



União da Vitória - Paraná

# IX EPMEM

Encontro Paranaense de Modelagem na  
Educação Matemática

## Informações sobre os Autores:

*Jeferson Takeo Padoan Seki*

Universidade Estadual de Londrina  
jefersontakeopadoanseki@hotmail.com

*Bianca de Oliveira Martins*

Universidade Estadual de Londrina  
bianca\_o.martins@hotmail.com

*Talita Dutra da Hora*

Universidade Estadual do Norte do Paraná  
talitadutra96@gmail.com

*Geovani Nunes Aguiar*

Universidade Estadual do Norte do Paraná  
geovani.aguiar@escola.pr.gov.br

*Lourdes Maria Werle de Almeida*

Universidade Estadual de Londrina  
lourdes@uel.br

## Simulação e Modelo Matemático em Modelagem Matemática: que interrelações podem ser estabelecidas?

### Resumo

Neste artigo dirigimos nossa atenção para o uso de simulações no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, por meio de tecnologias digitais. A fundamentação teórica baseia-se em caracterizações de modelo matemático e suas funções na resolução de problemas da realidade em Modelagem Matemática na Educação Matemática e em discussões sobre o uso de simulações digitais para investigação de sistemas complexos de fenômenos da realidade. Com base nesse arcabouço teórico, lançamos um olhar para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, em que realizamos simulações de um sistema de irrigação. Por fim, estruturamos um ciclo de modelagem matemática, tendo as simulações sobre o sistema de irrigação como exemplar, para ilustrar uma possível configuração para modelagem matemática e simulações por meio de tecnologias digitais. Resultados apontam que o papel das simulações em atividades de modelagem matemática depende da atividade e das funções que o modelo matemático assume na atividade.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Tecnologias Digitais. Ciclo de Modelagem Matemática.

### Abstract

In this paper we direct our attention to the use of simulations in the development of mathematical modeling activities, through digital technologies. The theoretical foundation is based on mathematical model characterizations and their functions in solving reality problems in Mathematical Modeling in Mathematics Education and on discussions about the use of digital simulations to investigate complex systems of reality phenomena. Based on this theoretical framework, we took a look at the development of a mathematical modeling activity, in which we performed simulations of an irrigation system. Finally, we structured a cycle of mathematical modeling, having the simulations on the irrigation system as an example, to illustrate a possible configuration for mathematical modeling and simulations through digital technologies. Results point out that the role of simulations in mathematical modeling activities depends on the purpose of the activities and the functions that the mathematical model assumes in the activity.

**Keywords:** Mathematics Education. Digital Technologies. Mathematical Modelling Cycle.

Realização:





## Introdução

A modelagem matemática tem sido defendida nos mais diversos países, como uma possibilidade para o ensino de matemática em diferentes níveis de escolaridade, em que o aluno pode compreender e analisar fenômenos extra matemáticos, aprimorar a leitura e interpretação, formular e resolver situações-problema da realidade por meio da matemática (BLUM; NISS, 1991; MARTINS; ALMEIDA, 2021; POLLAK, 2015).

Diante de um problema da realidade, o uso de modelos matemáticos e a realização de simulações são possibilidades úteis para elaborar estratégias de resolução e tomar decisões baseadas em critérios e objetivos. Em particular, as simulações com o uso das tecnologias digitais, tem se tornado relevante na atividade científica, pois pode possibilitar, dentre outras coisas, testar cenários que poderiam, deveriam ou nunca ocorreriam na realidade e, geralmente, possuem um custo menor do que realizar experimentos reais (GREEFRATH; SILLER, 2017). Na pandemia de COVID-19, por exemplo, simulações foram realizadas para testar modelos matemáticos em cenários que poderiam afetar a propagação da doença, o que influenciou a tomada de decisão em diversos países.

No âmbito educacional simulações podem promover aos alunos uma aprendizagem contextual e perceptiva de sistemas associados a fenômenos que os alunos vivenciam no seu cotidiano, mas também àqueles que são inacessíveis às suas vivências diárias (CLARK, et al., 2009).

A realização de simulações é estritamente relacionada com a modelagem matemática (CLARK, *et. al*, 2009; GREEFRATH; SILLER, 2017; VELTEN, 2009), seja no âmbito científico profissional, seja na modelagem na área da Educação Matemática em que, portanto, estão os interesses educacionais. O uso das simulações em atividades de modelagem matemática tem se constituído um objeto de pesquisa, principalmente naquelas que se interessam pelos usos de tecnologias digitais no desenvolvimento dessas atividades (GREEFRATH, 2011; GREEFRATH; SILLER, 2017; GALBRAITH; FISHER, 2021; SOUZA, 2021; ALMEIDA; SILVA; BORSSOI, 2021).

Pautado nessas asserções, o presente artigo se dirige à questão: Qual é o papel das simulações em uma atividade de modelagem matemática mediada por tecnologias digitais? A fundamentação teórica inclui discussões acerca de modelos matemáticos e suas funções no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e o uso de simulações para investigar fenômenos da realidade por meio de tecnologias digitais. Ancorados nessa base teórica, discutimos um possível uso de simulações em uma atividade de modelagem em que o problema consiste em



estudar as posições dos bocais em um sistema de irrigação para obter uma distribuição uniforme de água ao longo de um campo.

### Modelagem Matemática e modelos matemáticos na Educação Matemática

Dentre os entendimentos disponíveis na literatura, a modelagem matemática pode ser entendida como a atividade que inicia em uma situação-problema e busca a solução dessa situação, por meio da construção de modelos matemáticos (MARTINS; ALMEIDA, 2021; POLLAK, 2015).

Na Educação Matemática, ao introduzir atividades de modelagem matemática na sala de aula, Almeida (2018) pondera que é necessário levar em consideração que a matemática usada não pode ser previamente escolhida ou definida, ao invés disso, a matemática requerida emerge do problema e de suas especificidades em que diferentes percepções de uma situação da realidade podem conduzir a diferentes critérios para determinar o que constitui uma solução aceitável. Assim, o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática não é livre de idealização, uma vez que a interrelação entre situação, modelo matemático e matemática depende de uma situação idealizada por meio da matemática e da construção de um modelo matemático (ALMEIDA, 2018).

De acordo com Pollak (2012, 2015), a partir de uma situação da realidade, no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, inicialmente os modeladores (que no caso da sala de aula podem ser os alunos ou o professor) precisam decidir os aspectos da situação que são relevantes e serão mantidos e quais serão ignorados, criando uma versão idealizada da situação. Nessa fase, há ainda a formulação de um problema a ser resolvido. Em seguida, por meio da matematização, os aspectos da situação-problema considerados relevantes são traduzidos em termos matemáticos, conduzindo à construção de um modelo matemático. Os resultados matemáticos obtidos devem ser interpretados com vistas à situação real e validados. O resultado obtido, para Pollak (2012, p. 5), deve ser julgado “não apenas pela correção da matemática feita dentro da situação matemática idealizada, mas também pelo sucesso do confronto com a realidade ao final. Se o resultado não faz sentido em termos da situação original no mundo real, não é uma solução aceitável”.

A idealização de uma situação da realidade é um processo subjetivo e pode envolver a construção de um modelo real, isto é, de uma representação simplificada e estruturada da situação, por meio de uma representação mental dos modeladores (BLUM; LEI $\beta$ , 2007; BORROMEO FERRI, 2018). A representação mental se dá mediante associações que o indivíduo faz da situação-



problema com experiências anteriores, com seus conhecimentos extra-matemáticos, e da compreensão do problema (BORROMEO FERRI, 2018), o que pode conduzir a diferentes modelos.

O termo *modelo matemático* pode ser entendido como uma tripla (S, M, R), “consistindo de alguma situação-problema real S, alguma coleção M de entidades matemáticas e alguma relação R pela qual objetos e relações de S estão relacionados a objetos e relações de M” (BLUM; NISS, 1991, p. 39). Sendo assim, um modelo matemático pode ser usado para compreender, descrever, prescrever ou prever o comportamento dos fenômenos. A relação estabelecida entre a situação-problema real (S) e a matemática (M) é mediada por um ato intencional do modelador que possibilita a seleção de aspectos relevantes do domínio S e do domínio M e delimita a finalidade do modelo matemático (ALMEIDA; SEKI; MARTINS, 2021).

Em atividades de modelagem matemática, o uso de tecnologias digitais se configura um parceiro profícuo, possibilita estudar fenômenos analiticamente inacessíveis e realizar atividades como visualização, experimentação, construção, cálculos e controle (GALBRAITH; FISHER, 2021; GREEFRATH, 2011; GREEFRATH; SILLER, 2017; SOUZA, 2021). Neste artigo dirigimos nossa atenção para a simulação com o uso das tecnologias digitais em atividades de modelagem matemática.

### O uso de tecnologias digitais voltado para simulações de um fenômeno

Simulação pode ser entendida como a criação de uma analogia de uma situação da realidade para investigar uma operação, um processo ou um experimento com o apoio de um modelo matemático (GREEFRATH; SILLER, 2017).

No contexto científico, Velten (2009, p. 7), define simulação como a “aplicação de um modelo com o objetivo de derivar estratégias que ajudem a resolver um problema ou responder a uma pergunta referente a um sistema”. Nessa perspectiva, a simulação pode ser caracterizada como uma fase na investigação de sistemas complexos por meio de modelos, em outras palavras, no processo de modelagem como método científico. Esse processo consiste das fases: *Definições*, do problema a ser respondido e de um sistema, isto é, de uma parte da realidade que pertence a esse problema; *Análise do sistema*, que consiste da identificação dos aspectos do sistema que são relevantes para o problema; *Modelagem do sistema*, em que ocorre o desenvolvimento do modelo do sistema baseado nos resultados da análise do sistema; *Simulação*, que é a aplicação do modelo ao problema e a derivação de uma estratégia para resolver o problema; *Validação*, na qual busca-se responder se a estratégia derivada na fase de simulação resolve o problema a partir do sistema



real (VELTEN, 2009). Segundo o autor, o tipo de modelo e a simulação a ser realizada dependem do propósito com a resolução do problema sobre um sistema real.

Para Zoya e Roggero (2014), a realização de simulações com o uso de tecnologias digitais requer um modelo computacional que consiste em um modelo dinâmico e formal<sup>1</sup>, expresso em programas computacionais. Esse modelo computacional também pode ser definido como um simulador computacional, entendido no âmbito educacional como o “produto da representação de um processo do fenômeno (natural ou artificial), por meio de modelos computacionais elaborados com a ajuda de determinadas ferramentas tecnológicas” (PRIETO; BUITRAGO, 2019, p. 1279).

Na Educação Matemática, pesquisas têm apontado a construção ou uso de simuladores computacionais como recursos para o ensino e a aprendizagem de matemática. Nesse contexto, o *software* GeoGebra é uma possibilidade para a construção desses simuladores e realização de simulações no contexto escolar (GUTIÉRREZ; PRIETO; BUITRAGO, 2017; PRIETO; BUITRAGO, 2019).

Modelagem matemática e simulação computacional parecem, portanto, atividades interligadas, uma vez que a simulação constitui uma oportunidade para responder questões sobre situações-problema da realidade, sendo em alguns casos a única maneira de resolver um problema. As simulações podem ser usadas para obter informações acerca do sistema simulado, para usar os dados para otimizar o modelo (real, matemático ou computacional) utilizado, por meio da comparação dos dados reais com os dados adquiridos da simulação (GREEFRATH; SILLER, 2017), bem como para “manipular os dados da situação-problema e os objetos matemáticos envolvidos na resolução para tomar decisões e realizar interpretações vinculadas ao modelo matemático” (SOUZA, 2021, p. 301). Galbraith e Fisher (2021) destacam que o uso de tecnologias digitais em simulações parece ser indispensável em atividades de modelagem matemática, quando há não-linearidade e simultaneidade nas relações estabelecidas no modelo matemático.

Na sequência, investigamos uma atividade de modelagem matemática mediada pelo uso do *software* GeoGebra para fazer simulações para possíveis soluções de um problema da realidade.

---

<sup>1</sup> “Os modelos formais são um tipo de modelos expressos em uma linguagem não natural, isto é, uma linguagem artificial construída deliberadamente pelo ser humano” (ZOYA; ROGGERO, 2014, p. 39).

## Um olhar para uma atividade: simulando um sistema de irrigação

Os sistemas de irrigação por aspersão consistem na aplicação de água ao solo a partir de uma fragmentação de um jato de água lançado sob pressão no ar atmosférico por meio de simples orifícios ou bocais de aspersores. Um tipo particular de sistema de irrigação por aspersão é o sistema de irrigação mecanizado que garante a movimentação das tubulações enquanto aplica água no terreno (PAZ; FOLEGATTI; DUARTE, 1999). O Quadro 1 aborda uma situação-problema sobre um sistema de irrigação por aspersores mecanizado que se desloca linearmente com velocidade constante ao longo de um campo retangular.

**Quadro 1** - Situação-problema do sistema de irrigação

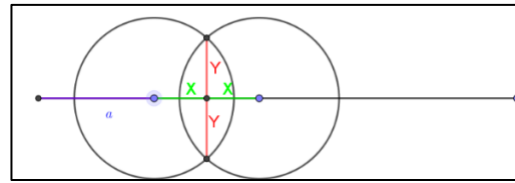
<p>Um sistema de irrigação consiste em um longo cano de água montado sobre rodas que o mantém acima do nível das plantas. Os bocais são colocados ao longo do cano e cada um deles borrifa água em uma região circular. Todo o sistema se move lentamente pela plantação a ser irrigada a uma velocidade constante, regando as plantas enquanto se move. Vamos considerar uma situação em que há 300 pés<sup>2</sup> de tubo e seis bocais disponíveis. Os bocais umedecem de forma relativamente uniforme uma região circular de 50 pés de raio. A que distância os bocais devem ser colocados para produzir uma distribuição uniforme da água em um campo retangular de 300 pés de largura?</p>	
---	--

Fonte: Problema adaptado de GAIMME (2016)

Nessa situação-problema, o sistema da realidade diz respeito a um sistema de irrigação para um campo retangular de 300 pés de largura. A partir das informações fornecidas, um modelo real do sistema de irrigação pode ser estruturado, considerando uma análise dos aspectos relevantes da situação. Este modelo real considera o cano de água como um segmento de reta de 300 pés de comprimento, os bocais como pontos ao longo desse segmento e a região circular irrigada por cada bocal como uma circunferência com centro no ponto que representa o respectivo bocal. Os aspectos relevantes do sistema que influenciam a distribuição de água são a corda  $2y$  formada pela intersecção entre as duas circunferências a cada par de bocais, que indica a região de irrigação do campo que possui uma distribuição de água duplicada, o segmento de reta de comprimento  $2x$  que indica a distância entre os centros de dois bocais, e a distância  $a$  do primeiro bocal à primeira extremidade do cano e do segundo bocal à última extremidade do cano (Figura 1).

<sup>2</sup> Pés é uma unidade de medida de comprimento utilizada dos Estados Unidos, Reino Unido e Canadá. Um pé corresponde a, aproximadamente, 0,3048m; em sala de aula é possível considerar que um pé corresponde a 30cm.

Figura 1 - Modelo Real do sistema de irrigação com dois bocais



Fonte: os autores

O modelo real faz parte da idealização da situação, em que mecanismos do sistema de irrigação implicam na distribuição uniforme de água ao longo de um campo. A análise da região formada pela intersecção entre as circunferências indica que a região irrigada por dois bocais de aspersores possui uma duplicação da irrigação, o que prejudica a distribuição uniforme de água; a distância entre os bocais também influencia na distribuição uniforme. A situação idealizada consiste em uma versão simplificada do sistema de irrigação, e a idealização dessa situação depende, portanto, dos modos como os modeladores percebem a situação real (ALMEIDA, 2018).

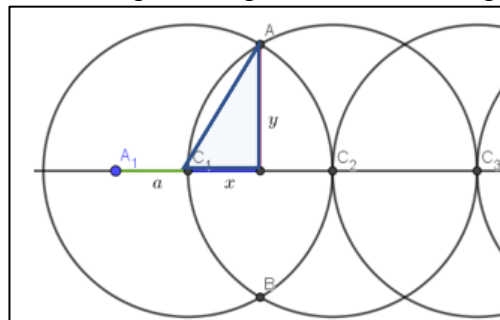
Com o modelo real estruturado, podemos considerar como hipóteses: a região de dupla irrigação é diretamente proporcional a  $y$  e inversamente proporcional a  $x$  para garantir a irrigação uniforme ao longo do campo consideramos que a distância entre dois bocais vizinhos é sempre a mesma, sendo ela  $2x$  e que a distância do primeiro bocal até a primeira extremidade do cano de água é igual a distância da última extremidade do cano, sendo essa distância  $a$ .

Tais hipóteses direcionam a reformulação do problema inicial em um problema matemático: Qual é o menor valor possível para variável  $y$  e, conseqüentemente, o maior valor possível para variável  $x$ , de modo que tenhamos os seis bocais distribuídos ao longo do cano de 300 pés?

A formulação de hipóteses, identificação das variáveis e a formulação de um problema matemático são procedimentos realizados na matematização (POLLAK, 2012, 2015), que possibilitam a construção do modelo matemático. Para o sistema de irrigação, o modelo matemático elaborado pode ser caracterizado com tripla (S, M, R), conforme Blum e Niss (1991), Niss e Blum (2020). S diz respeito ao sistema de determinar a posição dos bocais de um sistema de irrigação, de modo a garantir uma distribuição uniforme de água ao longo de um campo retangular, M ao conceitos e técnicas matemáticas utilizadas na resolução do problema (Teorema de Pitágoras, Circunferências, Distâncias entre dois pontos, entre outros) e R envolve as relações estabelecidas entre M e S, diretamente associadas as hipóteses e as variáveis selecionadas, bem como a um ato intencional (ALMEIDA; SEKI; MARTINS, 2021) que indica as escolhas realizadas pelos modeladores.

A partir do modelo real (Figura 2), consideramos um triângulo retângulo formado por  $y$  e  $x$  e o raio da circunferência (50 pés).

**Figura 2** - Triângulo retângulo no sistema de irrigação



Fonte: os autores.

Utilizando o teorema de Pitágoras, temos:

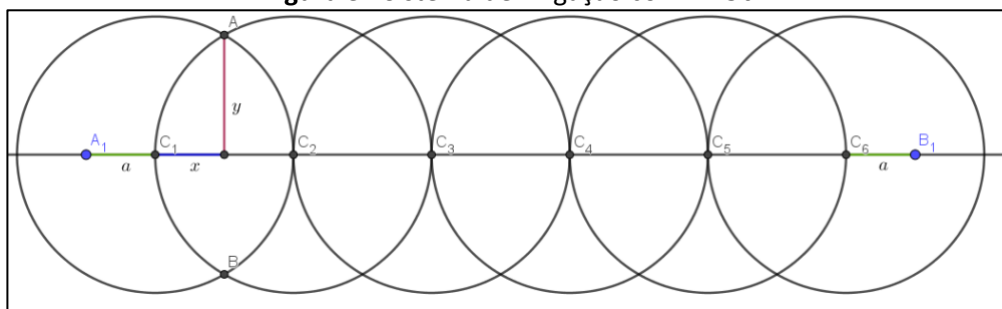
$$50^2 = y^2 + x^2$$

$$y = \sqrt{50^2 - x^2}, \text{ para } x \leq 50.$$

Quando  $x = 50$ , Figura 3, as circunferências se posicionam lado a lado, e fica impossível posicionar os 6 bocais ao longo do tubo de 300 pés, sem triplicar uma região de irrigação. Logo:

$$y = \sqrt{50^2 - x^2}, \text{ com } 0 \leq x < 50 \text{ e } y \geq 0.$$

**Figura 3** - Sistema de irrigação com  $x=50$



Fonte: os autores

Para garantir a irrigação uniforme ao longo do campo consideramos que a distância entre dois bocais vizinhos é sempre a mesma, ou seja:  $|C_2 - C_1| = |C_3 - C_2| = \dots = |C_6 - C_5| = 2x$ .

Seja  $a$  a distância entre o primeiro bocal e a extremidade  $A_1$  e a distância do último bocal e a extremidade  $B_1$ , o comprimento do tubo é dado por  $300 = 2a + 5 \cdot 2x$ , ou ainda,  $x = \frac{300 - 2a}{10}$ .

Deste modo, podemos determinar a posição dos bocais  $C_i$ , com  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ , em coordenadas cartesianas:  $C_1 = (a, 0)$ ;  $C_2 = (a + 2x, 0)$ ;  $C_3 = (a + 4x, 0)$ ;  $C_4 = (a + 6x, 0)$ ;  $C_5 = (a + 8x, 0)$ ;  $C_6 = (a + 10x, 0)$ .

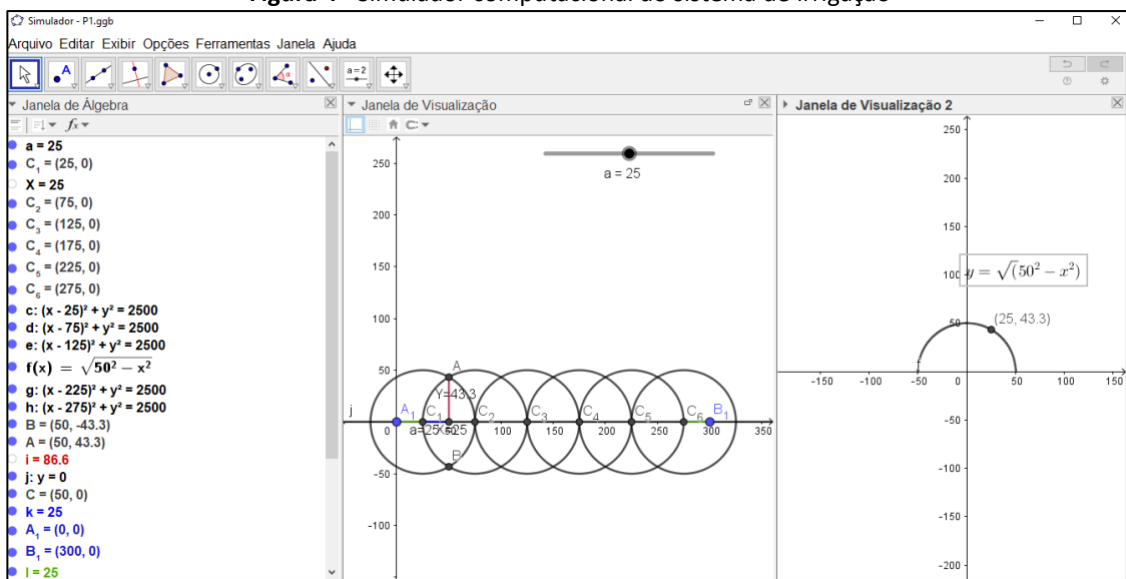


Assim, temos o modelo matemático  $x = \frac{300-2a}{10}$  e  $y = \sqrt{50^2 - x^2}$ , em outros termos,  $y = \sqrt{50^2 - \left(\frac{300-2a}{10}\right)^2}$ . Podemos caracterizar esse modelo matemático como um modelo prescritivo, seguindo a definição de Blum e Niss (1991), pois sua finalidade é estabelecer normas/critérios para determinar a posição dos bocais com a intenção de estabelecer uma distribuição uniforme de água.

Para responder o problema, precisamos de uma estratégia de resolução que possibilite, a partir da aplicação do modelo matemático, testar diferentes cenários de posições dos bocais para avaliar qual cenário expressa uma distribuição uniforme da água. Para tanto, o uso de simulações torna-se relevante, como indica Velten (2009) e Greefrath e Siller (2017). Para realizar essas simulações de modo digital, faz-se necessário construir um modelo computacional associado ao modelo matemático. Optamos pelo *software* GeoGebra, pelo potencial de trabalhar modelos dinâmicos em uma interface de fácil manipulação.

Utilizando o *software* GeoGebra, construímos um modelo computacional, em que o valor de entrada é  $a$  e os valores de saída são  $x$ , que indica a posição dos bocais ao longo do cano de água, e  $y$  que expressa a região duplicada de irrigação. Nesse modelo computacional é possível simular a posição dos seis bocais ao longo do cano de água e o valor de  $y$  que indica a região de irrigação duplicada, a partir de valores possíveis para a distância do primeiro bocal à extremidade  $A_1$  e do último bocal à extremidade  $B_1$  (Figura 4).

Figura 4 - Simulador computacional do sistema de irrigação

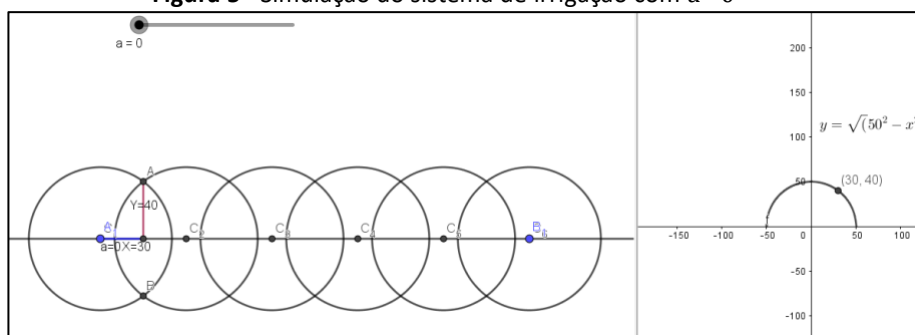


Fonte: os autores

Para responder o problema temos que determinar o menor valor possível para  $y$ , de modo que tenhamos a menor região de irrigação duplicada, bem como o maior valor possível para  $x$ . Dependendo do valor de  $a$ , que determina a posição do primeiro e do último bocal ao longo do cano, temos diferentes distribuições possíveis para os bocais. O critério para determinar a posição dos bocais se torna a distância do primeiro bocal à extremidade  $A_1$  e do último bocal à extremidade  $B_1$ .

- Cenário 1: seis bocais distribuídos ao longo do cano de 300 pés e o maior desperdício de água fora das extremidades do cano ( $a = 0$ ), conforme a Figura 5.

**Figura 5** - Simulação do sistema de irrigação com  $a=0$

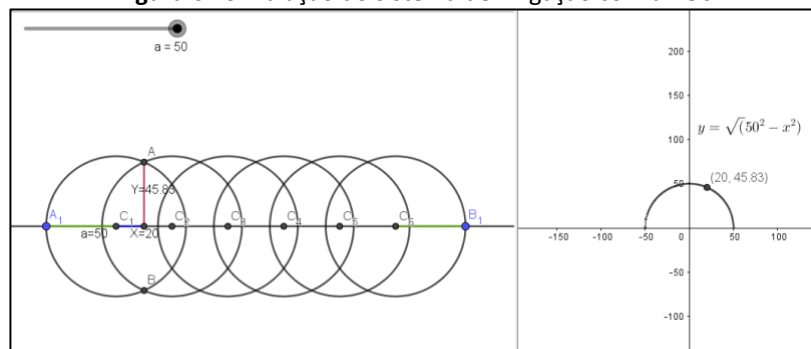


Fonte: os autores

Temos que o valor de  $y = 40$  e  $x = 30$ . Em outras palavras,  $C_1 = (0,0)$  e  $C_6 = (300,0)$ . Além disso, a distância entre os bocais é 60 pés. Dessa maneira, temos a menor área de irrigação duplicada, mas com desperdício de água fora das extremidades do cano.

- Cenário 2: seis bocais distribuídos ao longo do cano de 300 pés e o menor desperdício de água fora das extremidades do cano ( $a = 50$ ), como mostra a Figura 6.

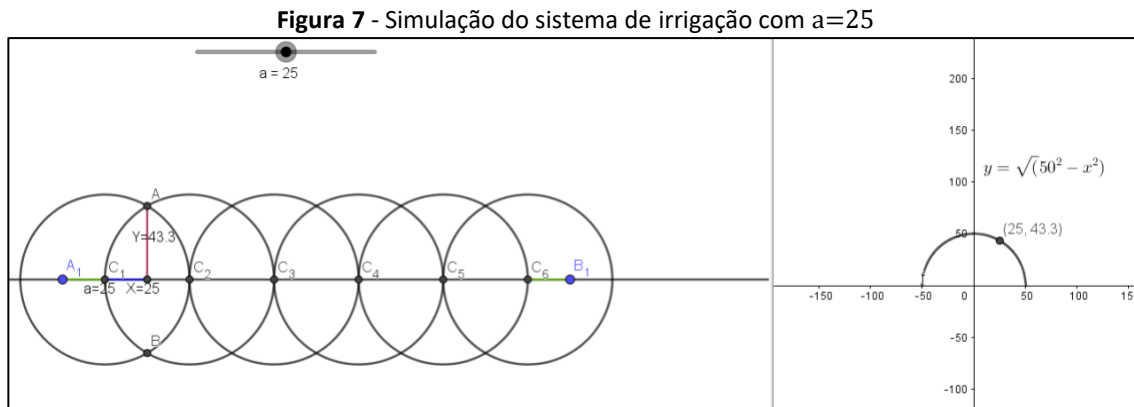
**Figura 6** - Simulação do sistema de irrigação com  $a=50$



Fonte: os autores

Temos  $x = 20$  e  $y = 45,83$  e embora tenhamos o menor desperdício fora das extremidades do cano, a região de intersecção entre as circunferências passa a ter irrigação triplicada.

- Cenário 3: seis bocais distribuídos ao longo do cano de 300 pés, considerando que a região de intersecção entre os bocais vizinhos não tenha irrigação triplicada e o menor desperdício de água fora das extremidades do cano (Figura 7).



Fonte: os autores

Nessa configuração temos  $a = 25$ ,  $x = 25$  e  $y = 43,3$ . Em outras palavras,  $C_1 = (25,0)$  e  $C_6 = (275,0)$ . Além disso, a distância entre os bocais é 50 pés.

Por meio das simulações realizadas, entendemos que a resposta para o problema depende das prioridades do profissional que trabalha com irrigação. Caso a prioridade seja não desperdiçar água nas extremidades do sistema, então o cenário 2 parece ser mais adequado. Se a prioridade é o mínimo de irrigação duplicada na região de intersecção entre as regiões de irrigação a cada par de bocais, então o cenário 1 é o mais adequado. Caso se busque uma situação que equilibre o desperdício de água nas extremidades e a irrigação duplicada, o cenário 3 pode ser considerado.

A validação desses resultados difere do tipo de validação de modelos descritivos, em que é realizada uma comparação dos resultados com os dados reais. Nessa atividade com o modelo matemático de cunho prescritivo, a validação pode ser feita a partir de uma análise dos impactos dos resultados para o funcionamento do sistema real, conforme sugere Niss (2015), e da análise se as simulações possibilitam responder o problema inicial, segundo Velten (2009).

Além disso, é importante avaliar os resultados em relação à realidade e não apenas dentro da situação matemática idealizada, conforme indica Pollak (2012). Isso pode ser feito a partir de uma consulta com profissionais que trabalham com sistemas de irrigação para indicar se os resultados obtidos são aceitáveis e se eles resolvem um problema de sua prática profissional.

A partir dessa atividade, podemos destacar a discussão sobre o papel da simulação em atividades de modelagem matemática mediada por tecnologias digitais. Na literatura, Greefrath

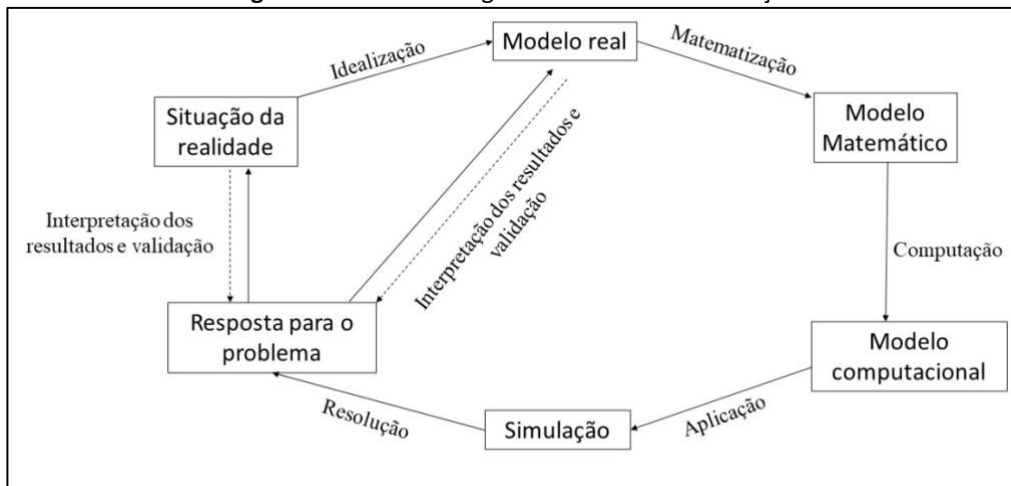


(2011) indica a simulação como um uso de tecnologias digitais para a obtenção de resultados a partir de modelos matemáticos. Já Souza (2021) argumenta que a simulação atua principalmente na formulação do problema, simplificação, construção do modelo e resposta para o problema. Greefrath e Siller (2017) argumentam que a simulação possibilita obter informações do sistema simulado e otimizar o modelo matemático.

Com base na atividade realizada, entendemos que o papel da simulação em uma atividade de modelagem matemática depende da finalidade da construção do modelo matemático e das especificidades da situação-problema. Ao simular o sistema de irrigação, tínhamos como finalidade determinar possíveis cenários das posições dos bocais para uma distribuição uniforme de água ao longo de um campo. Essa finalidade decorre da construção de um modelo matemático de caráter prescritivo, que tinha como propósito estabelecer normas ou critérios para determinar as posições dos bocais no sistema de irrigação idealizado. Nesse contexto, podemos dizer que o que define o papel da simulação em uma atividade de modelagem matemática é seu princípio teleológico, sua finalidade. Essa assertiva corrobora com Velten (2009) que argumenta que o princípio teleológico é o que define a natureza dos conceitos de modelagem matemática, modelo matemático e simulação.

Podemos caracterizar a interlocução entre modelagem matemática e simulação, tendo como base a atividade do sistema de irrigação como exemplar, bem como amparados na literatura, como um processo em que o início é uma situação da realidade, essa situação passa por uma idealização em que ocorre a definição de um sistema e formulação de um problema, culminando em um sistema idealizado da situação da realidade estruturado em um modelo real. O modelo real é transformado em um modelo matemático por meio da matematização. Este modelo matemático pode ser incorporado em uma interface de uma ferramenta tecnológica digital mediante uma computação, que transforma as relações matemáticas do modelo matemático em comandos. O modelo computacional pode ser aplicado à situação real com o propósito de realizar simulações e determinar estratégias de resolução do problema inicial. As simulações possibilitam resolver o problema considerando diferentes condições e valores de entrada no modelo computacional. Os resultados obtidos precisam ser interpretados e validados tanto em relação à situação da realidade, quando em relação ao modelo real (Figura 8).

Figura 8 - Ciclo Modelagem Matemática e simulação



Fonte: os autores

O ciclo da Figura 8 foi elaborado para indicar uma possível interlocução entre modelagem matemática e simulação. Configurações diferentes desse ciclo podem ocorrer em outras situações, a depender da finalidade do modelador e da natureza da situação-problema abordada.

### Considerações finais

Neste artigo dirigimos nossa atenção para a seguinte questão: Qual é o papel das simulações em uma atividade de modelagem matemática mediada por tecnologias digitais? Para responder a essa pergunta recorreremos a um arcabouço teórico constituído por caracterizações da modelagem matemática, modelo matemático e o uso de simulações na modelagem matemática. Lançamos um olhar para uma atividade de modelagem matemática, cuja situação-problema abordada refere-se a um sistema de irrigação e a resposta para o problema identificado nessa situação baseou-se em simulações das posições dos bocais de aspersores com a finalidade de garantir uma distribuição uniforme de água pelo sistema de irrigação.

Como resultado, podemos indicar que o papel das simulações em uma atividade de modelagem matemática está intrinsecamente relacionado à finalidade do modelador com o desenvolvimento da atividade e a função do modelo matemático nesse contexto. Na atividade sistema de irrigação, as simulações tiveram o papel de testar diferentes cenários de posições dos bocais de aspersores para avaliar qual cenário expressa uma distribuição uniforme de água. Os critérios para determinar essa distribuição uniforme são subjetivos e podem ser julgados adequados a partir de uma consulta com profissionais que trabalham com sistemas de irrigação.



Por fim, elaboramos um ciclo de modelagem matemática que incorpora esse papel das simulações quando usamos tecnologias digitais nesse tipo de atividade de modelagem matemática. Esse ciclo difere dos ciclos propostos na literatura que incorporam o uso de tecnologias digitais em atividades de modelagem matemática (VELTEN, 2009; GREEFRATH; SILLER, 2017; PRIETO; BUITRAGO, 2019), na medida em que foi elaborado para ilustrar o uso de simulações em uma atividade de modelagem matemática, em que a finalidade é usar a simulação para produzir cenários que, como modelos prescritivos determinam critérios que o usuário pode avaliar para tomar uma decisão. No exemplo estudado, em particular, essa decisão é relativa ao funcionamento de sistema de irrigação.

## Referências

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; BORSSOI, A. H. Um estudo sobre o potencial da experimentação em atividades de modelagem matemática no ensino superior. **Quadrante**, v. 30, n. 2, p. 123-146, 31 dez. 2021

ALMEIDA, L. M. W. de; SEKI, J. T. P.; MARTINS, B. de O. Critérios de compreensão em atividades de Modelagem Matemática: uma perspectiva wittgensteiniana. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 202, Uberlândia. **Anais ...** Uberlândia: SBEM, 2021. p. 1998-2012.

ALMEIDA; L. M. W. Considerations on the use of mathematics in modeling activities. **ZDM**, v. 50, n. 1-2, p. 19-30, 2018.

BORROMEO FERRI, R. **Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education**. Springer, 2018.

BLUM, W.; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modeling, applications, and links to other subjects: state, trends and issues in mathematics instruction. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 22, n. 1, p. 37-68, 1991.

CLARK, D.; NELSON, B.; SENGUPTA, P.; D'ANGELO, C. **Rethinking science learning through digital games and simulations**: Genres, examples, and evidence. Washington DC: National Research Council, 2009.

GALBRAITH, P.; FISHER, D. Technology and mathematical modelling: addressing challenges, opening doors. **Quadrante**, p. 198-218, 2021.



GREEFRATH, G. Using Technologies: New Possibilities of Teaching and Learning Modelling – Overview. In: **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling** (ICTMA 14). Hamburgo: KAISER, G.; BLUM, W.; FERRI, R. B.; SILLMAN, G. (Ed.), 2011. p. 301-304.

GREEFRATH, G.; SILLER, H. S. Modelling and simulation with the help of digital tools. In G. Stillman, W. Blum W, & G. Kaiser (Eds.), **Mathematical modelling and applications**, Cham, Switzerland: Springer, p. 529-539, 2017.

GUTIÉRREZ, R.; PRIETO, J. L.; BUITRAGO, J. O. Matematización y trabajo matemático en la elaboración de simuladores con GeoGebra. **Educación Matemática**, México D. F., v. 29, n. 2, p. 37-68, 2017.

MARTINS, B. de O.; ALMEIDA, L. M. W. de. MODELAGEM MATEMÁTICA: dos entendimentos às finalidades. **Vidya**, Santa Maria, v. 41, n. 1, p. 113-128, 2021.

PAZ, V. P. S.; FOLEGATTI, Marcos Vinícius; DUARTE, Sérgio Nascimento. Irrigação por aspersão e localizada. **Capacitação em agricultura irrigada**, 1999.

POLLAK, H. O. Introduction: what is mathematical modeling? In: GOULD, H.; MURRAY, D. R.; SANFRATELLO, A. (Eds.). **Mathematical Modeling Handbook**. Bedford: Comap, 2012. p. 8-11.

POLLAK, H. O. The Place of Mathematical Modelling in the System of Mathematics Education: Perspective and Prospect. In: STILLMAN, G.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.) **Mathematical Modelling in Education Research and Practice**: cultural, social and cognitive influences. New York: Springer, p. 265-276, 2015.

PRIETO, J. L.; BUITRAGO, J. O. Saberes necesarios para la gestión del trabajo matemático en la elaboración de simuladores con GeoGebra. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 33, p. 1276-1304, 2019.

SOUZA, H. C. T. USOS ESPECÍFICOS DE RECURSOS DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NAS FASES DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 10, n. 23, p. 283-304, 14 dez. 2021.

VELTEN, K. **Mathematical modeling and simulation**: introduction for scientists and engineers. Weinheim: Wiley-Vch Verlag GmbH & Co. Kga., 2009.

ZOYA, L. R.; ROGGERO, P. La modelización y simulación computacional como metodología de investigación social. **Polis. Revista Latinoamericana**, n. 39, p. 1-21, 2014.