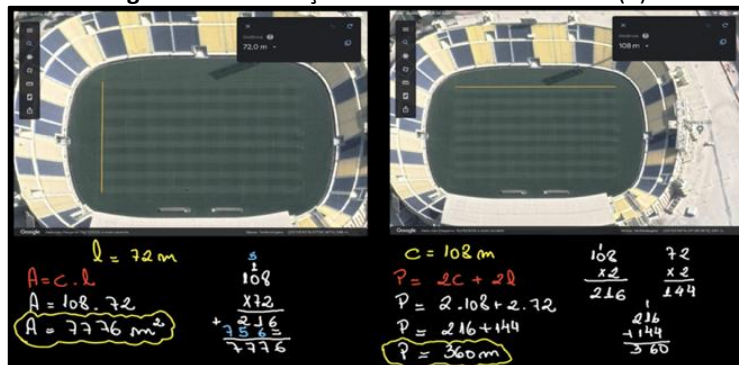
Figura 15 – Resolução Parte 1 da Problemática (2)



Fonte: Google Earth, OpenBoard e os Autores

Continuamos a resolução do problema (2), que seria medir os lados do campo do Al-Gharafa e calcular o seu perímetro e a sua área como mostra a Figura 16.

Figura 16 – Resolução Parte 2 da Problemática (2)



Fonte: Google Earth, OpenBoard e os Autores

Neste momento um participante do grupo trouxe a imagem do estádio SC Stadium com as medidas do perímetro e área já calculados como mostra a Figura 17.

Figura 17 – Estádio SC Stadium com as Medidas de Perímetro e Área



Fonte: Google Earth

Este problema aparece em alguns livros didáticos, cujo objetivo é calcular as medidas dos lados do retângulo sabendo a medida do perímetro e da área. Então de posse das informações da área e perímetro, foi questionado como seria possível descobrir as medidas do comprimento e largura dos campos, os autores discutiram e chegaram à conclusão que para resolver este problema seria um sistema de duas incógnitas e duas equações que poderia ser resolvido por substituição e se tornaria uma equação do segundo grau.

Para uma aprendizagem mais significativa os autores discutiram, que em vez de resolver equações do segundo grau pelo algoritmo conhecido no Brasil como Fórmula de Báskara ou Fórmula Resolutiva de Equação do Segundo Grau, na qual os estudantes seguem uma “receita” que magicamente dá o resultado da incógnita x , ou se seria melhor resolver a equação pelo método de completar quadrados?

O método de completar quadrados consiste na praticidade de resolver uma equação de segundo grau quando a expressão algébrica é um Trinômio Quadrado Perfeito (TQP). Para resolver a equação desta forma é preciso fatorar a expressão e transformá-la em um quadrado da soma ou quadrado da diferença, como por exemplo: $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$; $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$; $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$.

Para resolver a equação é necessário calcular a raiz quadrada e resolver a equação do primeiro grau, exemplo: $x^2 + 12x + 36 = 0 \rightarrow (x + 6)^2 = 0 \rightarrow \sqrt{(x + 6)^2} = \sqrt{0} \rightarrow x + 6 = 0$, que resulta em $x = -6$.

Então o questionamento é: e se a equação não for um TQP? exemplo: $x^2 + 6x + 8 = 0$, note que não é possível escrever a parte da esquerda da igualdade como um quadrado da soma, pois

$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$, pode ser resolvido se adicionarmos 1 nos dois lados da equação, que teremos $x^2 + 6x + 8 + 1 = 0 + 1 \rightarrow x^2 + 6x + 9 = 1$ em que a parte esquerda da equação é um TQP que pode ser resolvida como dito no exemplo acima: $x^2 + 6x + 9 = 1 \rightarrow x^2 + 6x + 9 = 1 \rightarrow (x + 3)^2 = 1 \rightarrow \sqrt{(x + 3)^2} = \sqrt{1} \rightarrow x + 3 = \pm 1 \rightarrow x = -4$ ou $x = -2$.

Com base no que foi mostrado acima, conseguimos descobrir as medidas dos lados do estádio SC Stadium, que são aproximadamente: o comprimento 104,75 metros e a largura 68,25 metros, como mostra a Figura 18, o que corrobora com as medidas feitas pelo aplicativo, como mostra a figura 19.

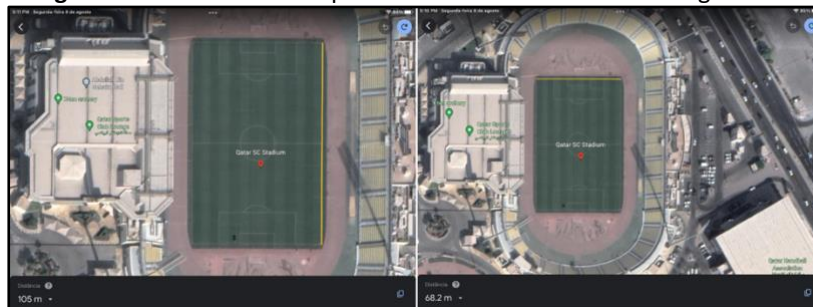
Figura 18 – Resolução Parte 3 da Problemática (2)

$P = 2x + 2y = 346$
 $A = x \cdot y = 7149$
 $2x + 2y = 346$
 $x + y = 173$
 $x = 173 - y$
 $(173 - y) \cdot y = 7149$
 $173y - y^2 = 7149$
 $y^2 - 173y + 7149 = 0$
 $y = \frac{173 \pm \sqrt{173^2 - 4 \cdot 7149}}{2}$
 $y = \frac{173 \pm \sqrt{29929 - 28596}}{2}$
 $y = \frac{173 \pm \sqrt{1333}}{2}$
 $y = \frac{173 \pm 36,5}{2}$
 $y = 104,75$ ou $y = 68,25$
 $x = 173 - 104,75 = 68,25$ ou $x = 173 - 68,25 = 104,75$

Logo o comprimento representado por x é igual a 104,75 e a largura que foi representado por y é igual 68,25.

Fonte: Google Earth, OpenBoard e os Autores

Figura 19 – Medida do campo usando as ferramentas do Google Earth



Fonte: Google Earth e os Autores

5ª Etapa – Análise críticas das soluções: Durante a resolução dos problemas foram realizadas várias observações, discutidas as vantagens do ensino do método de completar quadrados tanto no ensino fundamental para resolver as raízes da equação de segundo grau, quanto no ensino médio para calcular as coordenadas do vértice da parábola no estudo de função quadrática e, quanto essa



aprendizagem é mais significativa. Foi discutido ainda se valeria a pena demonstrar que é desse método que se chega à "Fórmula de Báskara".

Com base nos problemas levantados foi questionado ainda quais outros problemas matemáticos poderiam ser propostos a partir dessas atividades. Como apenas as linhas laterais e de fundo podem variar de tamanho e as demais (grande e pequena área, círculo central, tamanho do gol) são sempre fixas, é possível introduzir os conceitos razão e proporção, até mesmo conceitos físicos de força, velocidade uma vez que quanto menor o campo, maior será em proporção o tamanho da área e do gol.

Foi indagado ainda, se pessoas diferentes poderiam chegar a valores diferentes de área e perímetro, os autores chegaram à conclusão de que sim, mas que seria um valor muito próximo do real, e deve ser levado em conta que mesmo indo fisicamente até o estádio com uma trena, pessoas diferentes poderiam não chegar a valores exatamente iguais.

Considerações Finais

Com a pandemia muitos professores se viram na urgência de aprender a usar diferentes recursos tecnológicos para tornar as aulas possíveis. Mas, mesmo voltando para sala de aula de forma presencial, é possível fazer uso dessas ferramentas tecnológicas para tornar as aulas mais atrativas, interdisciplinares e conectadas com a realidade, como por exemplo, com o uso do Google Earth. Sendo assim, recursos diversos, automaticamente são inseridos no meio educacional.

Diante dessa reflexão, optou-se pelo envolvimento de tecnologia digital com a Modelagem Matemática, a fim de proporcionar conhecimentos, os quais só foram possíveis com o uso dessas ferramentas. E isso trouxe experiências diferenciadas aos autores, que encontraram diversas formas de abordar determinados conteúdos matemáticos, para a resolução dos problemas pesquisados.

Como a possibilidade de marcação de pontos e cálculo de distâncias e áreas, há uma infinidade de problemas que podem ser explorados pelos estudantes de forma individual, o que deixa o processo de aprendizagem mais dinâmico, pois os problemas matemáticos que surgirem serão a partir da curiosidade e criatividade dos estudantes.

A partir disso, os autores acreditam que as contribuições que este relato de experiência traz para os demais leitores e pesquisadores da área da Educação Matemática, em específico da Modelagem Matemática, abrem inúmeras formas de aplicação ainda mais abrangentes e profundas



que estas vistas nos tópicos anteriores, deixando a liberdade do leitor, de reaplicar essa modelagem associada a tecnologia para obter seus próprios resultados.

Por fim, considera-se de grande valia todas as aplicações e discussões compostas neste trabalho, pois trouxeram para os autores diversas situações agregadoras de conhecimento, em que todos foram submetidos às novas aprendizagens, resultantes da Modelagem Matemática. E ainda, conclui-se neste ponto que a tecnologia a disposição do professor pode ser de suma importância no momento de interação dos grupos e pesquisadores, pois possibilita a ação consciente dos estudantes diante das informações no processo de construção dos conhecimentos, e tem muito a crescer com o bom uso dos diferentes recursos tecnológicos disponíveis atualmente.

Referências

BERBEL, N. A. N. As metodologias ativas e a promoção da autonomia de estudantes. **Semina: Ciências Sociais e Humanas**, v. 32, n. 1, p. 25, 2011.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. 1992. 460 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

BURAK, D. **Modelagem Matemática e a Sala de Aula**. In: I EPMEM - ENCONTRO PARANAENSE DA MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1. 2004, Londrina. Anais... Londrina: UEL, 2004, p. 1-10.

BURAK, D.; ARAGÃO, R. M. R. **A Modelagem Matemática e relações com a Aprendizagem Significativa**. Curitiba: CRV, 2012.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E. **Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas**. Educ. Mat. Pesquisa, São Paulo, v. 10, n. 1, pp. 17-34, jan.-jun., 2008.

DIESEL, A.; BALDEZ, A. L. S.; MARTINS, M. N. Os princípios das metodologias ativas de ensino: uma abordagem teórica. **Revista THEMA**, n.01, p 268 -288, 2017.

EARTH, G. **Google Earth website, 2009**. Disponível em: <<http://earth.google.com/>>. Acesso em: maio, 2022.

FIFA. **Federação Internacional de Futebol**. Disponível em: <<https://www.fifa.com/>>. Acesso em: maio, 2022.

FREEPIK. **Visão de cima do campo de futebol do Vetor Premium**. Disponível em: <<https://br.freepik.com/>>. Acesso em: maio, 2022.



KRÜGER, L. M. **Método Tradicional e Método Construtivista de Ensino no Processo de Aprendizagem**: uma investigação com os acadêmicos da disciplina Contabilidade III do curso de Ciências Contábeis da Universidade Federal de Santa Catarina 2013 (Dissertação).

MIGUEL, A.; GARNICA, A. V. M.; IGLIORI, S. B. C.; D'AMBRÓSIO, U. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**, n. 27, p. 70 – 93, 2004.

OPENBOARD. **OpenBoard aplicativo**. Disponível em: <<https://openboard.ch/download.en.html>>. Acesso em: maio, 2022.

PEIXOTO, J.; ARAÚJO, C. H. S. **Tecnologia e educação: algumas considerações sobre o discurso pedagógico contemporâneo**. Educ. Soc., Campinas, v. 33, n. 118, p. 253-268, jan.-mar. 2012.

PISA 2019. Relatório Nacional. Brasília, DF: INEP/MEC.