União da Vitória - Paraná
IX EPMEM
Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática

Um Olhar para as Regras em uma Atividade de Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: uma perspectiva wittgensteiniana

Informações sobre os Autores:

Edcléber Carvalho dos Santos
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) – Campus Londrina
edcleberc@hotmail.com

Emerson Tortola
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) – Campus Toledo
emersontortola@utfpr.edu.br

Resumo

Este artigo apresenta uma investigação, à luz da filosofia wittgensteiniana, de como se dá o "seguir regras" no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. A atividade foi desenvolvida com alunos de um 8º ano do Ensino Fundamental, de uma escola particular do Norte do Paraná. Os dados foram coletados por meio da gravação dos diálogos em áudio e vídeo, além dos registros escritos que apresentam suas resoluções. A análise, de natureza qualitativa, foi realizada a fim de evidenciar as certezas matemáticas que funcionaram como regras e que orientaram as resoluções. Os resultados apontam a atividade de seguir regras como decorrente da matematização, mais especificamente em termos da formulação de hipóteses, que guiaram a resolução e o uso da matemática. Também sinalizam a importância do professor em atentar-se para a formalização em atividades de modelagem matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática. Filosofia da Linguagem. Matematização.

Abstract

This article presents an investigation, in the light of Wittgensteinian philosophy, of how "following rules" occurs in the development of a mathematical modeling activity. The activity was developed with students from the 8th year of Elementary School, from a private school in the North of Paraná. Data were collected by recording the dialogues in audio and video, in addition to written records that present their resolutions. The analysis, of a qualitative nature, was carried out in order to highlight the mathematical certainties that worked as rules and that guided the resolutions. The results point to the activity of following rules as a result of mathematization, more specifically in terms of formulating hypotheses, which guided the resolution and use of mathematics. They also indicate the importance of the teacher in paying attention to formalization in mathematical modeling activities.

Keywords: Mathematics Education. Philosophy of Language. Mathematization.

Introdução

No âmbito da Educação Matemática, a modelagem consiste em uma alternativa pedagógica (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012) na qual os alunos têm a oportunidade de usar a matemática para investigar situações-problema da realidade, ou advindas dela (NISS; BLUM, 2020). Nelas, em geral, não há uma organização prévia das informações com as quais os alunos têm que lidar, como comumente observamos nos livros didáticos que orientam o trabalho pedagógico em sala de aula. Elas proporcionam aos alunos um modo de ver (ou modos de ver) a matemática que vai (ou vão) além do calcular, de aplicar métodos e técnicas recém explicados, que requerem, sobretudo, interpretação e seleção de informações, formulação de hipóteses e matematização (ALMEIDA, 2018).

Nesse contexto, as ações dos alunos podem direcioná-los para diferentes caminhos, cujas percepções deles em relação à situação-problema, pautadas em conhecimentos matemáticos, funcionam como norte para delinear o encaminhamento da atividade na busca por uma solução. Essas percepções se manifestam na forma de hipóteses (ALMEIDA; SOUSA; TORTOLA, 2021) sobre o comportamento da situação sob investigação, o que viabiliza a matematização. De acordo com Sousa e Almeida (2019), a matematização é "a entrada no domínio da matemática e na fase de resolução, em que regras e convenções matemáticas são utilizadas e entra em cena o seguir regras" (SOUSA; ALMEIDA, 2019, p. 7).

O "seguir regras" é uma ideia apresentada por Wittgenstein em sua obra Investigações Filosóficas, segundo o qual uma regra funciona como uma "placa de orientação" (WITTGENSTEIN, 2013, §85), pois norteia o modo de agir em determinada atividade, atribuindo ao uso da linguagem um caráter normativo, cujas ações guiam-se em acordos, convenções, que servem "para ordenar e auxiliar na organização da realidade" (SOUSA; ALMEIDA, 2019, p. 4). Ainda que Wittgenstein não tenha apresentado uma preocupação explícita com o ensino, a atividade de seguir regras é bastante característica do ambiente escolar, no qual o professor tem a incumbência de disseminar conhecimentos convencionados no âmbito de uma comunidade.

Nesse contexto, quando optamos pelo uso da modelagem para ensinar matemática, nos deparamos com um "modo de ensinar", no qual os alunos precisam aplicar regras matemáticas, bem definidas em termos convencionais, na interpretação de situações cujo comportamento precisa ainda ser matematizado, havendo a necessidade de lidar com a desordem ou confusão proveniente da realidade (ALMEIDA, 2018).

Com base nessa perspectiva, apresentada por Wittgenstein, nos endereçamos neste artigo à investigação do "seguir regras" em uma atividade de modelagem matemática desenvolvida com uma turma de 36 alunos de um 8º ano do Ensino Fundamental, de um colégio particular situado no Norte do Paraná, guiados pela questão: *Como se dá o seguir regras em uma atividade de modelagem matemática?*

Tendo em vista a natureza desta investigação, que visa a compreensão de uma realidade complexa, dinâmica, inextricável (LÜDKE; ANDRÉ, 2014), constituída pelo uso da modelagem para ensinar e aprender matemática no Ensino Fundamental, optamos por uma abordagem qualitativa, a qual dá margem a uma atitude analítica e hermenêutica sobre os dados coletados – áudios, imagens e registros escritos produzidos no desenvolvimento da atividade –, dando espaço aos pesquisadores para considerarem suas identidades e interesses de pesquisa, uma vez que um deles, primeiro autor, sob a orientação do segundo, é professor da referida turma, na qual a atividade de modelagem foi desenvolvida.

Para tratar do tema, de início discorremos sobre o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática na sala de aula, dando ênfase à matematização, uma vez que é, sobretudo, nessa fase que os alunos passam a usar a linguagem matemática para tratar a situação-problema sob investigação. Elucidamos também a ideia de "seguir regras", fundamentados na perspectiva do filósofo Ludwig Wittgenstein, comentando a respeito de seu papel em atividades de modelagem matemática. Em seguida, delineamos o contexto e os aspectos metodológicos da pesquisa e, por fim, apresentamos a análise da atividade, que nos permitiu tecer algumas considerações finais.

Modelagem: uma forma de matematizar a realidade e aprender matemática

No trajeto da vida humana nos deparamos com muitas situações que nos intrigam e nos instigam a buscar meios para lidar com elas. Nesse contexto, muitas delas demandam o uso de argumentos e artefatos matemáticos, como sinalizam Almeida e Silva (2015), que, mesmo de maneira tácita, têm auxiliado a solucionar diversas situações-problema que contribuem com o desenvolvimento da vida em sociedade.

No contexto escolar, usar a matemática para lidar com questões, situações ou fenômenos que vão além da própria matemática (NISS; BLUM, 2020), requer dos alunos a definição de variáveis, a realização de simplificações e a formulação de hipóteses, no sentido de atribuir uma roupagem matemática às características observadas na realidade, para que ao idealizá-la (POLLAK, 2015), torne possível o uso da linguagem matemática. Essa atitude é conhecida como matematização, descrita por Roux (2010) como a aplicação de conhecimentos, conceitos, procedimentos e métodos matemáticos em outras áreas de conhecimento.

No desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, a matematização é apresentada por Almeida, Silva e Vertuan (2012) como uma das fases que compõem um conjunto de procedimentos nos quais os modelares se envolvem. Para os autores, a matematização, no âmbito da atividade de modelagem,

> é caracterizada pelo processo de transição de linguagens, de visualização e de uso de símbolos para realizar descrições matemáticas. Essas descrições são realizadas a partir da formulação de hipóteses, seleção de variáveis e simplificações em relação às informações e ao problema definido na fase de inteiração (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 15).

É nesse sentido que Pollak (2015) afirma que a matematização é o coração da modelagem matemática, pois é a partir dela que o aluno adentra no âmbito da matemática, na qual busca subsídios para construir um modelo matemático que fornecerá resultados para a problemática sob investigação. Nesse contexto, o aluno precisa lidar com conceitos que são culturalmente convencionados, de modo que deve agir e se comunicar de acordo com as regras estabelecidas.

O seguir regras na perspectiva de Wittgenstein

As regras são características de práticas linguísticas, são elas que orientam o sujeito sobre como agir em determinada atividade, sobre o que é ou não possível e, nesse sentido, são determinantes de significado. Para Wittgenstein (2013), há uma pluralidade de práticas nas quais a linguagem constitui seus significados, os quais, por sua vez, estão imbuídos nos usos da linguagem em diferentes situações, que denotam o que autor denomina de jogos de linguagem.

"A expressão 'jogo de linguagem' deve enfatizar aqui que o falar de uma língua é parte de uma atividade ou de uma forma de vida" (WITTGENSTEIN, 2013). Os significados da linguagem, dessa forma, são constituídos a partir das atividades nas quais os alunos se envolvem, os quais emergem dos diferentes jogos de linguagens, a partir dos usos dos símbolos, palavras, frases etc. em variados contextos, associados a formas de vida.

Segundo Almeida (2014), os diferentes usos de uma palavra são regulados por regras, fazendo com que o uso da linguagem seja configurado de acordo com o conhecimento das regras da realidade em que se encontra. Nesse contexto, assim como situações cotidianas nos exigem determinadas regras, em termos dos modos de agir, os conceitos matemáticos envolvem regras que nos orientam, como apresenta Wittgenstein (2013, § 85):

> Uma regra está aí como uma placa de orientação. – Ela não deixa em aberto nenhuma dúvida sobre o caminho que devo seguir? Mostra ela em que direção devo ir quando passo por ela: se seguindo a estrada, ou o caminho do campo, ou pelo meio do pasto? Mas onde está dito em qual sentido eu devo segui-la, se na direção da mão ou (p. ex.) na direção oposta? – E se ao invés de uma placa de orientação estivesse ali uma cadeia fechada de placas ou corressem traços de giz sobre o solo, - há apenas uma interpretação para eles? – Posso dizer, portanto, que a placa de orientação não deixa nenhuma dúvida em aberto. Ou antes: algumas vezes ela deixa uma dúvida em aberto, outras vezes não. E isto já não é mais uma proposição filosófica, mas uma proposição empírica.

Nesse sentido, quando dizemos que 2 + 2 = 4, não há margens para a dúvida. Ou seja, se encomendamos dois produtos e, em seguida, encomendamos mais dois, graças à proposição matemática 2 + 2 = 4 sabemos que quatro produtos foram encomendados. Agora, se porventura, chegam apenas três produtos, isso não invalida a proposição matemática, de natureza gramatical (convencional), apenas indica, empiricamente, que houve um problema no envio de um dos produtos.

Em atividades de modelagem matemática o aluno lidará com esses dois tipos de proposições, partindo na direção do uso da matemática para descrever ou interpretar situações de natureza empírica. Dessa forma, os alunos são levados a buscar na matemática conhecimentos que possam auxiliá-los na matematização, sejam eles conhecidos, já estudados em outros momentos, ou introduzidos pelo professor. Os usos desses conceitos, de acordo com Almeida, Sousa e Tortola (2021) estão alinhados às hipóteses definidas para a investigação, que guiam o uso da matemática. Esses usos, entretanto, devem seguir as regras definidas no âmbito da Matemática, as quais orientarão o aluno sobre como agir na resolução.

Aspectos Metodológicos e Contexto da Pesquisa

Com a finalidade de investigar *como se dá o seguir regras em atividades de modelagem matemática*, foi desenvolvida, em horário regular, uma atividade de modelagem com uma turma de 8º ano de um colégio privado, na qual o primeiro autor deste artigo é professor. A turma, composta por trinta e seis alunos, A1 a A36, foi organizada em seis grupos, G1 a G6, com seis integrantes em cada. A atividade de modelagem matemática, desenvolvida em cinco aulas de cinquenta minutos cada, foi orientada em conformidade com as fases descritas por Almeida, Silva e Vertuan (2012): inteiração, matematização, resolução, intepretação de resultados e validação.

Como subsídio ao artigo foram analisados os registros escritos produzidos pelos alunos e as transcrições decorrentes dos vídeos, capturados por filmadoras, e dos áudios, capturados por celulares, posicionados estrategicamente em cada grupo.

A temática da atividade "Revitalização com *pavers*" foi escolhida pelo fato de a escola recentemente ter passado por um processo de revitalização em suas calçadas, para ofertar mais comodidade e segurança à sua comunidade, devido à desolação ao longo dos anos e as normas técnicas de acessibilidade, previstas pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

Em uma das etapas dessa revitalização, ocorreu a substituição da pavimentação das calçadas externas por blocos de concreto pré-moldado, conhecidos como *pavers.* Essa substituição se fez necessária pelo fato de diversas árvores, em razão de suas raízes expostas, terem danificado a via de mobilidade para todos que transitam pelas redondezas da escola, como apresenta a figura 1, apresentando risco à segurança de toda a comunidade.

Figura 1 – Desolação das calçadas

Fonte: Dos autores.

A revitalização da calçada causou transtornos quanto ao acesso à escola, sendo necessária a alteração do local de entrada e saída do prédio. Dessa forma, a revitalização tornou-se um tema frequente nas conversas entre os alunos, tendo em vista a duração da obra. A figura 2 ilustra o processo de revitalização da calçada, mostrando desde a retirada das árvores até a pavimentação com os *pavers*.

Figura 2 – Processo de revitalização da calçada

Fonte: Dos autores.

Para o desenvolvimento da atividade, o professor organizou os grupos e questionou os alunos quanto às melhorias que conheciam a respeito do prédio da escola. Os alunos apresentaram diversas melhorias pelas quais o prédio passou desde os anos que eles estudam nela. Cada grupo elencou algumas melhorias já concluídas ou em processo de conclusão. Dentre elas foi apresentada, por um dos grupos, a colocação dos *pavers* nas calçadas de acesso à escola. Assim que o tema foi mencionado, para que os alunos recordassem a necessidade e o processo de revitalização, o professor projetou na televisão as imagens constantes nas figuras 1 e 2.

Nesse momento, foi apresentada a problemática da atividade: Quantos *pavers* foram necessários à revitalização da calçada da escola? Em seguida, nos seus respectivos grupos, os alunos entraram em acordo para que na aula seguinte eles levassem os recursos necessários para iniciar a coleta de dados (a sugestão da trena foi unânime entre os grupos). Na aula seguinte, realizaram a coleta de dados encaminhando-se para a resolução, que se estendeu até a quarta aula. A atividade findou na quinta aula com a plenária, na qual os alunos apresentaram o modelo matemático construído e os resultados obtidos.

Diante dos áudios que foram gravados durante as atividades, e transcritos posteriormente, as filmagens do desenvolvimento da atividade e os registros dos alunos, abordamos na análise como se deu o seguir regras nessa atividade de modelagem matemática.

Análise da atividade "Revitalização com *pavers*"

Ao organizar os dados para a análise, observamos que todos os grupos desenvolveram a atividade e apresentaram um modelo que solucionasse o problema sob investigação. Além disso, observamos que alguns grupos apresentaram formas semelhantes de conduzir a resolução. Desse modo, para esta análise, consideramos principalmente os diálogos e os registros produzidos pelos grupos G1 e G3, uma vez que tais grupos apresentaram encaminhamentos diferentes e que, de certo modo, são representantes dos encaminhamentos dados à resolução pelos demais grupos.

Assim que o professor autorizou os alunos para que fossem à área externa da escola, onde se encontra a calçada, cada grupo se organizou para coletar os dados, escolhendo o método de coleta que consideraram pertinente.

Os alunos de G1, logo que iniciaram a atividade, observaram o formato da calçada e formularam a hipótese de que ela tem um formato retangular.

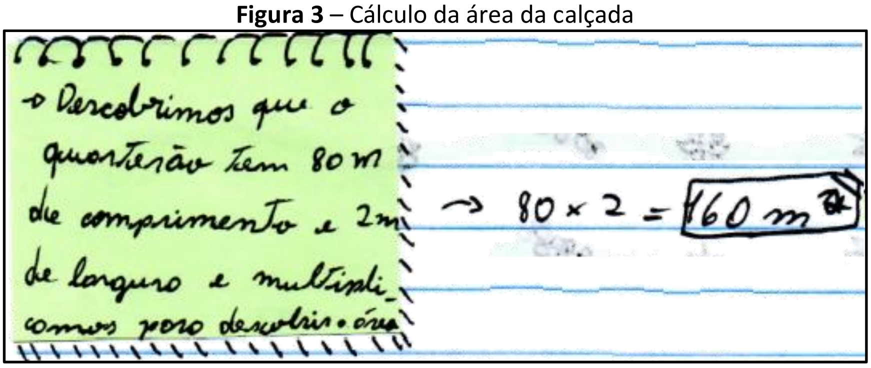
A1: A parte da calçada forma um retângulo!
A2: Verdade! Se medirmos desta esquina até a outra esquina, será o comprimento.
E se medirmos do muro até o meio fio, esta será a largura.

Mediante essa hipótese o grupo se colocou na direção do cálculo da área de um retângulo, cuja maneira de calcular já está estabelecida no âmbito da matemática, regulada por regras e indicada por proposições gramaticais. Dessa forma, os alunos se colocaram em um caminho no qual precisavam agir de acordo com tais regras.

A2: Faz a base vezes a altura! Ou melhor, o comprimento da calçada vezes a sua largura.
A2: É só medir que conseguimos a largura e o comprimento dessa calçada.
Vamos multiplicar estas dimensões para encontrar a área da calçada.

Para esse grupo a área de um retângulo já está fixada como regra, ou seja, se a área que precisa ser calculada tem a forma de um retângulo, a regra matemática é que essa área será dada pelo produto do comprimento e da largura, assim como mostra a figura 3.

Figura 3 – Cálculo da área da calçada



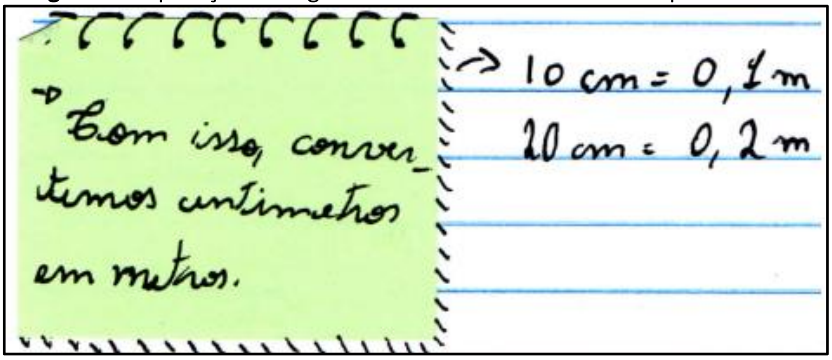
Fonte: Registros escritos de G1.

Após encontrar a área da calçada, G1 utilizou a mesma regra para calcular a área de cada *paver* – no caso da superfície que ficaria exposta na calçada após a pavimentação. Isto se tornou possível devido ao fato de que os *pavers* possuem o formato de um prisma retangular, ou seja, as faces que ficariam expostas também possuem formato retangular, assim, a mesma regra que possibilitou calcular a área da calçada pode ser aplicada no cálculo da área das superfícies dos *pavers*. Porém, ao reconhecer que as unidades de medida de comprimento da calçada e dos *pavers* eram diferentes, os alunos observaram a necessidade de conversão, a fim de utilizar as mesmas unidades de medida, permitindo compará-las.

> **A1:** Gente, as medidas da calçada estão em metros e a dos *pavers* em centímetros. Precisamos converter esta medida do *paver* para metro.
> **A3:** Como podemos fazer?
> **A1:** Se em 1 metro tem 100 cm, então precisamos dividir as medidas do *paver* por 100!

A observação de A1 mostra que há além de conhecimento por ele da regra de conversão de centímetros para metros, um domínio desse jogo de linguagem, ou seja, que ele sabe como proceder para determinar as regras de conversão e aplicá-las. Na figura 4, observamos a aplicação da regra matemática que especifica a conversão das unidades de medida de comprimento, centímetros para metros, utilizada por G1.

Figura 4 – Aplicação da regra de conversão de centímetros para metros

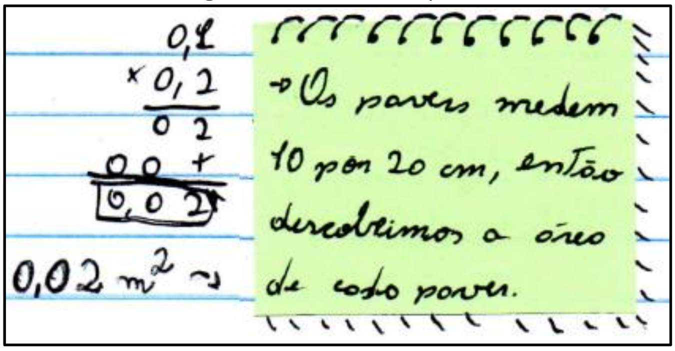


Fonte: Registros escritos de G1.

Vale ressaltar que nessa situação, não houve a necessidade de realizar outras conversões de medidas, porém A1 deu indícios que saberia proceder caso fossem necessárias. É nesse sentido que Gottschalk (2015) afirma que as regras fornecem condições de significado para as proposições de nossa linguagem, de tal modo que em sua fala A1 expressa seu entendimento a respeito de unidades de medida de comprimento, particularmente no que se refere à relação entre metros e centímetros.

Com a unidade de medida dos *pavers* convertida para metros, os alunos obtiveram unidades de medidas comuns entre *pavers* e calçada. Diante disso, calcularam a área de um *paver*, como apresenta a figura 5.

Figura 5 – Área de um *paver*



Fonte: Registros escritos de G1.

Para concluir a atividade, G1 realizou a divisão da área da calçada pela área de um *paver*, com a intenção de descobrir quantos *pavers* seriam necessários para cobri-la.

A3: Nós queremos saber quantos desse (se referindo a um *paver*) cabe em toda a calçada.
A2: Precisa dividir! Pega a área da calçada e divide pela área do *paver*.
A1: Então é cento e sessenta dividido por zero vírgula zero dois?
A2: Sim, mas lembre de igualar as casas depois da vírgula!

O diálogo entre os alunos revela duas regras matemáticas que foram seguidas por eles. A primeira delas em relação à ideia de medir associada à divisão. A partir dela os alunos afirmaram que para saber quantos *pavers* "cabem" na calçada, eles precisavam "dividir!" (A2). Além disso, quando realizaram a divisão, eles se depararam com uma divisão envolvendo números racionais não inteiros, escritos na forma decimal (160 : 0,02). De acordo com os alunos para calcular essa divisão seria necessário armar a conta e para efetuar a operação A2 revelou conhecer as regras da divisão ao advertir que deveriam lembrar de igualar a quantidade de casas depois da vírgula, o que transformaria tal divisão em uma divisão entre números inteiros.

A2: Vai ficar dezesseis mil dividido por dois.
A3: Oito mil.
A1: Então esta calçada tem oito mil *pavers.*

No que se refere à resolução de G3, os alunos também levantaram de início uma hipótese:

A13: Vamos medir 1 metro de largura, por 1 metro de altura, depois vamos contar quantos *pavers* têm nesse 1 metro por 1 metro.

Para G3 essa foi a hipótese que conduziu a resolução da atividade (ALMEIDA; SOUSA; TORTOLA, 2021). Com tal hipótese definida, eles procederam com as medições necessárias para seguir tal caminho.

A14: Vamos medir! Segura a trena aí A3 que eu vou puxar!
A15: Pronto! Aqui vai dar 1 metro. Risca aí!
A16: Agora vamos medir 1 metro de assim *(se referindo à vertical, visto que já haviam medido na horizontal)*.
A13: Aqui nós temos um quadrado de 1 metro por 1 metro. Conta quantos *pavers* têm nessa região! Vamos marcar os *pavers* para contar que será melhor, por causa desses tamanhos diferentes!
A14: Eu marco os inteiros! A13, você marca os pedaços que não são inteiros.

A Figura 6 ilustra a estratégia adotada por G3. Nela vemos um aluno enumerando os *pavers* inteiros que couberam na região demarcada.

Figura 6 – Marcação dos *pavers* para contagem

Fonte: Dos autores.

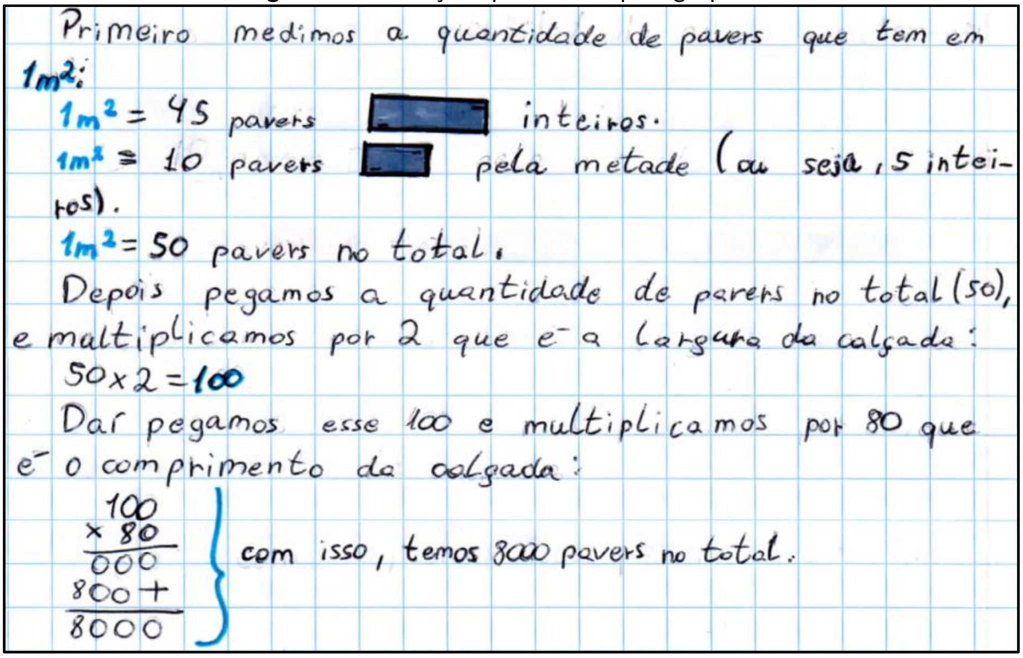
A hipótese definida por eles serviu como guia para os alunos na estimativa de quantos *pavers* cabem na calçada. Ela se mostra como uma suposição bem fundamentada (ALMEIDA; SOUSA; TORTOLA, 2021), pois segue o raciocínio de que a quantidade de *pavers* na calçada é proporcional à quantidade presente na área demarcada, o que se justifica pelo fato de todos os *pavers* apresentarem o mesmo tamanho.

A13: Tem quarenta e cinco *pavers* inteiros e mais dez pela metade.
A14: Vamos ter cinquenta *pavers* nesta parte, porque estes dez pedaços pela metade vão resultar em mais cinco inteiros. Com os quarenta e cinco que já tem vai dar cinquenta.
A15: Mas isso é só até aqui (se referindo a marcação feita na calçada). E esta outra parte da calçada?
A14: A calçada tem dois metros de largura. Se marcamos até um metro, então vamos multiplicar esta quantidade por dois!
A13: Vai ser cem *pavers* em um metro de comprimento por dois metros de largura.

A15: Pessoal, toda a calçada tem dois metros de largura, então quer dizer que a cada um metro de comprimento terá cem *pavers.*
A16: Nós já medimos a calçada toda. Tem oitenta metros de comprimento.
A14: Hum... Cem vezes oitenta... Vai dar oito mil. Tem oito mil *pavers* no total.

A hipótese assumida por G3, conduziu os alunos a usarem a proporção como regra matemática a ser seguida, de modo a guiá-los no cálculo da quantidade de *pavers* utilizados para revestir a calçada. Eles tomaram como ponto de partida a quantidade de *pavers* contida em 1m², isto é, 50, e, considerando que a calçada tem 2 metros de largura e 80 metros de comprimento, nela caberia lado a lado 2 vezes a área de 1m², ou seja, 100, e em sua extensão 80 vezes essa quantidade, resultando em 8000 *pavers*. A Figura 7 mostra essa resolução, dada por G3.

Figura 7 – Resolução apresentada pelo grupo G3



Primeiro medimos a quantidade de pavers que tem em 1m²:
1m² = 45 pavers inteiros.
1m² = 10 pavers pela metade (ou seja, 5 inteiros).
1m² = 50 pavers no total.
Depois pegamos a quantidade de parers no total (50), e multiplicamos por 2 que é a largura da calçada:
50x2=100
Daí pegamos esse 100 e multiplicamos por 80 que é o comprimento da calçada:

$$\begin{array}{r} 100 \\ \times\ 80 \\ \hline 000 \\ 800+ \\ \hline 8000 \end{array}$$

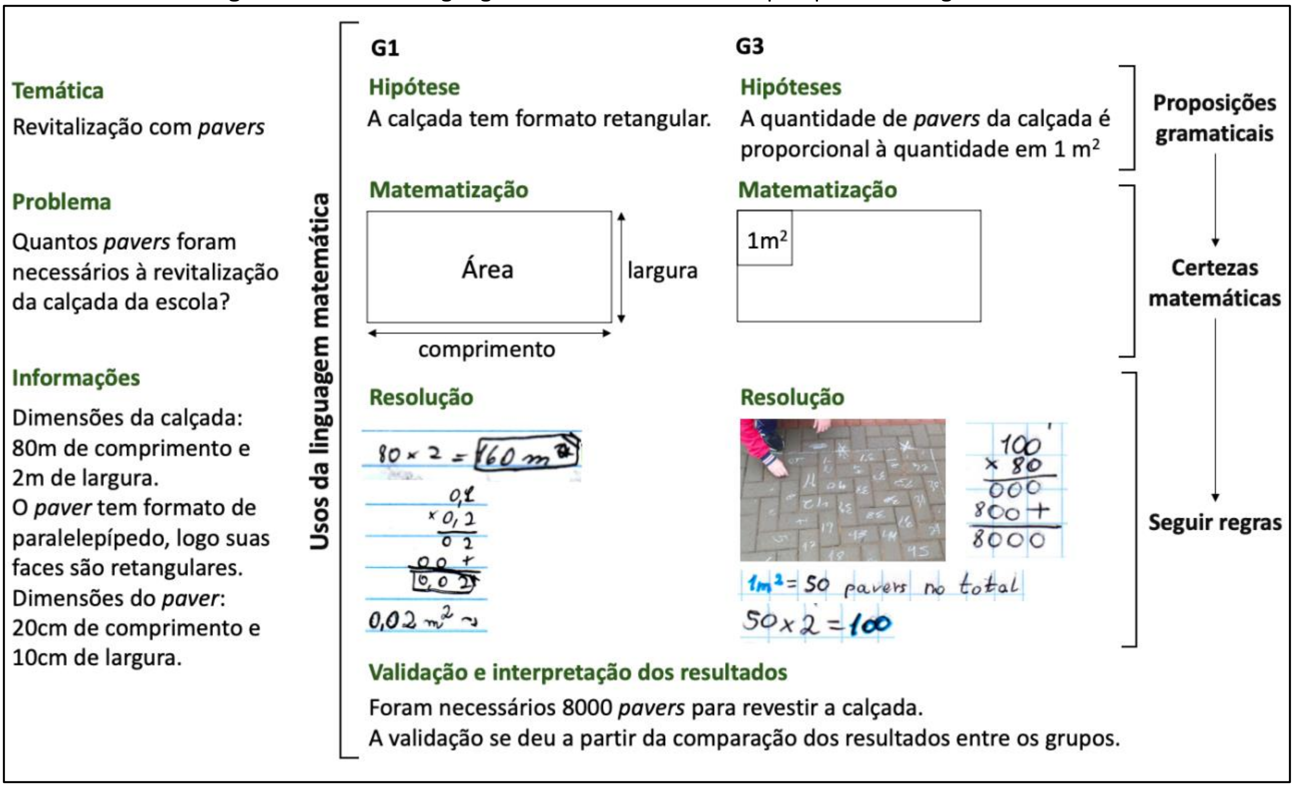
com isso, temos 8000 pavers no total.

Fonte: Registros escritos de G3.

Após as resoluções foi realizada uma plenária na qual os alunos comunicaram seus resultados e estratégias de resolução aos colegas. Nesse momento, eles revisitaram as suas resoluções, bem como debateram acerca dos usos da linguagem matemática na atividade. Proposições matemáticas foram utilizadas para descrever as relações conjecturadas a partir das características da situação-problema investigada. Como resposta, os alunos concluíram que foram utilizados 8000 *pavers* para a revitalização da calçada da escola.

A figura 8 apresenta um esquema que ilustra os usos da linguagem matemática pelos alunos, sob a perspectiva da filosofia de Wittgenstein, no desenvolvimento da atividade de modelagem, os quais direcionaram para o seguir regras nesse contexto.

Figura 8 – Usos da linguagem matemática sob uma perspectiva wittgensteiniana



Fonte: Dos autores.

Em linhas gerais, observamos que os usos da linguagem matemática se deram a partir da matematização, personificada principalmente pela formulação de hipóteses pelos alunos (ALMEIDA; SOUSA; TORTOLA, 2021), as quais estão pautadas em proposições gramaticais, ou seja, em convenções matemáticas que são tomadas como certezas (GOTTSCHALK, 2015), uma vez que estão historicamente definidas no âmbito dessa comunidade, matemática, e que orientam a resolução, regulando os usos da linguagem matemática a partir do seguir regras pelos alunos, as quais servem como padrão de correção (ALMEIDA, 2014), inserindo os alunos no jogo de linguagem da matemática, particularmente em termos do uso da matemática para resolver problemas baseados na realidade, ou seja, por meio da modelagem.

Considerações finais

Com a finalidade de responder *como se dá o seguir regras em uma atividade de modelagem matemática*, analisamos uma atividade sobre a revitalização de uma calçada com *pavers*, que possibilitou o uso de conceitos matemáticos como área, unidades de medida e proporcionalidade, estudados em momentos anteriores pela turma.

Em linhas gerais, a pesquisa nos permitiu concluir que nessa atividade, o olhar matemático do aluno para a situação-problema os conduziu à matematização, que se deu a partir da formulação de hipóteses sobre o comportamento da situação (ALMEIDA; SOUSA; TORTOLA, 2021) e, com essas hipóteses definidas, puderam adentrar no contexto da matemática (ALMEIDA; SOUSA, 2019), trabalhando com certezas, convenções matemáticas, que funcionam como regras (GOTTSCHALK, 2015).

O seguir regras, portanto, se manifestou na atividade de modelagem como regulador do "modo de agir" dos alunos (ALMEIDA, 2014), de forma que ao definirem um caminho a trilhar, na forma de hipóteses, elas foram tomadas como regras que orientaram a resolução e o uso da matemática, funcionando como condições de significado para as proposições de nossa linguagem, particularmente em relação aos cálculos de área, conversão de unidades de medida e de proporção, abordados na atividade.

A análise do seguir regras nos forneceu esclarecimentos quanto aos cuidados que o professor deve ter em termos da interpretação matemática da situação, atentando-se para a formalização dos conceitos, que se traduz a partir do ensino e da correção dos usos das proposições gramaticais da matemática.

Para além da investigação, observamos que a modelagem, como alternativa às práticas pedagógicas habituais, proporcionou aos alunos fazer relações entre seus conhecimentos escolares e seus conhecimentos em relação à situação apresentada, implicando em diferentes formas de encaminhamento para a resolução de uma mesma atividade, assim como o uso de diferentes conceitos matemáticos para obter um modelo que forneça uma solução para o problema.

Referências

ALMEIDA, L. M. W. Jogos de linguagem em atividades de modelagem matemática. **Vidya**, Santa Maria, v. 34, n. 1, p. 241-256, jan./jun., 2014.

ALMEIDA, L. M. W. Considerations on the use of mathematics in modeling activities. **ZDM**, Berlin, v. 50, n. 1, p. 19-30, 2018.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, H. C. A matematização em atividades de modelagem matemática. **Alexandria**, Florianópolis, v. 8, n. 3, p. 207-227, 2015.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Editora Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; SOUSA, B. N. P.; TORTOLA, E. The Formulation of Hypotheses in Mathematical Modelling Activities. **Revista Acta Scientiae (ULBRA)**, Canoas, v. 23, n. 5, p. 66-93, 2021.

GOTTSCHALK, C. M. C. A terapia wittgensteiniana como esclarecedora de conceitos fundamentais do campo educacional. **IXTLI**, Buenos Aires, v. 2, n. 4, p. 299-315, 2015.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: E.P.U., 2013.

NISS, M.; BLUM, W. **The learning and teaching of mathematical modelling.** London, New York: Routledge, 2020.

POLLAK, H. O. The Place of Mathematical Modelling in the System of Mathematics Education: Perspective and Prospect. In: STILLMAN, G.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.) **Mathematical Modelling in Education Research and Practice:** cultural, social and cognitive influences. New York: Springer, p. 265-276, 2015.

ROUX, S. Forms of Mathematization (14th-17th Centuries). **Early Science and Medicine**, Brill Academic Publishers: Leiden, v. 15, p. 319-337, 2010. Disponível em: https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00806470. Acesso em 01 jul. 2022.

SOUSA, B. N. P. A.; ALMEIDA, L. M. W. Regras, convenções e o uso da matemática em atividades de modelagem matemática. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2019, Belo Horizonte. **Anais**... Belo Horizonte: UFMG, 2019.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. 8. ed. Petrópolis: Vozes; Bragança Paulista: Editora Universitária São Francisco, 2013.