União da Vitória – Paraná
IX EPMEM
Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática

Uma Atividade de Modelagem Matemática interpretada por Lentes Semióticas

Informações sobre as Autoras:

Thayná Felix dos Santos
Universidade Estadual do Paraná (Unespar)
thayfelixsantos@gmail.com

Liane Maria da Silva
Universidade Estadual do Centro-Oeste do Paraná (Unicentro)
liane.lms123@gmail.com

Ariely Aparecida Caruzo
Universidade Estadual do Paraná (Unespar)
arielycaruzo@outlook.com

Michele Regiane Dias Veronez
Universidade Estadual do Paraná (Unespar)
miredias@gmail.com

Resumo

Uma atividade de modelagem matemática desenvolvida no âmbito de um projeto de iniciação científica é assumida como foco de análise neste artigo. Nosso olhar para ela considera aspectos da semiótica uma vez que a interpretamos a partir de um triângulo epistemológico, que construímos ao considerar os signos, os contextos de referência e os conceitos que evidenciamos do desenvolvimento dessa atividade. Nosso objetivo, entretanto, é discutir a respeito de características da modelagem matemática a partir da indissociabilidade dos três elementos do triângulo epistemológico. Apresentamos como resultados que o movimento que se estabelece entre os três vértices do triângulo epistemológico enaltece a característica dinâmica de atividades de modelagem matemática já que permite a visualização do trânsito realizado entre a formulação do problema até a sua solução. Além disso, as conexões entre os elementos do triângulo epistemológico indicam que a complementariedade dos signos produzidos evidencia as relações entre conhecimentos matemáticos, e não matemáticos, associadas ao fenômeno estudado.

Palavras-chave: Educação Matemática. Signos. Triângulo epistemológico.

Abstract

A mathematical modeling activity developed within the scope of a scientific initiation project is assumed as the focus of analysis in this article. Our look at it considers aspects of semiotics since we interpret it from an epistemological triangle, which we build when considering the signs, the reference contexts and the concepts that we evidence from the development of this activity. Our objective, however, is to discuss the characteristics of mathematical modeling based on the inseparability of the three elements of the epistemological triangle. We present as results that the movement that is established between the three vertices of the epistemological triangle enhances the dynamic characteristic of mathematical modeling activities since it allows the visualization of the transit carried out between the formulation of the problem until its solution. Furthermore, the connections between the elements of the epistemological triangle indicate that the complementarity of the signs produced highlights the relationships between mathematical and non-mathematical knowledge associated with the phenomenon studied.

Keywords: Mathematics Education. Signs. Epistemological triangle.

Introdução

O debate acerca da modelagem matemática considerado neste estudo a localiza como sendo uma "possibilidade de abarcar a cotidianidade" (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012, p. 15), mediante um conjunto de procedimentos e ações, segundo os quais conduzem a uma resposta para o problema que originou o desenvolvimento da atividade. Assim, a modelagem matemática está associada a um processo de investigação, por meio da Matemática, de uma situação-problema cuja origem, de modo geral, não é a própria matemática (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012).

O transitar de uma situação inicial (problemática em estudo) para uma situação final (solução para tal problemática) se processa a partir do que alguns autores denotam por fases da modelagem matemática. Para Almeida, Silva e Vertuan (2012), inteiração, matematização, resolução, interpretação e validação, são as quatro fases da modelagem matemática. Em complemento, esses autores apontam que essas fases estão relacionadas com as ações daqueles que desenvolvem a atividade de modelagem matemática e, nesse sentido, são nessas fases que conceitos e procedimentos matemáticos podem ser abordados, ao passo que se busca uma solução para o problema em estudo.

Nesse modo de compreender a modelagem matemática fica imbricado que a identificação do problema a ser resolvido, a coleta de dados, a seleção de variáveis, a elaboração de hipóteses, a simplificação, a obtenção de um modelo matemático em que se tem por finalidade descrever uma situação a fim de responder ao problema formulado, e sua interpretação ou validação correspondem a procedimentos que, de modo associado, conduzem ao desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática.

Quando tal desenvolvimento é olhado a partir de lentes semióticas tem-se que a busca por solução para o problema em estudo é permeada por signos (VERONEZ, 2013). Signos aqui estão sendo compreendidos como nos coloca Peirce (2005) de que signo é algo que representa alguma coisa para alguém, e que tem natureza triádica. Isso significa que o fundamento do signo, *representámen,* possui associação com o objeto (o que o signo representa) e um interpretante (o que o signo representa para alguém). Assim, Peirce (2005) denota que o signo comunica pensamentos, pois não somos capazes de pensar sem signos. A semiótica é, portanto, caracterizada como ciência dos signos.

O pensamento de Peirce tem, nas últimas décadas, chamado atenção de pesquisadores, no âmbito da Educação Matemática. Tanto que Kehle e Cunningham (2000); Presmeg (2006), Presmeg et al (2016); Silva e Almeida (2015), são exemplos de alguns autores que têm dedicado a estudar aspectos da semiótica associado à Matemática, sobretudo, à Modelagem Matemática. Nesses estudos, de modo geral, o objeto da semiótica não é precisamente o próprio signo, mas o seu uso, ou o comportamento semiótico associado ao que ele representa, comunica.

Neste estudo, além de levarmos em consideração a natureza triádica do signo estabelecida por Charles Sanders Peirce, reconhecemos que os signos se configuram como meios pelos quais, alunos e professor, manifestam seus pensamentos e conhecimentos enquanto buscam uma solução para a situação em foco. Sendo assim, os interpretantes são manifestações de pensamentos, ora comunicadas.

Como os interpretantes não são independentes do sujeito, o nosso olhar para esses signos interpretantes considera a associação deles com outros dois elementos, a partir do modelo que Heinz Steinbring denomina triângulo epistemológico. Assim, tomamos uma atividade de modelagem matemática desenvolvida no âmbito de um projeto de iniciação científica[1] (IC) e discutimos a respeito de características da modelagem matemática a partir da indissociabilidade dos três elementos do triângulo epistemológico, tomando como base os signos produzidos ao longo de seu desenvolvimento. A metodologia que embasa nosso estudo se ancora nos pressupostos da abordagem qualitativa de pesquisa. Assim, a identificação dos signos interpretantes corresponde a um processo analítico interpretativo, bem como a associação que fazemos entre os três vértices do triângulo epistemológico.

Este texto, portanto, segue organizado da seguinte forma: apresentamos, inicialmente, os referenciais teóricos relevantes para o nosso estudo. Em seguida, discorremos sobre a atividade de modelagem matemática atentando-nos aos signos manifestados/produzidos, ao passo que, evidenciamos os contextos de referência e conceitos a eles relacionados. Na seção de resultados e discussões tratamos das características da modelagem matemática a partir da indissociabilidade dos três elementos do triângulo epistemológico. Por fim, são enunciadas nossas considerações finais.

[1] Esta atividade foi realizada por uma aluna (bolsista) no âmbito do projeto de IC intitulado "Produção de interpretantes mediada pela tecnologia em atividades de modelagem matemática", vigente de agosto de 2018 a julho de 2019, no qual se tinha por objetivo analisar a produção de signos interpretantes nas atividades de modelagem matemática desenvolvidas a partir de imagens e com recorrência ao *software* GeoGebra.

Sobre Semiótica e Modelagem Matemática: aspectos relevantes para o nosso trabalho

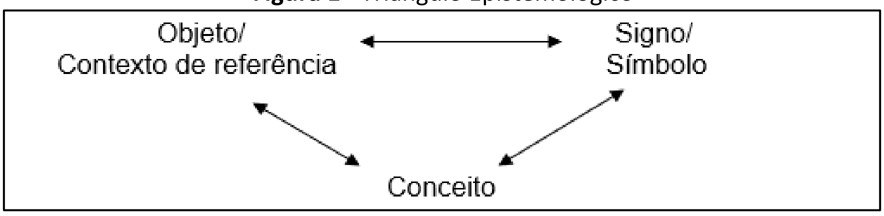
Olhar para os signos manifestos durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática permite refletir sobre os conhecimentos e as intenções dos envolvidos ao longo dos processos investigativos e interpretativos que permeiam tal atividade.

Ao longo dos últimos anos diversos autores dedicaram-se a apresentar aspectos que consideram o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e a geração de signos. Citamos as pesquisas realizadas por Carreira (2001), Kehle e Lester (2003), Silva (2013), Veronez (2013), Mendes, Zanim e Almeida (2019), Veronez e Chulek (2020), Almeida, Ramos e Silva (2021), como exemplos. Esses autores, de modo geral, denotam que os signos manifestam conhecimentos e pensamentos dos alunos.

Além de serem ferramentas auxiliares na comunicação, os signos carregam características dos objetos que representam. Nesse sentido, Steinbring (2002) considerou duas funções dos signos: a função semiótica, que dá ênfase ao aspecto comunicacional do signo, na sua capacidade de representar outra coisa e a função epistemológica, em que se leva em consideração também o contexto no qual o signo emerge. Assim, conforme apontado por Veronez (2013, p. 53) “a função epistemológica está relacionada ao conhecimento que o sujeito tem sobre aquilo que o signo representa.”

Para entender as particularidades dessas duas funções dentro do processo comunicacional da sala de aula, Steinbring (2006) propõe o uso de um triângulo epistemológico (Figura 1). Este triângulo se configura como um modelo para a mediação semiótica entre o signo, o objeto e o contexto de referência.

Figura 1 - Triângulo Epistemológico



Fonte: Steinbring (2006, tradução nossa).

Neste modelo, o signo e o objeto são acessíveis à nossa observação, enquanto o conceito só pode ser observado indiretamente, por meio de inferências. As ligações entre os vértices também são feitas de forma implícita a partir das relações que o sujeito estabelece entre signo e objeto em

ISSN: 2674-7707

um determinado contexto de referência. Desse modo, nenhum dos seus vértices ocupa lugar fixo e nem podem ser determinados separadamente (STEINBRING, 2006).

Apoiados no triângulo epistemológico proposto por Steinbring (2005), Farrugia (2007) e Veronez (2013) consideram esse modelo como indicativo de interpretações dos alunos. No trabalho proposto por Farrugia (2007), a autora analisa como crianças lidam com dois conceitos básicos: multiplicação e divisão, e se utiliza do triângulo epistemológico para evidenciar que o conceito vai se alterando conforme as crianças vão atribuindo significado a ele. Por sua vez, Veronez (2013) relaciona os três elementos do triângulo epistemológico no contexto da modelagem matemática. A autora observou que as conexões entre os vértices de cada um dos triângulos epistemológicos que construiu em sua investigação expõem as interpretações dos alunos acerca dos conhecimentos por eles mobilizados ao longo do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

Neste trabalho olhamos uma atividade de modelagem matemática desenvolvida no âmbito de um projeto de iniciação científica e discutimos a respeito de características da modelagem matemática a partir da indissociabilidade dos três elementos (contexto de referência, signo e conceito) do triângulo epistemológico proposto por Steinbring (2006).

Descrição e análise da atividade

A atividade de modelagem matemática aqui descrita e analisada, semioticamente, foi desenvolvida pela terceira autora deste artigo, no âmbito de um projeto de Iniciação Científica (IC) durante o ano de 2019. Cabe destacar, que o objetivo do projeto de Iniciação Científica difere-se do objetivo deste trabalho, ou seja, o que nos propomos aqui é reler a atividade de modelagem desenvolvida naquela ocasião, seguindo os preceitos do terceiro momento de familiarização[2] conforme sugerido por Almeida e Dias (2004), a partir da associação dos três elementos do triângulo epistemológico.

O tema dessa atividade de modelagem matemática, “ursinho de pelúcia”, foi elegido para estudo, considerando um acordo entre aluno e professora. Após a delimitação da temática, recorreu-se à internet para encontrar uma imagem de referência para a investigação. Dentre as

[2] Nesse terceiro momento a escolha do tema e o desenvolvimento da atividade de modelagem como um todo é realizado pelo aluno, tendo o professor o papel de mediar e orientar suas ações.

imagens encontradas, a escolhida (Figura 2) foi a que mais tinha informações disponíveis a respeito das características do ursinho de pelúcia (Quadro 1).

Figura 2 – O ursinho de pelúcia considerado

Fonte: Fabricante da loja Americanas[3].

Quadro 1 - Informações coletadas

Altura do urso: 28 cm
Largura do urso: 17 cm

Fonte: Fabricante.

A partir da observação da imagem (Figura 2), definiu-se o seguinte problema para investigação: *Qual é a quantidade de enchimento presente dentro do urso de pelúcia?* Esse problema corresponde a um signo, na medida em que indica que houve uma compreensão sobre o que investigar tendo essas informações. Esse signo tem como contexto de referência o tema investigado, bem como as informações relacionadas a ele e o conceito se associa à ideia de volume uma vez que o signo "quantidade de enchimento presente dentro" remete à ideia do conceito de volume. Além do mais, a identificação de um problema indica uma característica presente em atividades de modelagem matemática conforme pontuam Veronez, Castro e Martins (2018).

Tendo o problema formulado, foram assumidas duas hipóteses (Quadro 2) que correspondem a signos que revelam reflexões acerca do objeto e do problema em termos matemáticos. Considerar que "o volume de enchimento do urso pode ser obtido por meio de cálculos realizados considerando sua associação a "formas geométricas" (Figura 3 e Quadro 4) foi uma hipótese determinante no sentido de corresponder a um signo que indica o trânsito da linguagem natural sob o fenômeno investigado para a linguagem matemática, e essa transição é uma característica presente no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Associadas a essas hipóteses (signos) está o contexto de referência problema e as informações (Figura 2 e Quadro 1). O conceito atrelado a esses signos e a esse contexto de referência refere-se ao conceito de volume.

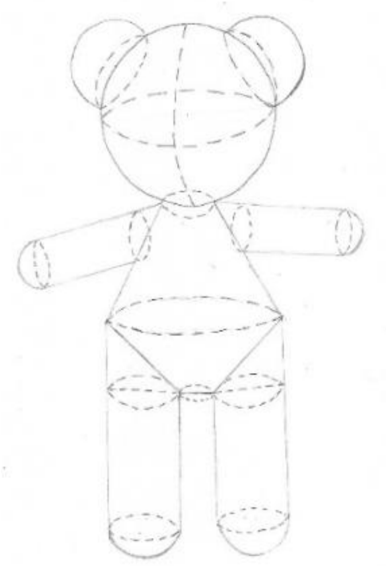
[3] O link do urso de pelúcia encontra-se disponível em: https://cutt.ly/tKM2qnl. Acesso em 08 de abril de 2019.

Quadro 2 – Hipóteses consideradas

H1: A quantidade de enchimento depende do volume das partes que constituem o urso de pelúcia. **H2:** O urso de pelúcia pode ser associado a sólidos geométricos como esfera, semi esfera, cone, tronco de cone e cilindro.

Fonte: Relatório final de IC.

Figura 3- Associação do ursinho aos sólidos geométricos



Fonte: Relatório final de IC.

Quadro 3 - Associação de cada parte do ursinho aos sólidos geométricos

- Orelhas → 2 Semiesferas;
- Rosto → Esfera
- Braços → 2 Cilindros + 2 esferas
- Corpo (tronco) → 2 troncos de cones
- Pernas →2 Cones + 2 Cilindros + 2 Semiesferas

Fonte: Relatório final de IC.

O reconhecimento das partes do urso de pelúcia como sólidos geométricos, realizado a partir de um desenho corresponde a um signo que, de acordo com Pais (1996) indica a importância da articulação entre o objeto, o desenho, a imagem mental e o conceito geométrico desenvolvido pelo indivíduo. Nessa atividade, esse signo se comportou como uma estratégia na busca por uma solução para o problema e tem essa busca como contexto de referência. O conceito que se conecta a esses dois elementos do triângulo epistemológico refere-se aos sólidos geométricos.

Como a aproximação do urso a figuras geométricas não foi suficiente para a resolução do problema, recorreu-se à inclusão de sua imagem no *software* GeoGebra[4] para obter suas medidas, visando efetuar o cálculo do volume. A recorrência a esse recurso tecnológico constitui-se em uma estratégia na busca de dados já que não havia possibilidade de manipular o urso e identificar suas medidas, além disso, a utilização de um recurso tecnológico fazia parte do objetivo da IC. A utilização

[4] O software GeoGebra é um aplicativo gratuito e dinâmico de matemática que combina conceitos de geometria e álgebra e oferece comandos para encontrar, por exemplo, as raízes de uma função, tendo como vantagem a didática apresentada. Disponível em <https://www.geogebra.org/?lang=pt> Acesso 30 de setembro de 2019.

desse recurso tecnológico corresponde também a um recurso semiótico que, de acordo com Almeida e Goulart (2020) remete a um uso de signo escolhido pelo sujeito para fins comunicativos.

Assim, a demarcação de um conjunto de pontos sobre a superfície do urso de pelúcia por meio das ferramentas inserir imagens, segmento de reta, ponto e inserir texto, disponíveis no GeoGebra (Figura 4) corresponde a um signo que indica a estratégia adotada na busca por solução para o problema e esse signo conduz à obtenção das medidas para a realização do cálculo dos volumes.

Figura 4 - Urso de pelúcia associado a um conjunto de pontos

Fonte: Relatório final de IC.

No Quadro 4 ilustramos a obtenção das medidas do ursinho a partir das medidas identificadas no GeoGebra.

Quadro 4 – Obtenção das medidas do ursinho

- Raio da orelha: $\frac{28}{9{,}32} = \frac{r_1}{0{,}87} \rightarrow r_1 \cong 2{,}61\ cm$
- Raio da cabeça: $\frac{28}{9{,}32} = \frac{r_2}{2} \rightarrow r_2 \cong 6{,}00\ cm$
- Raio do braço: $\frac{28}{9{,}32} = \frac{r_3}{0{,}74} \rightarrow r_3 \cong 2{,}22\ cm$
- Altura do braço: $\frac{28}{9{,}32} = \frac{h_1}{1{,}9} \rightarrow h_1 \cong 5{,}71\ cm$
- Altura 1 da perna: $\frac{28}{9{,}32} = \frac{h_2}{2{,}09} \rightarrow h_2 \cong 6{,}28\ cm$
- Raio da perna: $\frac{28}{9{,}32} = \frac{r_4}{1{,}07} \rightarrow r_4 \cong 3{,}21\ cm$
- Altura 2 da perna: $\frac{28}{9{,}32} = \frac{h_3}{1{,}22} \rightarrow h_3 \cong 3{,}67\ cm$
- Raio 1 do corpo: $\frac{28}{9{,}32} = \frac{r_5}{0{,}96} \rightarrow r_5 \cong 2{,}88\ cm$
- Altura 1 do corpo: $\frac{28}{9{,}32} = \frac{h_4}{1{,}78} \rightarrow h_4 \cong 5{,}35\ cm$
- Raio 2 do corpo: $\frac{28}{9{,}32} = \frac{r_6}{1{,}88} \rightarrow r_6 \cong 5{,}65\ cm$
- Altura 2 do corpo: $\frac{28}{9{,}32} = \frac{h_5}{1{,}96} \rightarrow h_5 \cong 5{,}89\ cm$
- Raio 3 do corpo: $\frac{28}{9{,}32} = \frac{r_7}{0{,}44} \rightarrow r_7 \cong 1{,}32\ cm$

Fonte: Relatório final de IC.

Essas medidas das partes do ursinho obtidas a partir do *software* Geogebra e associadas ao conceito de proporcionalidade são signos resultados da interpretação combinada entre estratégia e conceito. Além disso, esses signos retratam o conhecimento mobilizado acerca do conceito matemático na busca de uma solução para o problema, já que para isso era necessário primeiro identificar as medidas do urso e em seguida calcular o volume de cada parte que o compõe. Assim, esse signo retrata o modo de pensar daquele que desenvolveu a atividade.

Essa estratégia de obtenção das medidas das partes do ursinho de pelúcia faz emergir um signo que se associa ao contexto de referência: busca pela solução do problema e, ao conceito: projeção, proporção e representação geométrica.

As medidas de cada uma dessas partes aliadas às expressões matemáticas que possibilitam a obtenção do volume da esfera, da semiesfera, do cone, do tronco de cone e do cilindro favorecem um indicativo de solução para o problema em questão, apresentado no Quadro 5.

Quadro 5 - Cálculo do volume do ursinho

Volume das orelhas: $V = \frac{2\,.\,\Pi\,.(2{,}61)^3}{3} \rightarrow V \simeq 37{,}24\ cm^3$ Duas orelhas → $2\,.\,37{,}24 \simeq 74{,}48\ cm^3$	**Volume da cabeça:** $V = \frac{4\,.\,\Pi\,.\,(6{,}00)^3}{3} \rightarrow V \simeq 904{,}78\ cm^3$
Volume dos braços: $VCilindro = \Pi\,.(2{,}22)^2.(5{,}71)$ $VCilindro \simeq 88{,}41\ cm^3$ $VSemiesfera = \frac{2\,.\,\Pi\,.\,(2{,}22)^3}{3}$ $VSemiesfera \simeq 22{,}91\ cm^3$ $Vtotal\ do\ braço = VCilindro + VSemiesfera$ $Vtotal\ do\ braço = 88{,}41 + 22{,}91$ $Vtotal\ do\ braço \simeq 111{,}31\ cm^3$ Dois braços → $2\,.\,111{,}31 \simeq 222{,}62\ cm^3$	**Volume das pernas:** $Vcone = \frac{\Pi\,.(3{,}21)^2.(3{,}67)}{3} \rightarrow Vcone \simeq 39{,}60\ cm^3$ $VCilindro = \Pi\,.\,(3{,}21)^2.\,(3{,}67)$ $VCilindro \simeq 118{,}80\ cm^3$ $VSemiesfera = \frac{2.\Pi\,.(3{,}21)^3}{3}$ $VSemiesfera \simeq 69{,}27\ cm^3$ $Vtotal\ da\ perna = VCone + VCilindro + VSemiesfera$ $Vtotal\ da\ perna = 39{,}60 + 118{,}80 + 69{,}27$ $Vtotal\ da\ perna \simeq 227{,}67\ cm^3$ Duas pernas → $2\,.\,227{,}67 = 455{,}34\ cm^3$
Volume do corpo: **Parte superior:** $V = \frac{\Pi\,.\,h}{3}(R^2 + R.r + r^2)$ $V = \frac{\Pi\,.(5{,}35)}{3}[(5{,}65)^2 + (5{,}65).(2{,}88) + (2{,}88)^2]$ $V \simeq 316{,}48\ cm^3$	**Parte inferior:** $V = \frac{\Pi\,.h}{3}(R^2 + R.r + r^2)$ $V = \frac{\Pi\,.(5{,}89)}{3}[(5{,}65)^2 + (5{,}65).(1{,}32) + (1{,}32)^2]$ $V \simeq 253{,}65\ cm^3$
$Vtotal\ do\ corpo = Vparte\ superior + Vparte\ inferior$ $Vtotal\ do\ corpo \simeq 316{,}48 + 253{,}65$ $Vtotal\ do\ corpo \simeq 570{,}13\ cm^3$	

Fonte: Relatório final de IC.

Os volumes obtidos no Quadro 5 correspondem a signos e denotam a compreensão de que para se chegar ao volume de enchimento do urso de pelúcia há necessidade de calcular o volume por partes. Tal compreensão decorre da enunciação das hipóteses iniciais. Esses signos também dão indícios do conhecimento matemático a respeito do processo de obtenção de volumes. Além do mais percebemos a utilização de unidade de medida de capacidade adequada, o cm³.

No Quadro 6 consta a solução para o problema inicial, vista a necessidade de somar os volumes expressos no Quadro 5.

Quadro 6 – Volume do ursinho de pelúcia

Calculando o volume do urso:

$Vtotal\ do\ urso = (Vorelhas) + (Vcabeça) + (Vbraços) + (Vcorpo) + (Vpernas)$
$Vtotal\ do\ urso = 74{,}48+904{,}48+222{,}62+570{,}13+ 455{,}34$
$Vtotal\ do\ urso \simeq 2227{,}05\ cm^3$

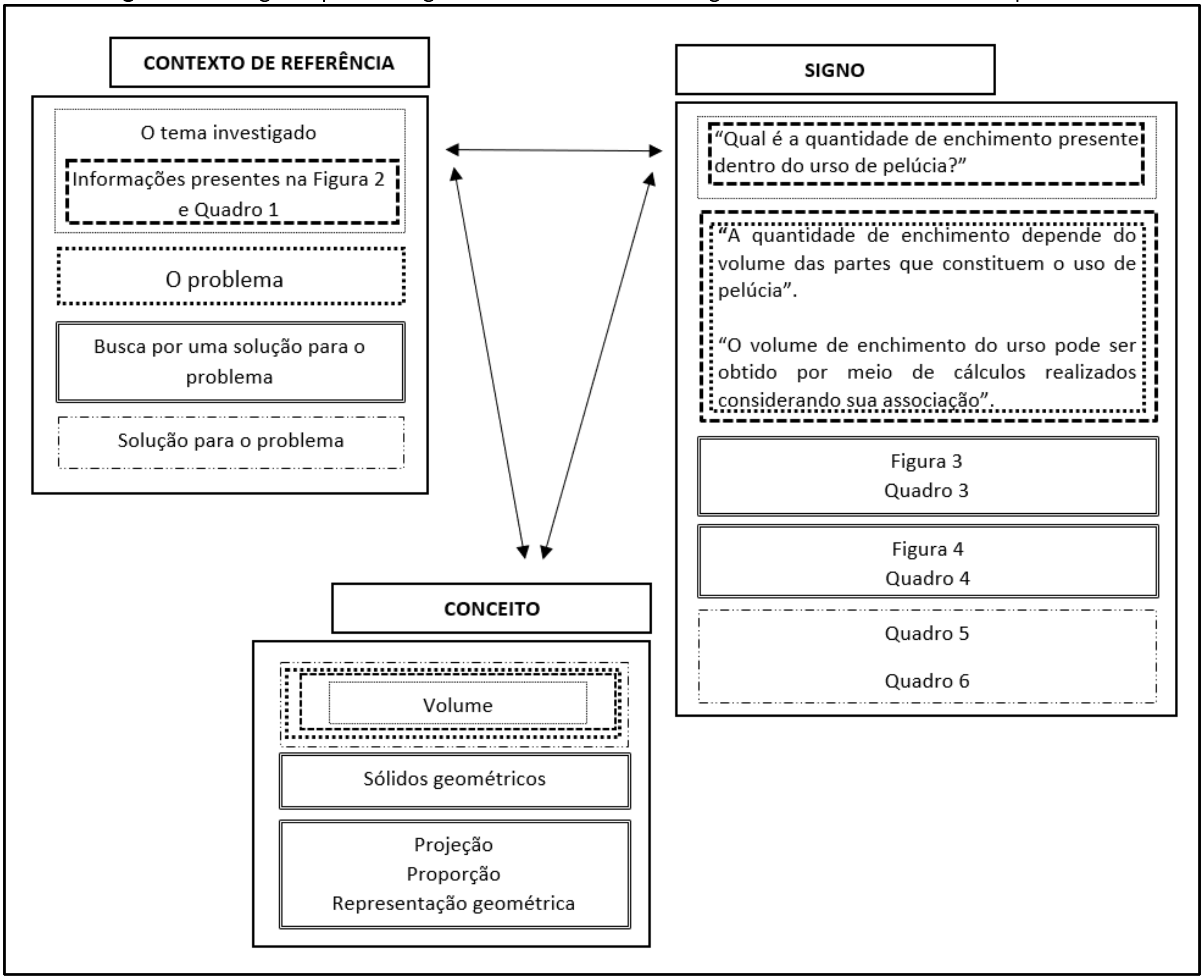
Portanto, o volume total de enchimento do urso é de 2227,05 cm³

Fonte: Relatório final de IC.

Esse cálculo corresponde a um signo que sinaliza uma resposta para o problema em estudo e retrata uma interpretação de quem resolveu a atividade. O volume total obtido é, então, uma resposta satisfatória para os cálculos matemáticos e para o problema em estudo. A ele está associado o contexto de referência solução para o problema e o conceito refere-se ao volume de sólidos geométricos.

Os signos produzidos/manifestos ao longo dessa atividade de modelagem matemática além de se alterarem trazendo à tona conhecimentos matemáticos e da situação em estudo, de forma articulada, provocaram alternância no contexto de referência e no conceito a eles atrelado. O triângulo epistemológico (Figura 5), que construímos, considera a associação entre os três elementos: contexto de referência, signo e conceito. Nessa construção consideramos os contornos nos elementos que correspondem aos vértices desse triângulo epistemológico para ilustrar a alternância das conexões entre esses três vértices. Assim, é possível ver um movimento que relaciona esses três vértices de forma combinada e interdependente.

Figura 5 - Triângulo epistemológico da atividade de modelagem matemática "Ursinho de pelúcia"



Fonte: As autoras.

Nessa figura associamos os signos produzidos ao longo do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática ao contexto de referência e conceito que a eles se relacionam. Para mostrar a associação entre esses três elementos recorremos ao recurso de caixa de texto de diferentes formatos. Assim, quando, por exemplo, o signo: qual é a quantidade de enchimento presente em um ursinho de pelúcia está dentro de uma caixa com contorno contínuo, o contexto de referência e conceito que se atrelam a esse signo tem o mesmo contorno contínuo. E, se o signo tem contorno pontilhado fino, contexto de referência e conceito que se referenciam a ele tem contorno pontilhado fino também.

Na próxima seção trazemos algumas ponderações a respeito da associação dos três elementos do triângulo epistemológico associadas às características da modelagem matemática.

Resultados e discussões

A discussão em torno de características da modelagem matemática a partir da indissociabilidade dos três elementos do triângulo epistemológico é feita neste artigo a partir dos signos produzidos ao longo do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática “urso de pelúcia”, considerada a associação que fizemos desses signos com o contexto de referência que o referencia e com o conceito aludido nesses signos. Assim, cada signo produzido foi identificado numa relação com os outros dois vértices do triângulo.

De modo geral, os signos apresentaram características acerca de conhecimentos matemáticos e também sobre a situação em estudo. Por exemplo, quando ocorre a formulação das hipóteses há indícios de conhecimentos matemáticos sobre conceitos da geometria e também há indicativos de compreensão sobre como o problema inicial poderia ser resolvido a partir de lentes da matemática. Assim, cada signo que sofria alteração também alterava os contextos de referência e o conceito. O contexto de referência e o conceito sofriam alterações ora relacionadas ao fenômeno em estudo, ora com a própria matemática.

Esses vértices do triângulo epistemológico: contexto de referência, signo e conceito, se alteraram e se modificaram ao passo que se avançava na atividade desenvolvida. Contudo, foi a alternância dos signos que fez alterar também os outros dois elementos do triângulo epistemológico, trazendo à tona o caráter dinâmico imbricado no triângulo epistemológico de Steinbring (2005, 2006). Essa alternância também enaltece a dinamicidade inerente à atividade de modelagem matemática.

Independente da característica do signo, sempre há uma articulação com os outros elementos dos vértices do triângulo. Em alguns momentos, o contexto de referência e o conceito permaneciam os mesmos, mas o signo produzido sofreu alteração, por exemplo o conceito de volume foi evidenciado tanto no contexto de referência que se remetia ao tema quanto ao problema. No entanto, por vezes, o signo também era mantido, como quando houve necessidade de se identificar os elementos presentes no ursinho de pelúcia que o contexto de referência e o conceito se alternaram, mas o signo se manteve.

Além dessa característica dinâmica presente no triângulo epistemológico, que traz à tona a dinamicidade da modelagem matemática, a complementariedade dos signos produzidos evidencia as relações entre conhecimentos matemáticos, e não matemáticos, associadas ao fenômeno estudado, que foram estabelecidas visando solucionar o problema em estudo. Tal complementariedade sugere que, no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática a produção de uma variedade de signos é que favorece o trânsito da situação inicial para uma situação final, trazendo à tona conhecimentos matemáticos e não matemáticos que foram mobilizados para se chegar a uma solução para o problema em foco.

Considerações finais

O presente trabalho tinha como proposta discutir sobre características da Modelagem Matemática a partir da construção de um triângulo epistemológico no qual consideramos os signos manifestados/produzidos ao longo do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, associados ao contexto de referência a que eles se referenciam e ao conceito aludido nesses signos.

Constatamos que os signos produzidos ao longo do desenvolvimento dessa atividade correspondem a informações coletadas, a representações geométricas, às produções decorrentes da utilização do *software* Geogebra, aos cálculos matemáticos para saber as medidas e o volume de cada parte do urso, ou seja, o desenvolvimento dessa atividade considera uma variedade de signos. No estudo que empreendemos esses signos não são vistos separadamente. Eles estão em uma relação com os outros dois vértices do triângulo epistemológico: contexto de referência e conceito.

Das conexões entre esses três elementos evidenciamos que conhecimentos matemáticos e não matemáticos eram mobilizados de forma integrada, enquanto se buscava uma solução para o problema em foco. Além disso, o triângulo epistemológico que construímos enaltece a característica dinâmica da modelagem matemática e retrata um movimento que considera ora conhecimentos da situação em estudo, ora da Matemática e ora de ambas, de forma articulada.

Referências

ALMEIDA, L. M. W. de, DIAS, M. R. **Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como Estratégia de Ensino e Aprendizagem**. Bolema: Boletim de Educação Matemática, ano 17, n.22, p.19-35. Rio Claro, SP: SBEM, 2004.

ALMEIDA, L. M. W.; GOULART, T. C. K.**Recursos Semióticos em Atividades de Modelagem Matemática.** Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, v. 13, p. 1, 2020.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica.** 1ª Ed., 1ª reimpressão. São Paulo. Editora Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; RAMOS, D. C.; SILVA, K.A. P. **Ensinar e aprender o fazer modelagem matemática: uma interpretação semiótica**. CIÊNCIA & EDUCAÇÃO (ONLINE), v. 27, p. 1-16, 2021.

CARREIRA, S. **Where there's a model, there's a metaphor: Metaphorical thinking in students' understanding of a mathematical mode**l. Mathematical Thinking and Learning, v. 3, n.4, p. 261-287, 2001.

FARRUGIA, M. T. The use a semiotic model to interpret meanings for multiplication and divison. **CERME – CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION,** 5, Proceedings... Lanarca. University of Cyprus, p. 1200-1209, 2007.

KEHLE, P. E.; CUNNINGHAM, D. J. Semiotics and mathematical modeling. **International Journal of Applied Semiotics**, Madison, v. 3, n. 1, p. 113-129, 2000.

KEHLE, P.; LESTER, F. K. Jr. A semiotic look at modeling behavior. In: LESH, R.; DOERR, H. M.; **Beyond constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching**. Hillsdale, N.J.: Erlbaum, p. 97-122, 2003.

MENDES, T. F.; ZANIM, A. P.; ALMEIDA, L. M. W. Análise Semiótica de uma Atividade de Modelagem Matemática. In: XV Encontro Paranaense de Educação Matemática, 2019, Londrina. **Anais do XV EPREM**. Londrina: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2019.
PAIS, L. C. **Intuição, experiência e teoria geométrica**. Revista Zetetiké, Campinas, n.6, p.65-74, 1996.

PEIRCE, C. S. **Semiótic**a. 3. ed. São Paulo: Perspectiva, 2005.

PRESMEG, N. C. **Semiotics and the "connections" standard: Significance of semiotics for teachers of mathematics.** Educational Studies in Mathematics , 61 (1-2), pp. 163-182, 2006.

PRESMEG, N. et al. **Semiótica na educação matemática** . Springer Nature, 2016.

SILVA, K. A. P. da. **Uma interpretação semiótica de atividades de Modelagem Matemática e Semiótica: implicações para a atribuição de significado**. Tese (Doutorado) – Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

SILVA, K.A. P.; ALMEIDA, L. M. W. Caminhos do Significado em Atividades de Modelagem Matemática: um olhar sobre os interpretantes. **BOLEMA**: Boletim de Educação Matemática (Online), v. 29, p. 568-592, 2015.

STEINBRING, H. How do Mathematical Symbols Acquire their Meaning? - The Methodology of the Epistemology-based Interaction Research. In: Hans-Georg Weigand, Neville Neill, Andrea Peter-Koop, Kristina Reiss, Günter töner, Bernd Wollring (Eds.): **Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries.** Selected Pepers from the Annual Conference of Didactics of Mathematics, Bern, 1999. Franzbecker: Hildesheim, S. pp. 113-123, 2002.

STEINBRING, H. **The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction. An epistemological perspective.** Mathematics Education Library, vol. 38, New York: Springer, 2005.

STEINBRING, H. **What makes a sign a Mathematical Sign? An epistemological perspective on mathematical interaction.** Educational Studies in Mathematics. Springer, v. 61, p. 133-162, 2006.

VERONEZ, M. R. D. **As funções dos signos em atividades de modelagem matemática.** 176p. Tese de Doutorado (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

VERONEZ, M. R. D.; CASTRO, E. M. V.; MARTINS, M. A. **Uma investigação acerca do problema em atividades de modelagem matemática.** VIDYA (SANTA MARIA. ONLINE), v. 38, p. 223-235, 2018.

VERONEZ, M. R. D.; CHULEK, C. **Modelagem Matemática: um olhar semiótico.** Educação Matemática Debate, v. 4, p. 1-24, 2020.