



União da Vitória - Paraná

IX EPMEM

Encontro Paranaense de Modelagem na
Educação Matemática

As Fases da Modelagem Matemática e a Constituição de um Ciclo de Modelagem de uma Atividade desenvolvida com Alunos do Ensino Fundamental

Informações sobre as Autoras:

Erica Moletta

Unicentro - Campus Guarapuava
ericamoletta1@hotmail.com

Jeniffer Paula da Cruz

Unespar - Campus Apucarana
jepaula2001@gmail.com

Ana Paula Zanim

Unespar - Campus Apucarana
aninha_pz@hotmail.com

Michele Regiane Dias Veronez

Unespar - Campus Apucarana
miredias@gmail.com

Resumo

Este artigo tem por objetivo evidenciar, por meio da construção de um ciclo de modelagem matemática, as fases da modelagem decorrentes de uma atividade desenvolvida com alunos do Ensino Fundamental. Para tanto, consideramos uma atividade de modelagem matemática desenvolvida com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental e construímos um ciclo de modelagem, evidenciando as fases da modelagem matemática, considerando as ações dos alunos ao desenvolvê-la. Nossas conclusões fundamentam-se na análise qualitativa e interpretativa das informações coletadas. Como resultados, ponderamos que o ciclo, ao mesmo tempo que explicitada a emergência das fases da modelagem nas ações dos alunos, aponta para a necessidade do professor repensar suas falas e ações. Também inferimos que há fases que se fazem mais explícitas que outras e que a experiência do professor e dos alunos com o desenvolvimento de atividades de modelagem tem impacto sobre quais fases aparecem mais ou são mais exploradas.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Ciclos de Modelagem Matemática.

Abstract

This article aims to highlight, through the construction of a mathematical modeling cycle, the modeling phases resulting from an activity developed with elementary school students. For that, we consider a mathematical modeling activity developed with students from the 8th year of Elementary School and we built a modeling cycle showing the phases of mathematical modeling, considering the actions of students when developing such activity. Our conclusions are based on the qualitative and interpretive analysis of the information collected. As a result, we consider that the cycle, while explaining the emergence of the modeling phases in the students' actions, points to the need for the teacher to rethink his speeches and actions. We also infer that there are phases that are more explicit than others and that the experience of the teacher and students with the development of modeling activities has an impact on which phases appear more or are more explored.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modeling. Mathematical Modeling Cycles.

Realização:





Introdução

Desde muitas décadas a modelagem matemática tem sido discutida sob diversas óticas e nos mais diferentes contextos. Em particular, neste artigo, assumimos a modelagem matemática como alternativa pedagógica, conforme proposta por Almeida, Silva e Vertuan (2012) e a reconhecemos como uma possibilidade de abarcar uma situação real no contexto de aulas de matemática.

Nessa compreensão de modelagem matemática, o trânsito de uma situação inicial (problemática) para uma situação final (solução para o problema evidenciado nessa problemática) conduz ao entendimento de que uma atividade de modelagem matemática está associada à busca por solução para um problema, a qual se dá mediante um conjunto de procedimentos e ações daqueles que a desenvolvem.

Assim, em sala de aula, na transição da situação inicial para a situação final, diversos processos são empreendidos pelos alunos, caracterizando as denominadas fases da modelagem matemática. Tais fases, em alguma medida, sinalizam como é a configuração do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. Almeida, Silva e Vertuan (2012) caracterizam quatro fases: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação.

Na literatura, os processos empreendidos pelos alunos ao longo do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática são discutidos sob diversos vieses. Há discussões que se apoiam em abordagens cognitivas (BORROMEO FERRI, 2006; VERTUAN, 2013; CASTRO, 2017), outras que se fundamentam em teorias de aprendizagem (BORSSOI, 2013; FONTANINI, 2007), aquelas que se utilizam de especificidades da própria modelagem (VERONEZ; CASTRO; MARTINS, 2018; KLÜBER, 2012) e aquelas que buscam estabelecer conexões com teorias de outras áreas do conhecimento como Filosofia e Semiótica (VERONEZ; ALMEIDA, 2017; TORTOLA; ALMEIDA, 2016; ALMEIDA; SILVA, 2012; ALMEIDA, 2010). No nosso estudo, particularmente, focalizamos os processos empreendidos pelos alunos associados ao que é considerado como ciclos de modelagem (BORROMEO FERRI, 2006, ALMEIDA, 2020). De forma geral, esses ciclos correspondem a estruturas cíclicas que buscam ilustrar e orientar o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

Assim, ao considerar o desenvolvimento de uma atividade de modelagem com alunos do Ensino Fundamental, buscamos evidenciar as fases da modelagem matemática em um ciclo de modelagem, por nós construído. O processo analítico que subsidia nossas observações e inferências segue pressupostos da abordagem qualitativa de pesquisa e tem caráter interpretativo.



Modelagem Matemática na Educação Matemática

O entendimento de modelagem matemática associado à análise de um fenômeno real (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012) propicia investigações que podem ser de interesse dos alunos e, como consequência, contribui para apoiar a aprendizagem deles, bem como favorecer desenvolvimento reflexivo e crítico sobre o uso da matemática e sobre o fenômeno (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012; BLUM, 2015; BURAK, 2010).

Reconhecer uma atividade de modelagem matemática como o trânsito de uma situação inicial para uma situação final (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), quando se tem interesse em olhar para os processos empreendidos pelos alunos, remete a considerar que a busca por uma solução para a problemática em questão é mediada por um conjunto de procedimentos. Esses procedimentos, contudo, referem-se à busca por informações, identificação e seleção de variáveis, elaboração de hipóteses, simplificações, construção de um modelo matemático e interpretação da solução bem como a sua comunicação para outros, que se processam nas fases da modelagem matemática, a saber: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

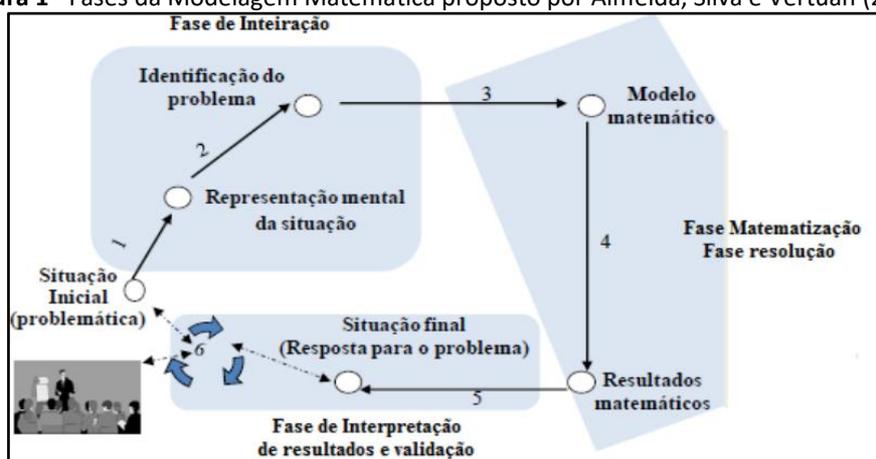
Na fase inteiração ocorre o contato inicial com a situação-problema que será investigada. Nesse momento o aluno realiza a coleta de dados quantitativos e qualitativos, formula o problema e define as metas para a sua resolução (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Na matematização ocorre o processo de transição dos dados da situação-problema para a linguagem matemática, por meio de simplificações, seleção de variáveis e formulação de hipóteses que evidenciam o problema matemático a ser resolvido. Na fase de resolução ocorre a construção de um modelo matemático que descreva a situação, aqui também acontece a aprendizagem dos conteúdos inerentes à problemática. A interpretação de resultados e validação, “visa, para além da capacidade de construir e aplicar modelos, o desenvolvimento, nos alunos, da capacidade de avaliar esse processo de construção de modelos e os diferentes contextos de suas aplicações” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.16).

Segundo Tortola e Almeida (2016, p.4) essas fases estruturam o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática e ainda, “[...] podem ser retomadas e realizadas a qualquer momento, sempre que o modelador considerar necessário, e sem uma ordem previamente estabelecida”. No contexto da perspectiva cognitivista da modelagem matemática, uma das perspectivas propostas por Kaiser e Sriraman (2006), o olhar para essas fases se completa nos

processos empreendidos pelos alunos e são discutidos por alguns autores a partir do que eles denominam ciclos de modelagem matemática (BORROMEO FERRI, 2006; BLUM; FERRI, 2009) e por outros por fases da Modelagem Matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Os ciclos, de modo geral, correspondem a representações do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática e tem por finalidade representar os passos percorridos pelos alunos em tal desenvolvimento, caracterizando assim um encaminhamento padrão para essas atividades (ALMEIDA; SILVA, 2021). Assim, os ciclos, para além de esquema teórico, que caracteriza uma atividade de modelagem matemática, são também instrumento de aprendizagem para os alunos e instrumento de diagnóstico para os professores (BORROMEO FERRI, 2018). Muitos são os exemplos de ciclos de modelagem propostos na literatura, entre eles, destacamos: Bassanezzi (2012); Blum e Ferri (2009); Almeida, Silva e Vertuan (2012), muito embora nem todos usem essa nomenclatura. Na Figura 1 apresentamos um desses exemplos.

Figura 1 - Fases da Modelagem Matemática proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2012)



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.19)

Um aspecto importante sobre a estruturação dos ciclos de modelagem matemática é a não linearidade das ações dos modeladores. Ou seja, “os ciclos pretendem incluir o aspecto de que idas e vindas entre as diferentes fases são recorrentes e relevantes para o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática” (ALMEIDA; SILVA, 2021, p. 5).

Considerando o aporte teórico apresentado, temos a intenção de evidenciar, por meio da construção de um ciclo de modelagem matemática, as fases da modelagem decorrentes de uma atividade desenvolvida no ano de 2021, com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública localizada no interior de Santa Maria do Oeste (Estado do Paraná).



A seguir, apresentamos as opções e encaminhamentos metodológicos que subsidiaram nosso estudo.

Encaminhamento metodológico

A opção metodológica adotada neste artigo fundamenta-se em uma abordagem qualitativa de pesquisa (LÜDKE; ANDRÉ, 1986; BOGDAN; BIKLEN, 1994) em que realizamos um estudo interpretativo para evidenciar, por meio da construção de um ciclo de modelagem matemática, as fases da modelagem decorrentes de uma atividade desenvolvida com alunos do Ensino Fundamental.

Os participantes desta pesquisa foram alunos do 8º ano que desenvolveram uma atividade de modelagem matemática, organizados em grupos com três alunos cada. Contudo, as discussões e reflexões que fazemos neste artigo consideram apenas as produções de um dos grupos de alunos, estes foram denominados por **M1, O1 e G1** e a professora, também autora deste trabalho, recebe a denominação **Prof.**

Os dados coletados para a análise foram obtidos por meio da gravação de áudio, registros escritos dos alunos bem como anotações da professora, durante três horas/aula. As transcrições das falas são apresentadas em forma de diálogos que consistem em recortes do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática cujo tema era “Quanto suco existe em uma laranja?”¹ pertinentes a nossa investigação. Buscamos a partir da análise evidenciar as fases da modelagem matemática a partir do ciclo de modelagem, por nós construído, de uma atividade desenvolvida com alunos do Ensino Fundamental.

A partir do exposto apresentamos na próxima seção recortes da atividade desenvolvida pelos alunos que subsidiam nossas análises.

As fases da modelagem na atividade desenvolvida

A atividade de modelagem matemática cuja temática é “Quanto suco existe em uma laranja?” foi proposta pela professora e corresponde à primeira experiência dos alunos com

¹ Essa questão consta no livro Modelagem Matemática na Educação Básica (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012). Porém, o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, que tinha essa questão como orientadora, foi efetivado pelos alunos a partir de dois problemas. Assim, tal desenvolvimento passa por uma adaptação a partir das sugestões contidas neste livro. Além disso, convém destacar que essa atividade corresponde ao primeiro contato dos alunos com atividades dessa natureza.



atividades dessa natureza. A inteiração dos alunos com o tema se deu com a leitura das informações contidas no Quadro 1.

Quadro 1 - Atividade: Quanto suco existe em uma laranja?

A laranja é um fruto da árvore de laranjeira que possui um porte médio até 8 metros de altura, com seu tronco castanho e a copa em formato arredondado. Suas frutas são originárias da China e foram trazidas pela primeira vez para o continente americano em 1493 por Cristóvão Colombo. No Brasil foi no ano de 1516 aproximadamente que os portugueses iniciaram suas plantações de laranja e até hoje o Brasil é o maior produtor e exportador de suco de laranja e de seus subprodutos.

Uma fruta rica em vitaminas C que no seu interior tem a formação de gomos com o sabor que pode variar do doce ao levemente ácido. Seu formato e sabor podem variar conforme a sua espécie: laranja-pêra, toranja, laranja-lima, laranja-da-terra, laranja natal, laranja Bahia, laranja valência, laranja folha-murcha, laranja charmute, entre outras.

Fonte: Adaptado (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, p. 142, 2012)

Cientes das informações, os alunos discutiram alguns problemas que poderiam estudar, sob orientação da professora definiram dois deles: *Calcular 50% da laranja dará 4 pedaços? Quanto de líquido tem em uma laranja?*, conforme sinaliza o diálogo:

Prof.: Pessoal, o que a gente pode descobrir com a laranja em conteúdos de matemática?

K1: Contar as laranjas, quantidade.

M1: Quantas fatias dá para fazer com uma laranja?

V1: Dá para cortar em quatro ou cinco, dependendo do jeito que você vai cortar...

M1: Prof. 50 por cento de cada uma dá para cortar aqui e aqui...50 por cento vai dar 4 pedaços professora.

Prof.: Vamos formular uma pergunta dessa maneira então.

M1: Calcular 50 por cento da laranja dará quatro pedaços?

V1: por menos professora, dá para fazer acho que uns 6 ou 7, porque assim aqui, dá você cortar desse tipo aqui, uma fatia aqui, outra, aqui, outra aqui...Faz esse tipo daí corta aqui!

[...]

M1: suco!

Prof.: isto, o que dá para gente descobrir do suco da laranja?

O1: o líquido!

M1: Quanto de líquido em ml tem uma laranja?

V1: [...] Pode ser 70 ou 100 ml.

M1: Prof. teve uma laranja e nós temos um copo de "medir", que pegamos um dia e eu cortei, deu 100 ml.

Os alunos discutem nesse diálogo maneiras de resolverem o problema e indicam uma matematização da situação quando estabelecem a seguinte relação: “[...] 50 por cento vai dar 4 pedaços Prof.”, “Dá pra cortar em quatro ou cinco, dependendo do jeito que você vai cortar...”, “por menos Prof., dá pra fazer acho que uns 6 ou 7, porque assim ó aqui, dá você corta desse tipo aqui, uma fatia aqui, outra, aqui, outra aqui ... Faz esse tipo dai corta aqui ...” ou ainda “[...] Pode ser 70 ou 100 ml”, eles reconhecem quantidades iguais, ao passo que expressam como podem cortar a laranja, imaginam quantos destes pedaços representam 50% da fruta e ainda selecionam unidades



de medidas para a coleta do suco, configurando o reconhecimento dos alunos do problema em termos matemáticos.

A resolução para o problema *Calcular 50% de uma laranja dará 4 pedaços?*, é observada por meio dos diálogos, pois os alunos não fizeram registros de suas resoluções. No diálogo abaixo vemos alguns indícios das resoluções:

Prof.: Calcular 50% de uma laranja dará 4 pedaços?

M1: Prof., 50% de uma laranja corta no meio e depois no meio novamente daí dá 4 pedaços

V1: 50 % não dá... uma laranja é 100%

Prof.: isto, ela inteira é 100%. Mas e se ela for 50% vai ser quantas partes da laranja?

M1: vai ter que colocar 1 parte que é 50% e daí...

[...]

Prof.: Mas então 50 % da laranja daria 4 pedaços? sim ou não?

[...]

M1: Dá! corta aqui o professora, vai dar 4 pedaços sim

V1: não, vai dar 100 %.

Prof.: Cada pedaço vai valer quantos % então?

[...]

T1: dá 25%

Prof.: Isso, certinho.

Os alunos argumentaram com os colegas quanto aos quatro pedaços citados quando falam “*Prof., 50% de uma laranja corta no meio e depois no meio novamente daí dá 4 pedaços*”, no entanto não conseguem relacionar o número de pedaços referentes aos 50%, mas observam que “*50% não dá... uma laranja é 100%*”, “*Dá! corta aqui professora, vai dar 4 pedaços sim*”, “*não, vai dar 100%*”. As falas dos alunos mostram que em um primeiro momento não relacionaram as partes da laranja com ela toda, mas que ao perceberem que faltava alguma informação retornaram à matematização para encontrá-la. Nessa matematização dos alunos há indícios de que eles reconhecem que a laranja toda corresponde a 100%, pois falaram “*50% não dá... uma laranja é 100%*”. Ao pronunciarem essa informação conseguem retornar à resolução e ainda calcular o que cada um dos quatro pedaços representa em relação a toda laranja.

A fase interpretação dos resultados e validação consiste na discussão do grupo com a professora a respeito da resposta encontrada para o problema. Os alunos foram questionados a respeito da possível solução de 25%, conforme indica o diálogo:

Prof.: Por que 25%?

V1: por causa que são tamanhos iguais.

M1: são dois de 25 e dois de 25 são 50

Prof.: e se quiser cortar a laranja em 50 pedaços quantos por cento vai dar cada pedaço?

M1: ora, 2 pedaços

V1: se cada quatro pedaços da 100 % então 2 pedaços dão 50.

Prof.: mais quantos % vai dar cada pedaço ao invés da quantidade de pedaços?

T1: Prof. vai dar 2%.

V1: vai da 25 Prof.



Os alunos interpretam a solução encontrada, a partir do resultado matemático, ao passo que expressam “*são dois de 25 e dois de 25 são 50*”, inferimos que notam que serão dois dos quatro pedaços, como o objetivo era definir quantos pedaços representam 50% da laranja, consideraram sua solução coerente. Quando questionados pela professora: “e se quiser cortar a laranja em 50 pedaços quantos por centos vai dar cada pedaço?” Neste questionamento, os alunos rapidamente respondem a professora “ora, 2 pedaços”, este questionamento e a resposta serviram para que um dos alunos explicasse a solução ao dizer “se cada quatro pedaços da 100 % então 2 pedaços dão 50”, juntamente com a professora os alunos analisam a resposta anterior e a consideram adequada à situação, caracterizando a validação.

Ao realizarem a análise da resposta obtida, no diálogo anterior, a professora percebe que os alunos ainda não estabeleceram a relação da quantidade de pedaços com a porcentagem e então volta a questioná-los, conforme indica o diálogo:

Prof.: Uma laranja tem quantos %?

M1: 100

Prof.: Se nós cortarmos em dois pedaços, quantos % tem cada pedaço?

M1: 50 % cada pedaço

Prof.: E se a gente quiser descobrir 25 % quantos pedaços vai dar?

T1: 4 pedaços

Prof.: E se a gente quiser descobrir 10 % quantos pedaços vai dar?

M1: nós vamos contando 10, 20, 30... até chegar no 100

Prof.: isto, então se a laranja inteira é 100% e a gente quer apenas 10%, em quantos a gente vai cortar?

Todos: 10 Prof.

M1: é só sempre dividir a quantidade de porcentagens, pela quantidade de pedaços né Prof., daí já acha o resultado.

Os alunos e a professora retomam aspectos da fase resolução a fim de explorar os conceitos matemáticos, buscando compreender aspectos relacionados não só aos conceitos, mas também a situação-problema estudada. Quando os alunos respondem: “*50 % cada pedaço*” e “*daí a gente vai contando 10, 20, 30 ... até chegar no 100*” inferimos que os alunos realizam generalizações de conceitos matemáticos. Para além dessas generalizações, quando os alunos falam: “*nós vamos contando 10, 20, 30 ... até chegar no 100*” estão analisando a resposta, validando a representação matemática associada ao problema, o que sinaliza a fase interpretação dos resultados e validação.

Ao encontrarem uma solução para o primeiro problema, os alunos iniciaram as discussões sobre o problema *Quanto de líquido existe em uma laranja?*, conforme indica o diálogo:

Prof.: Vamos lá pessoal, prestem atenção na questão: Quanto de líquido (suco) existe em uma laranja?

M1: Prof., nós vamos ter que furar ela e colocar num copo com medida.

M1: olha as meninas estão fazendo mais fácil só cortando a laranja ao meio e espremendo.

O1: Assim está saindo o bagaço junto.

M1: a gente só precisa tirar a água da laranja, o sebo não.

M1: Prof. me empresta essa seringa e se tiver a agulha junto para fazer a medida melhor.

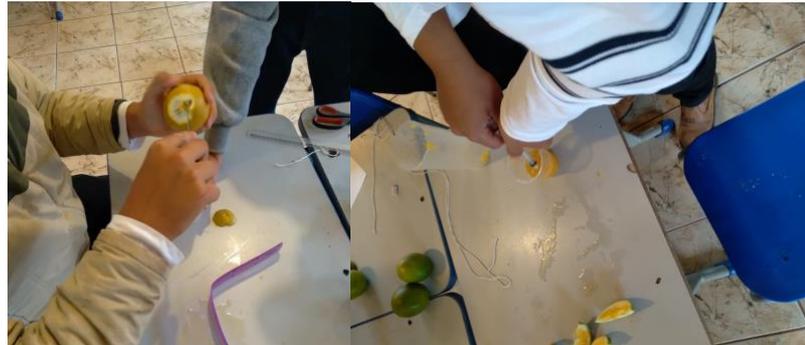
[...]

V1: A gente já tirou todo o suco da laranja, então agora como vamos contar?

Grupo 2: Só ir somando os valores que vocês anotaram aí gente.

O grupo já estava inteirado sobre o assunto, então se envolvem na busca pela resposta ao problema. Os alunos extraem o suco da laranja usando uma seringa, conforme a Figura 2.

Figura 2 - Maneira que o grupo 1 retirou o suco da laranja para medir



Fonte: Acervo de pesquisa

Ao retirarem o suco da laranja, os alunos discutem a respeito de como obter a quantidade de suco em uma laranja. Inferimos que os alunos estão reconhecendo o problema em termos matemáticos, eles percebem que há necessidade de medir o suco da laranja, mas para saber o total de suco são necessários termos matemáticos e operações, nesse sentido realizaram escolhas de materiais e unidades de medida que auxiliaram a transição da linguagem natural para a linguagem matemática, ou seja, estão realizando a matematização da situação. Ressaltamos que a matematização, em sua maioria, ocorre simultaneamente com a resolução, conforme o diálogo.

V1: A gente já tirou todo o suco da laranja, então agora como vamos contar?

Grupo 2: Só ir somando os valores que vocês anotaram aí gente.

[...]

V1: já tem 45 Prof.

M1: Está contando de 1 em 1?

[...]

V1: ih Prof. chegou no 48 acabou, não vai mais.

Prof.: Por que 48?

V1: olha prof., 5, 10, 15, 20.....e mais 3

Prof.: então quantos ml deu?

V1: 48

Prof.: e o segundo grupo, quantos ml?

T1: 8,7 ml professora.

[...]

M1: nossa professora, olha encontrei um jeito mais fácil de resolver.

Prof.: como?

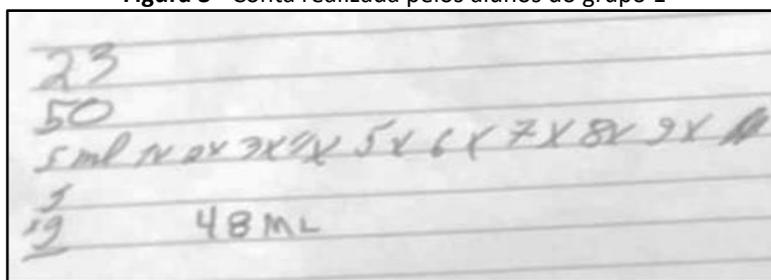
M1: olha só fazer 5 vezes 9 e depois somar com 3.

Prof.: dá o mesmo resultado?

M1: sim prof, olha só 5 vezes 9 é 45 e somando com 3 fica 48.

O grupo pensa em formas de definir o total de suco em uma laranja, uma delas é somar as quantidades em ml de cada seringa de suco que retiram, conforme a fala “*Só ir somando os valores que vocês anotaram aí gente*” e ainda testam formas diferentes de resolver como multiplicando o número de seringas de suco pela quantidade de ml da seringa, quando expressam “*sim prof, olha só 5 vezes 9 é 45 e somando com 3 fica 48*”. Por meio de sua resolução eles conseguem construir dois modelos matemáticos usando os mesmos materiais e unidades, mas com operações diferentes, estas possíveis soluções para o problema, caracterizam assim a fase da resolução. Uma representação da solução apresentada pelos alunos pode ser vista na Figura 3.

Figura 3 - Conta realizada pelos alunos do grupo 1



Fonte: acervo de pesquisa

Os alunos se envolvem com a resolução quando questionam: “*tá contando de 1 em 1?*” Inferimos que eles construíram um modelo matemático, o qual utiliza a operação da adição. Diante da conta realizada pelo grupo, os alunos encontram um resultado matemático, e nesse resultado acreditam ter um fim respondendo “*olha prof., 5, 10, 15, 20.....e mais 3*”, que ainda incide a fase resolução. Além disso, o grupo ainda consegue relacionar a adição com a multiplicação, visto que é um conteúdo que eles possuem conhecimento, porém ficam entusiasmados e falam “*nossa professora, olha encontrei um jeito mais fácil de resolver*”. A resposta dos alunos “*olha só fazer 5 vezes 9 e depois somar com 3*” e “*sim prof., olha só 5 vezes 9 é 45 e somando com 3 fica 48*” também se refere a fase resolução.

As discussões dos resultados e a análise da resposta ao problema, constituíram um processo avaliativo por parte dos grupos envolvidos na atividade, onde eles observaram seus modos de resolução e também as diferenças entre as quantidades de suco encontradas, o que pode ser caracterizado como a fase da interpretação dos resultados. Os alunos julgaram a adequação da resposta ao problema, conforme indica o diálogo:



Prof.: Então agora olhando para os valores, o grupo 1 encontrou 48 ml exatos e o grupo 2 encontrou 58,2.

M1: Mais que tipo.... o que aconteceu que o grupo 2 deu mais?

Prof.: Por que aconteceu essa diferença? E um dos números deu inteiro e o outro deu um número racional?

M1: Porque a gente cortou em pedaços menores.

V1: Por causa de nós termos exprimido essas coisas aqui ó (bagaço).

Prof.: será? Mas será que com o bagaço não daria mais daí?

M1: não Prof., porque nossa laranja é menor que a delas, veja o tamanho da laranja delas.

Prof.: Então se a laranja de vocês é menor o que aconteceu?

O1: deu menos líquido.

Prof.: Mas o que isso tem a ver será?

M1: o tamanho da laranja e do suco se condizem. Tipo assim, quando mais suco a laranja é maior.

Prof.: então concluindo, quanto de líquido tem uma laranja?

V1: ah Prof., depende do tamanho, veja que a nossa menor deu 48 e a do grupo 2, que é maior deu 58,2.

Prof.: isso mesmo, ou seja, quanto maior for a laranja, mais líquidos ele terá.

M1: é Prof., não temos um valor certo para isso.

Prof.: Isso mesmo pessoal.

Compreende-se que eles notaram as diferenças entre as quantidades de suco em laranjas, quando dizem “... o tamanho da laranja e do suco se condizem. Tipo assim, quando mais suco a laranja é maior”. A interpretação que os alunos realizaram, pode ser vista quando eles dizem “ah Prof., depende do tamanho, veja que a nossa menor deu 48 e a do grupo 2, que é maior deu 58,2” isso mostra que conseguiram usar seus resultados para fazerem comparações e ainda generalizam as observações ao verem que a quantidade de suco varia. Como forma de validação eles chegam ao consenso que a problemática não terá uma única resposta para todas as laranjas que é expressa na fala “é Prof., não temos um valor certo para isso”.

Na próxima seção, discutiremos a constituição de um ciclo de modelagem da atividade desenvolvida.

Constituição de um ciclo de modelagem matemática da atividade desenvolvida

O trânsito entre a situação inicial e a situação final em uma atividade de modelagem matemática não é algo padronizado, ou seja, não ocorre sempre do mesmo modo. Essa transição pode ter diferentes configurações que podem depender, por exemplo, do tipo de problema, da experiência dos modeladores, das intervenções do professor, entre outras. Na literatura, as idas e vindas das fases no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática já é apontado por vários autores (ALMEIDA; SILVA, 2021; BORROMEO FERRI, 2006, 2018; BLUM, 2015).

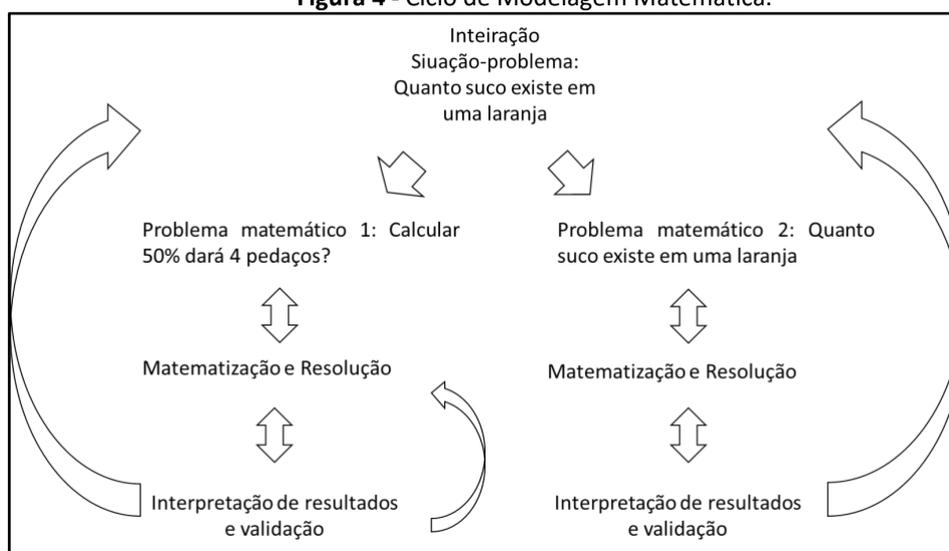
Nesta atividade analisada, em particular, as idas e vindas dos alunos ocorreram de maneira mais sutil por se tratar do primeiro contato dos alunos com atividades dessa natureza. No

encaminhamento dado pelos alunos durante o desenvolvimento dessa atividade de modelagem matemática, de acordo com as fases que identificamos, destacamos que ao terem contato com a situação-problema, elaboraram estratégias para sua resolução, nesse sentido, houve um envolvimento com a fase de inteiração. A matematização da situação ocorreu conjuntamente com a resolução. E, posteriormente, identificamos a fase de interpretação de resultados e validação.

Inferimos, que mesmo sendo a primeira experiência dos alunos com atividades de modelagem matemática, a situação-problema, sempre se fez presente em seus diálogos com a orientação da professora os alunos não perderam “de vista” a situação abordada.

Um ciclo que representa o encaminhamento dos alunos nesta atividade é indicado na Figura 4. As setas indicam os percursos dos alunos ao desenvolverem essa atividade de modelagem matemática e, nesse sentido, retratam que houve processos de idas e vindas entre as fases a fim de encontrar uma solução problema em estudo.

Figura 4 - Ciclo de Modelagem Matemática.



Fonte: das autoras

Nesse ciclo ilustramos as fases que identificamos a partir dos processos feitos pelos alunos, ao passo em que eles desenvolveram a atividade. A síntese da atividade contida no ciclo indica a forma como os alunos lidaram com essa atividade de modelagem matemática. Ressaltamos que nesta atividade, os alunos perpassam por todas as fases, mesmo que uma ou outra fase, como a matematização e a resolução tenham sido manifestas quase que em conjunto.



Considerações finais

A modelagem matemática foi utilizada como uma alternativa pedagógica, nesse sentido, evidenciamos as fases da modelagem matemática em um ciclo de modelagem, por nós construído de uma atividade desenvolvida com alunos do Ensino Fundamental.

A análise traz implicações que mostram a falta de experiência dos alunos com atividades de modelagem matemática, bem como a falta de experiência da professora no trabalho com atividades dessa forma. Essa falta de experiência tanto dos alunos como a da professora, pode ser vista durante as discussões dos mesmos, pois sinalizamos que em alguns momentos a professora poderia ter dado uma maior ênfase em uma ou outra fase. Contudo, com a orientação da professora, todas as fases da modelagem matemática se fizeram presentes no desenvolvimento da atividade.

Considerando que as atividades de modelagem matemática são complexas, tanto para os alunos quanto para os professores, podemos destacar que a construção de uma representação do desenvolvimento da atividade realizada pelo professor, é relevante para que ele possa compreender quais fases os alunos possuem mais dificuldades, além disso realizar uma síntese e um ciclo do desenvolvimento da atividade proporciona ao professor repensar suas falas e ações para que direcione o aluno a se atentar a todas as fases, desenvolvendo as habilidades que são necessárias em cada uma delas.

Referências

ALMEIDA, L. M. W. Estratégias heurísticas como meios de ação em atividades de modelagem matemática. **Com a palavra, o professor**, Vitória da Conquista, v. 5, n. 11, p. 220-236, 2020.

ALMEIDA, L. M. W. Um olhar semiótico sobre modelos e modelagem: metáforas como foco de análise. **Zetetiké**, Campinas, v. 18, número temático, 2010.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L.M.W.; SILVA, K. P. Ciclo de modelagem matemática interpretado à luz de estratégias heurísticas dos alunos. **REnCiMa**, v.12, n.2, p. 1-27, 2021.

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da. Semiótica e as ações cognitivas dos alunos em atividades de Modelagem Matemática: algumas relações. **Ciência & Educação**, v.18, n.3, p. 623-642, 2012.



BASSANEZZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2012.

BORROMEO FERRI, R. B. Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. **ZDM**, v. 38, n. 2, p. 86-95, 2006.

BORROMEO FERRI, R. B. Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education. **Picassoplatz**, Switzerland: Springer, p. 13-39, 2018.

BORSSOI, A. H. **Modelagem Matemática, Aprendizagem Significativa e Tecnologias**: articulações em diferentes contextos educacionais. Tese de Doutorado (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora. 1994.

BLUM, W. Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? In: CHO, S. J. (Ed). **The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education: Intellectual and Attitudinal Changes**. New York: Springer, 2015, p. 73-96.

BLUM, W.; FERRI, R. B. Mathematical Modelling: Can it Be Taught And Learnt? **Journal of Mathematical Modelling and Application**. Vol.1, No. 1, p. 45-58, 2009.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Modelagem na Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 10-27, 2010.

CASTRO, É. M. V. **Procedimentos dos alunos associados às suas ações cognitivas em atividades de modelagem matemática**. Dissertação – Universidade Estadual do Centro-Oeste, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Guarapuava. 111f., 2017.

FONTANINI, M. L. C. **Modelagem matemática X aprendizagem significativa**: uma investigação usando mapas conceituais. 2007. 248f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

KLÜBER, T. E. **Uma metacompreensão da Modelagem Matemática na Educação Matemática**. (Tese de doutorado). Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2012.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.



TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. W. Um olhar sobre os usos da linguagem por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental em atividades de Modelagem Matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 5, p. 83-105, 2016.

VERONEZ, M.R.D.; CASTRO, E.M.V.; MARTINS, M.A. Uma Investigação Acerca do Problema em Atividades de Modelagem Matemática. **VIDYA**, v. 38, n. 1, p. 223-235, jan./jun., 2018 - Santa Maria, 2018.

VERONEZ, M. R. D; ALMEIDA, L. M. W. Sobre o papel dos signos em atividades de modelagem matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)**, v. 8, p. 142-157, 2017.

VERTUAN, R. E. **Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática**. 2013. 247p. Tese de Doutorado (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, 2013.