



União da Vitória - Paraná

IX EPMEM

Encontro Paranaense de Modelagem na
Educação Matemática

Modelagem Matemática associada ao Pensamento Funcional: uma atividade a partir de dados de um Pluviômetro Caseiro

Informações sobre as Autoras:

Gizele Antunes da Luz

Universidade Tecnológica Federal do Paraná
(UTFPR)
gizeleantunes@outlook.com

Adriana Helena Borssoi

Universidade Tecnológica Federal do Paraná
(UTFPR)
adrianaborssoi@utfpr.edu.br

Resumo

Neste artigo apresentamos o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática cujo objetivo principal é evidenciar o Pensamento Funcional a partir de dados coletados com um pluviômetro caseiro, durante o mês de maio de 2022. Nessa pesquisa, evidenciamos estratégias e tipos de Pensamento Funcional mobilizados por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental quando relacionam os dias com os milímetros de chuva ao buscar representar os dados coletados em um gráfico. A metodologia utilizada para a análise dos dados foi a qualitativa interpretativa. Por meio da atividade, foi possível evidenciar que os alunos mobilizaram o Pensamento Funcional Recursivo e Covariacional e que é oportuno dar continuidade no estudo da temática visando proporcionar o desenvolvimento do Pensamento Funcional por Correspondência.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Ensino Fundamental.

Abstract

In this paper we present the development of a Mathematical Modeling activity whose main objective is to highlight Functional Thinking from data collected with a homemade rain gauge, during the month of May 2022. In this research, we evidenced strategies and types of Functional Thinking mobilized by students of the 9th grade of Elementary School when they relate the days with the millimeters of rain when trying to represent the data collected in a graph. The methodology used for data analysis was the qualitative-interpretative one. Through the activity, it was possible to observe that the students were able to mobilize Recursive and Covariational Functional Thinking, and that it is opportune to continue the study of the thematic activity aiming to provide the development of Functional Thinking by Correspondence.

Keywords: Mathematical Modeling. Elementary School.

Realização:





Introdução

Uma das unidades temáticas do currículo de Matemática apresentada na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) no Ensino Fundamental, é a Álgebra, cujo objetivo é o desenvolvimento do Pensamento Algébrico (BRASIL, 2018). Em nossa pesquisa de mestrado, em construção, temos interesse em oportunizar aos alunos o desenvolvimento do Pensamento Funcional, este que é uma das principais vertentes do Pensamento Algébrico (KAPUT, 2008).

Entendemos que o nível de abstração requerido ao se trabalhar com a Álgebra e a dificuldade em associá-la com situações do cotidiano, contribuem com a dificuldade e a falta de interesse muitas vezes demonstrada pelos alunos. Assim, com o intuito de buscar o envolvimento dos alunos em aulas de Matemática, visando contribuir e aprimorar o processo de ensino e aprendizagem e inspiradas em Almeida, Silva e Vertuan (2012), Biembengut e Hein (2018), assumimos a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica, devido seu potencial para transformar a sala de aula em um espaço favorável para os alunos se colocarem em ação.

De acordo com a BNCC, a aprendizagem em Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental busca a compreensão de significados dos objetos matemáticos, ou seja, nesta etapa espera-se que o aluno seja capaz de estabelecer relações entre os objetos e seu cotidiano, entre eles e os diferentes temas matemáticos e, por fim, entre eles e os demais componentes curriculares.

A Modelagem Matemática possibilita estudar uma diversidade de temáticas, compreendemos que diversas situações do cotidiano estão associadas a diferentes relações funcionais. Assim, ao associarmos a Modelagem Matemática ao Pensamento Funcional buscamos possibilitar aos alunos analisar as variações e (co)variações familiarizando-os, ainda que intuitivamente, com o estudo das funções.

É nesta fase, dos Anos Finais do Ensino Fundamental, que se faz necessário destacar a importância da comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação. Conforme a BNCC, é no 9º ano que o aluno deve começar a compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

Santos (2021) apresenta um levantamento realizado para identificar trabalhos de Modelagem Matemática realizados nos Anos Finais do Ensino Fundamental, a autora faz buscas no Repositório Institucional da UTFPR (RIUT), no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Ensino de



Matemática (PPGMAT) e em um recente número da Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa), do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul. A autora menciona que foram encontrados um total de 34 trabalhos sobre Modelagem Matemática, sendo 16 no âmbito do PPGMAT, e 18 na REnCiMa, no entanto, apenas 4 trabalhos estão relacionados à Modelagem Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Deste modo, com o intuito de ampliar os estudos da Modelagem Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental, propomos neste artigo discutir *como uma atividade de Modelagem Matemática pode oportunizar o desenvolvimento do Pensamento Funcional de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental?*

Para tanto, apresentamos a seguir o referencial teórico sobre a Modelagem Matemática na Educação Matemática e sobre o Pensamento Funcional, os aspectos metodológicos da atividade desenvolvida, a descrição e análise de dados, por fim, as considerações finais e as referências.

Modelagem Matemática na Educação Matemática

É fato que, enquanto professores, nunca vamos conseguir ensinar ou apresentar aos alunos toda Matemática que eles vão necessitar, entretanto, é fundamental que aprendam a formular e resolver situações-problemas do cotidiano, principalmente problemas relacionados ao seu cotidiano extraescolar, para isso é necessário que os alunos sejam instigados a ter confiança de que serão capazes de fazê-lo.

Compreendemos que uma atividade de Modelagem Matemática pode então explorar problemas oriundos do mundo real, que versam diretamente sobre a aplicação da Matemática de maneira contextualizada. Bassanezi (2002, p. 16) caracteriza a Modelagem Matemática da seguinte forma: “[...] Modelagem Matemática consiste essencialmente na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do seu contexto de origem.”

Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 15) definem que a “Modelagem Matemática visa propor soluções para problemas por meio de modelos matemáticos. O modelo matemático, nesse caso, é o que ‘dá forma’ à solução do problema e a Modelagem Matemática é a ‘atividade’ de busca por essa solução”. No entendimento de Biembengut e Hein (2018, p. 12), a Modelagem Matemática é “[...] o processo que envolve a obtenção de um modelo”. Para o ensino da Matemática, Biembengut e Hein (2018, p. 18) expressam que a Modelagem Matemática pode ser “[...] um caminho para



despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente”.

Documentos como as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Paraná (PARANÁ, 2008-2019), e a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) destacam argumentos favoráveis quanto ao uso da Modelagem Matemática em sala de aula. Estes argumentos estão relacionados ao fato de a modelagem possibilitar o interesse do aluno pela Matemática por meio de atividades cujos problemas originam-se de temáticas que lhes são familiares ou despertam curiosidade, as quais podem, inclusive, estar relacionadas a outras áreas do conhecimento (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Para Almeida, Silva e Vertuan (2012) uma atividade de Modelagem Matemática, consiste em um conjunto de procedimentos sistematizados para a configuração, estruturação e resolução de uma situação-problema, as quais se caracterizam como: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação. Os autores descrevem as fases da seguinte forma: (1) inteiração, que representa a identificação e estruturação de uma situação-problema; (2) matematização, onde ocorre o processo de transformação da linguagem natural para a linguagem Matemática; (3) resolução, que consiste na construção de um modelo matemático capaz de descrever a situação; (4) interpretação de resultados e validação, que trata do processo avaliativo da resposta obtida a partir do modelo matemático encontrado.

Nesta perspectiva de colocar o aluno em ação, apresentamos neste trabalho uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvida em uma escola pública do Paraná com alunos de 9º do Ensino Fundamental.

Na próxima seção trazemos algumas considerações acerca do Pensamento Funcional, com a intenção de identificar a presença deste tipo de pensamento na resolução da atividade de Modelagem Matemática apresentada neste texto.

Pensamento Funcional

De acordo com a BNCC ao trabalhar a unidade temática Álgebra na disciplina de Matemática, o objetivo principal é que ocorra o desenvolvimento do Pensamento Algébrico. A BNCC afirma que para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico ocorrer:

[...] é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de



interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados (BRASIL, 2018, p. 272).

Blanton e Kaput (2005, p. 413, tradução nossa) definem o Pensamento Algébrico como “[...] um processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade”. Os autores categorizam quatro formas de Pensamento Algébrico:

(a) o uso da aritmética como domínio da expressão e a formalização da generalização (aritmética generalizada); (b) a generalização de padrões numéricos para descrever as relações funcionais (pensamento funcional); (c) a modelagem como um domínio para a expressão e formalização das generalizações; e (d) a generalização sobre sistemas matemáticos abstraídos de cálculos e das relações (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413, tradução nossa).

Para uma melhor compreensão a respeito do Pensamento Funcional, nos apoiaremos em Blanton e Kaput (2011, p. 8, tradução nossa), que o classificam de três formas:

[...] (1) padronização recursiva envolve variação encontrando dentro de uma sequência de valores; (2) pensamento covariacional é baseado na análise de como duas quantidades variam simultaneamente e manter a mudança como uma parte explícita, dinâmica de descrição de uma função (por exemplo, “como x aumenta em um, y aumenta em três”) e (3) relação de correspondência baseia-se na identificação de uma correlação entre as variáveis (por exemplo, “ y é 3 vezes x mais 2”).

Segundo os autores, o Pensamento Funcional é um processo em que atividades são transformadas em oportunidades para generalizar e relacionar padrões matemáticos, no que se refere ao estudo de funções de variáveis reais, é imprescindível compreender de que maneira as variáveis se relacionam, com o objetivo de conseguir explicitar uma relação funcional entre elas.

Aspectos Metodológicos

A atividade que descreveremos e analisaremos na próxima seção decorre de uma turma com 29 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública localizada no município de Dois Vizinhos-PR. Uma particularidade que ocorre nesta escola em dias chuvosos é que, devido a ocorrência de goteiras na sala de aula, existe a necessidade de posicionar baldes, e isto já faz parte da rotina escolar. A Professora, primeira autora desse artigo, em diálogo com os alunos em um dia



chuvoso os questionou se tinham conhecimento de como é calculado os milímetros de chuva e embora os alunos não soubessem responder à questão, demonstraram curiosidade em saber.

Inspiradas na atividade proposta por Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 89) “Medindo a quantidade de chuva”, foi proposto aos alunos pesquisar como ocorre essa medição. A partir de pesquisas os alunos identificaram que um instrumento utilizado é o pluviômetro. Na sequência, os alunos foram organizados em 5 grupos e orientados a pesquisar e confeccionar um pluviômetro caseiro, além disso, fazer os registros diários durante todo o mês de maio de 2022. A ação de coleta de dados durante o mês ficou sob responsabilidade de apenas um integrante de cada grupo, o qual também deveria compartilhar os dados, via *WhatsApp*¹, com os demais. Para o desenvolvimento da atividade os grupos foram organizados como segue:

Quadro 1 - Grupos

Grupos	Alunos
Grupo 1	A1, A2, A3, A4, A5, A6
Grupo 2	A7, A8, A9, A10, A11, 12
Grupo 3	A13, A14, A15, A16, A17, A18
Grupo 4	A19, A20, A21, A22, A23, A24
Grupo 5	A25, A26, A27, A28, A29

Fonte: Das autoras

A partir dos dados coletados, a atividade teve sequência no primeiro dia de junho de 2022. Para o seu desenvolvimento, foi disponibilizado para cada grupo uma folha com instruções e informações sobre o tema, conforme o Quadro 2, e duas folhas milimetradas para a representação gráfica.

Em sala de aula, a atividade de Modelagem Matemática foi desenvolvida em quatro aulas de 50 minutos: duas aulas para discutir sobre a atividade proposta e apresentar uma solução e duas aulas para a apresentação de cada grupo e sistematização em conjunto com a Professora.

Os dados que subsidiam nossa análise são os registros em grupos de mensagens instantâneas no *WhatsApp*, a gravação em áudio e vídeo da discussão dos grupos, que foram transcritos na íntegra, os registros no desenvolvimento da atividade realizados pelos alunos² e entregue à Professora.

¹*WhatsApp* é um aplicativo multiplataforma de mensagens instantâneas e chamadas de voz para smartphones. Além de mensagens de texto, os usuários podem enviar imagens, vídeos e documentos em PDF, além de fazer ligações grátis por meio de uma conexão com a internet.

² Todos os alunos têm consentimento para participar da pesquisa, formalizada pelo projeto CEP 5.418.209 e aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa CEP-UTFPR *campus* Medianeira.

Quadro 2 - Atividade**Atividade 1 - Medindo a quantidade da chuva – Pluviômetro**

Os dados apresentados representam o comportamento da chuva e da temperatura na cidade de Dois Vizinhos ao longo do ano. Na tabela está representado as médias climatológicas, esses valores foram calculados a partir de uma série de dados de 30 anos observados.

Mês	Minima (°C)	Máxima (°C)	Precipitação (mm)
Janeiro	20°	29°	165
Fevereiro	19°	29°	154
Março	18°	29°	116
Abril	16°	26°	148
Maio	13°	22°	162
Junho	11°	21°	143
Julho	11°	21°	129
Agosto	12°	24°	107
Setembro	13°	24°	181
Outubro	16°	26°	208
Novembro	17°	28°	172
Dezembro	19°	29°	179

Disponível em: <https://www.climatempo.com.br/climatologia/1309/doisvizinhos-pr>. Acesso em: 04 maio de 2022.

- Durante o mês de maio, vocês realizaram uma coleta de dados utilizando o pluviômetro caseiro. Represente os dados coletados pelo grupo. O pluviômetro construído pelo grupo mostrou-se eficaz?
- Compare os dados coletados em maio de 2022 com a média histórica, o que vocês podem concluir?
- Para que serve o pluviômetro? Como vocês explicam o funcionamento do pluviômetro? Como a matemática pode ajudar a explicar esse funcionamento?

Fonte: Das autoras

Neste artigo trazemos uma análise qualitativa interpretativa, visto que o foco de interesse está voltado para o indivíduo e para suas relações e interações com o ambiente, compreendido nesta pesquisa como sendo o ambiente escolar associado àqueles onde houve a coleta de dados. De acordo com Lüdke e André (2013, p. 13) a pesquisa qualitativa ao focar no processo, mais do que no produto, evidencia que “[...] o interesse do pesquisador ao estudar determinado problema é verificar como ele se manifesta nas atividades, nos procedimentos e nas interações cotidianas”.

Com o objetivo promover e analisar como ocorre o desenvolvimento do Pensamento Funcional dos alunos por meio de uma atividade de Modelagem Matemática, na próxima seção trazemos alguns episódios que permitem analisar a questão de pesquisa: *como uma atividade de Modelagem Matemática pode oportunizar o desenvolvimento do Pensamento Funcional de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental?*

Descrição e Análise da Atividade de Modelagem Matemática

Durante o mês de maio os grupos interagiram e compartilharam os registros de suas coletas de dados utilizando o pluviômetro caseiro entre si e com a Professora pelo *WhatsApp*. A Figura 1 mostra um exemplo de registro realizado pelo integrante do grupo 3, responsável por fazer os registros e compartilhar.

Figura 1 – Parte da coleta de dados do grupo 3



Fonte: Das autoras

Figura 2 – Alunos realizando a atividade



Fonte: Das autoras

Para o desenvolvimento da atividade, inicialmente, cada grupo se organizou em relação aos dados coletados durante o mês e fez a leitura da atividade do Quadro 2, como mostra a Figura 2.

No episódio a seguir, podemos perceber que o grupo 1 buscou compreender o que é solicitado na atividade ao mesmo tempo em que relacionaram as informações com conhecimentos matemáticos, como mostra o diálogo:

A4: Está certo? Tem que colocar todos? (Aluno se refere aos dias do mês)

A5: Não, não colocar todos os dias.

A4: Mas calma!

A3: Tem que colocar todos os dias para ficar mais bonitinho.

Professora: Sim, porque vocês analisaram todos os dias.

A6: É!

A5: Mas e daí os dias que não choveu?

A6: Daí coloca zero!

Consideramos que transitam entre a fase de inteiração e a fase da matematização pois assimilam os dados coletados pelo grupo com as informações da atividade proposta. Para Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 16) a matematização ocorre quando “[...] a busca e elaboração de uma representação Matemática são mediadas por relações entre as características da situação e os conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos adequados para representar matematicamente essas características”.



Além da matematização da situação, podemos perceber no diálogo do grupo 1 que é possível identificar uma vertente do Pensamento Funcional, manifestada por A6, o Pensamento Covariacional. De acordo com Blanton e Kaput (2011), o Pensamento Covariacional é entendido como o raciocínio utilizado para interpretar relações entre duas variáveis, notamos que ao organizar os dados para representá-los o grupo discute sobre como fazê-lo, observamos que A6 estabelece duas variáveis: dias e milímetros, mesmo que não mencione de forma explícita podemos perceber no momento em que A5 questiona: *“mas e daí os dias que não choveu?”* A6 é imediato ao responder *“daí coloca o zero”*, isso indica que o aluno buscou a correlação entre os dias e os milímetros.

Ao propor uma atividade de Modelagem Matemática Almeida, Silva e Vertuan (2012) descrevem que ao transitar pelo processo de matematização o aluno sai do mundo real para o mundo dos símbolos matemáticos, e o uso destes símbolos se dá mediado pelo conhecimento matemático e extramatemático. Ao analisarmos o diálogo realizado pelos alunos do grupo podemos perceber que eles recorrem aos conhecimentos matemáticos estudados previamente nas aulas:

A8: A “a” eu acho que é para fazer um gráfico.

A11: Provavelmente. Aquele que você fez no caderno?

A8: Acho que não. Esse aqui é uma tabela.

A11: Ahhh... tem diferença?

A8: Um pouco.

[...]

A8: Mas é só fazer umas linhas?

A11: Mas que tipo de gráfico que é para fazer?

A8: Um de barras né...é quadriculado.

A9: Se fosse fazer aqueles lá de círculo não ia ser legal.

Observamos neste grupo que A8 propõe inicialmente a utilização de gráfico para representar os dados coletados, podemos perceber também que alguns integrantes do grupo lembram alguns tipos de gráficos como: gráfico de linhas, barras e de setores, embora A9 utilize da expressão *“aqueles lá de círculo”* entendemos que se refere ao gráfico de setores.

Burak (2010) afirma que um dos objetivos ao se propor trabalhar com Modelagem Matemática é tornar os alunos mais ativos e críticos, entendemos que no diálogo do grupo 2 a atividade proposta permitiu perceber estes dois aspectos, pois os alunos discutem acerca da representação ao mesmo tempo em que analisam qual a melhor forma de fazê-la.

Em seguida, após decidirem fazer um gráfico de linhas, os alunos conversaram a respeito de como organizar os valores, ou seja, que valor considerar para os quadradinhos do papel milimetrado para representar os dias e milímetros. Vale ressaltar, que uma dentre as habilidades propostas pela



BNCC ao estudar funções é a representação gráfica, almeja-se que os alunos sejam capazes de realizar divisões proporcionais, inclusive com escalas. Neste sentido, entendemos que quando A8 questiona *“Será que os quadradinhos vamos fazer que valem 1?”* e argumenta *“Mas tem um dia que tem 98 e aqui não vai ter 100 quadradinho”*, percebemos que os alunos buscam uma medida para definir as dimensões proporcionais dos dados reais dos milímetros para a representação gráfica, ou seja, um valor para que cada quadradinho represente os milímetros de chuva.

A8: É, vamos ver quantos quadrados vai dar (A8 conta os quadradinhos e chega em 60).

[...]

A8: Não vai dar.

A12: Vamos ter que ter duas folhas...divide por dois.

A8: É.

A12: É divide por dois, coloca 30, pronto. Fala que foi a metade.

A8: Diminui.

A9: Diminui do 90 para 50 que é melhor.

Embora o Pensamento Funcional esteja associado ao estudo das funções, ao analisarmos o pensamento envolvido quando A8 sugere: *“É. Por cinco até que é uma boa...mas...vou arredondar para 100 daí vai ficar por 5 mesmo”*, na busca de uma proporção para representação gráfica, podemos perceber que o aluno manifesta o Pensamento Recursivo ao relacionar que os milímetros sejam representados de 5 em 5, podemos notar que o aluno busca um padrão na escala para representação gráfica dos dados, de acordo com Blanton e Kaput (2011) este tipo de pensamento envolve a variação dentro de uma determinada sequência.

A9: Ahh...sim.

A12: Boa matemática, arredondar para 100.

A8: Sim! Arredondar para 100, cada um desse aqui vai valer 5... os milímetros.

A12: Mas se vai arredondar para 100, compensa deixar 90.

A8: Mas tem 98.

A12: Mas e você falou que deu 90.

A8: 98, A12.

A9: Tá, então cada um desse aqui vale 5?

A8: Aham.

A9: E os de 6?

A8: Eu arredondo

A12: Arredonda para 10 daí?

A8: Não...eu tenho um de 17, um de 4, um de 13 e um de 11.

A12: Não...boa sorte.

A8: E por dois não vai dar.

Uma dificuldade apresentada pelo grupo 2 é em relação a determinação dos pontos (pares ordenados), pois é possível perceber que o grupo quer encontrar o máximo divisor comum referente a todos os valores coletados, pois querem que no eixo y estejam representados todos os valores em um mesmo espaçamento de quadradinhos. Assim, percebemos o potencial da atividade



em proporcionar aos alunos o desenvolvimento do Pensamento Recursivo em busca de uma medida proporcional na representação dos dados em cada um dos eixos.

Blanton e Kaput (2005, p. 35) argumentam que o Pensamento Covariacional é “[...] baseado em analisar como duas quantidades variam simultaneamente e manter a mudança como uma parte explícita e dinâmica da descrição de uma função”. Entendemos que ao propor a representação gráfica dos dados coletados o conjunto de atividades cognitivas envolvidas ao fazerem as tentativas: de 2 em 2, de 5 em 5, de 6 em 6, os alunos buscam uma relação entre o espaço para esboçar o gráfico e os valores em milímetros o que sugere a expressão do Pensamento Covariacional. Podemos observar no diálogo destacado:

A8: Tá, no dia 1 choveu 5 milímetros, no dia dois choveu 55. A9 começa de 5 e vai para 50. Vamos contar aqui para ver aonde que vai ser o 50 (aluna faz a contagem).

A8: Vamos fazer outro gráfico ou vamos fazer esse aqui? Porque esse aqui não vai dar certo.

A11: Esse é muito difícil.

A9: Mais o de barras não seria mais fácil?

A8: Mas como a gente vai fazer o de barras se aqui não vai até 50? Vamos fazer aqui o de barras.

A9: Aí só faz as barras menores? Tipo os quadradinhos menores? Aí você vai dividir os quadradinhos para eles ficar menor?

A8: Não! Sem os quadradinhos.

A11: Mas daí como que você vai saber a altura de 50?

A9: Mas então, no início dá de fazer assim então, não precisa ser representado cada quadradinho como 1.

A12: Mas então porque ela deu o quadradinho então?

A11: Porque era para dar.

A9: Não precisa ser cada um, 1 milímetro.

A8: Tá.

[...]

A8: Olha aqui ó, aqui é zero, pulei cinco deu 10, entendeu? (A8 tenta explicar que deixou um intervalo de cinco quadradinhos para representar 10 milímetros, ou seja, cada quadradinho equivale a 2 milímetros)

A11: Então a cada cinco quadradinho vai valer 10?

A8: Aham.

Além do Pensamento Covariacional, podemos perceber o Pensamento Recursivo expressado por A8, ao definir o primeiro elemento *“aqui é zero, pulei cinco deu 10”*, notamos que o aluno consegue identificar uma forma padronizada para representar a sequência no eixo dos milímetros, e a partir de sua explicação A11 identifica a relação expressando *“então a cada cinco quadradinho vai valer 10?”*.

No episódio a seguir, destacamos um trecho inicial de como ocorreu a discussão do grupo 3 para o desenvolvimento da atividade. Percebemos no episódio que A18 ao questionar *“dia 1, choveu quanto? 5”* manifesta o Pensamento Covariacional pois relaciona os dias com os milímetros, verificando a variação conforme os dias. O mesmo acontece com A17 quando contribui *“você vai colocar dia tal e o milímetro”*.



- A18: Vou fazer que cada 1 quadradinho conta 2. (Se refere a 2 milímetros)
A16: 1 quadradinho conta como o que?
A18: Dois. Porque aqui eu coloquei 40 e 40 vezes 2 é 80. Entendeu?
[...]
A18: 48, 50.
A17: 50?
A18: É que a máxima foi 78 aí eu vou pôr até 80. (Continua contando 52, 54, ...)
[...]
A18: Dia 1, choveu quanto? 5
A14: Coloca ali, meia (aluna se refere a pintar dois quadradinhos e a metade de outro) Qual é a máxima?
A17: Você vai colocar dia tal e o milímetro. (Aluna se organiza e se localiza na organização dos eixos)

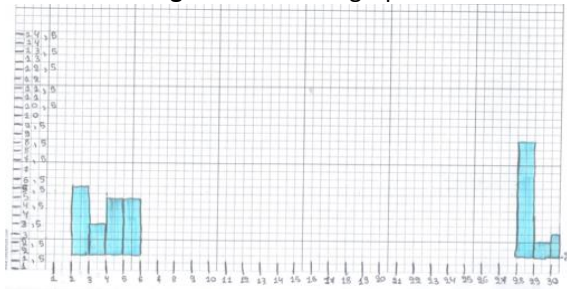
O grupo 4 não realizou a coleta de todos os dias do mês de maio, portanto, para realização da atividade utilizaram os dados coletados pela professora nos dias que faltaram os dados. Para realizar a atividade o grupo 4, com a intervenção da professora, conseguiu relacionar os dias com os milímetros para representação gráfica. Quando A19 sugere que os milímetros sejam representados de 5 em 5, ou seja, sugere a escala que quando aumenta 1 quadradinho os milímetros aumentam em 5, podemos perceber indícios do Pensamento Covariacional, conforme o episódio destacado:

- Professora: Para fazer a representação gráfica, um eixo vai ser o que?
A24: O eixo? Como assim o eixo?
Professora: Quais são as variáveis que a gente tem nessa tabela?
A24: Calma, deixa eu olhar a tabela.
Professora: A tabela fala do que?
A24: Dos dias.
Professora: E o que mais?
A24: Dos milímetros que choveu.
Professora: Então as variáveis que tem no gráfico?
A20: Então, por exemplo, vai colocar dia 1 e se ali choveu coloca um pouquinho.
A19: Dia 1, 5 milímetros, dia 2, cinco e meio.
A24: Tá, dia 4, 5, 6, 7, 8 e 9 não choveu nada, daí dia 11, 12 e 13 não choveu (O aluno faz a contagem de todos os dias que não choveu).
A19: Tá, daí vamos representar como? De 0, 5, 10, 20, 30?
A24: Olha aqui, 17 foi um bom dia. Você vai querer juntar esses daí com esses daqui?
A19: O A24 a gente pode fazer 1, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35 ou fazer de 1, 2, 3, 4, 5...
A24: Como assim?
A19: Para a gente fazer o gráfico.

Com a análise de parte dos dados dos grupos 1, 2, 3 e 4 ao desenvolverem a primeira parte da atividade de Modelagem Matemática (Quadro 2, item “a”) evidenciamos manifestações do Pensamento Funcional Recursivo e do Pensamento Covariacional, mesmo que as análises tenham se dado de forma isolada ao olhar quais as proporções em termos de escalas utilizadas pelos grupos. Entendemos que proporcionar aos alunos atividades que permitam analisar e discutir a representação gráfica são fundamentais para o estudo de funções.

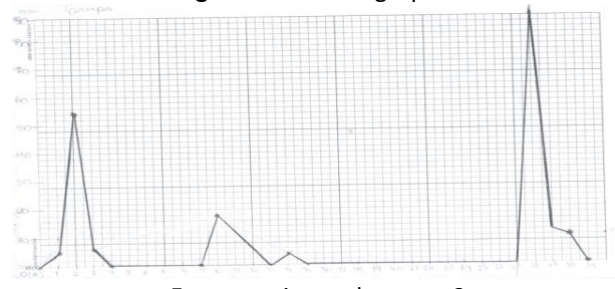
A seguir, apresentamos a representação desenvolvida pelos grupos. Na Figura 3, vemos que o grupo 1 optou pelo gráfico de colunas e, apesar do que revelou o diálogo, transformou os dados coletados em milímetros para centímetros, além disso o grupo optou por representar os milímetros de chuva considerando cada quadradinho com 0,5, ou seja os intervalos são de 0,5 em 0,5 enquanto para o eixo dos dias o grupo considerou um intervalo de 2 em 2.

Figura 3 – Gráfico grupo 1



Fonte: registros do grupo 1

Figura 4 – Gráfico grupo 2

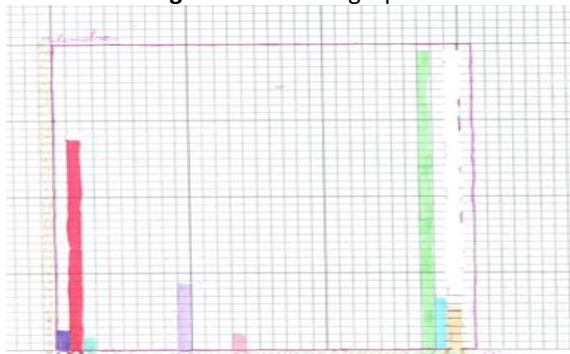


Fonte: registros do grupo 2

O grupo 2, por sua vez optou pelo gráfico de linhas (Figura 4). O grupo considerou o eixo y como milímetros e o eixo x os dias, podemos perceber que o grupo considerou um intervalo de 5 quadradinhos para representar 10 milímetros, como exposto do diálogo, além disso os dias com intervalos de 2 quadradinhos.

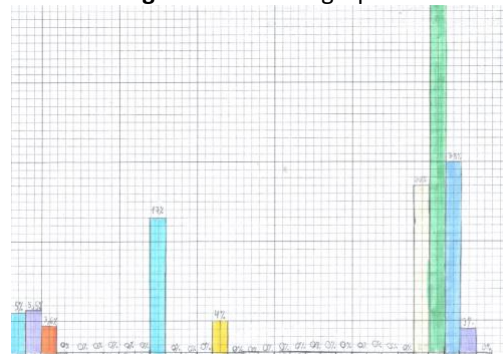
O grupo 3, como mostra a Figura 5, representou utilizando um gráfico de colunas. Podemos perceber que o grupo considerou cada quadradinho como 1 no eixo dos dias, e no eixo dos milímetros considerou cada um equivalente a dois milímetros. No gráfico entregue pelo grupo 4 (Figura 6) percebemos que o grupo considerou dois quadradinhos para representar cada dia e cada linha considerou os milímetros.

Figura 5 – Gráfico grupo 3



Fonte: registros do grupo 3

Figura 6 – Gráfico grupo 4



Fonte: registros do grupo 4



Embora a professora tenha fornecido os dados coletados, feito várias intervenções com o grupo 5, os mesmos não se envolveram com a atividade, seja na parte de coleta de dados até mesmo da representação dos dados fornecidos, os integrantes do grupo também não salvaram os áudios durante a aula. Na folha milimetrada o grupo reproduziu os dados fornecidos pela professora em uma tabela.

Diante do exposto, compreendemos que o desenvolvimento dessa atividade de Modelagem Matemática, não oportunizou aos alunos a manifestação do Pensamento Funcional por Correspondência. Devido à natureza da problemática, não existe uma regra pré-determinada para a quantidade de chuva, no entanto consideramos que decorre dela uma atividade com potencial para proporcionar tal pensamento, o diálogo a seguir dá indícios para a continuidade do trabalho com essa temática.

A14: Na “b” vai coletar o que?

A17: A “b” tem que fazer os cálculos ainda.

A14: Ué, mas da de ver nitidamente que aumentou.

A17: Sim! Aumentou. Compare os dados, é só fazer as contas.

A14: Mas a conta da diferença, tipo no caso.

A18: Do que? Não acho que vai ser a diferença, não sei...

A18: Mas o que a gente pode concluir com a diferença?

A17: Ué que choveu muito.

A15: Que choveu mais que a pesquisa de 30 anos.

A18: É! Alagou.

Professora: Já responderam a “b” e a “c”?

A14: Só um pedaço.

Professora: O que vocês concluíram na “c”?

A18: É isso que nós estamos pensando.

A14: A “c” a gente concluiu, não sei se está certo, falta a última pergunta.

Professora: O que será que significa chover 1 milímetro?

A18: Que choveu um milímetro!

Professora: Que choveu um milímetro, tudo bem, mas em termos de quantidade de água?

(Os integrantes do grupo sugerem que A18 deve saber responder pois é a integrante que fez a coleta dos dados)

Professora: Será que chover 1 milímetro é bastante água? Em termos de quantidade?

A18: Não é pouco, porque uma vez eu coloquei lá, choveu “bastantinho”, mas não deu um milímetro, nem apareceu na régua.

O episódio destacado, é realizado junto ao grupo 3, porém a pergunta “o que será que significa chover 1 milímetro?” foi realizada para todos os grupos ao orientar sobre o desenvolvimento das questões “b” e “c”, o objetivo ao instigar os alunos a responderem à pergunta, se dá pelo fato de a atividade desenvolvida gerar uma segunda atividade, sobre armazenamento de água da chuva em Cisterna.



Considerações Finais

O objetivo desta atividade era de investigar como uma atividade de Modelagem Matemática pode oportunizar o desenvolvimento do Pensamento Funcional. Consideramos que a partir da realização dessa atividade foi possível evidenciar que os alunos puderam mobilizar o Pensamento Funcional Recursivo e Covariacional para a representação gráfica da situação-problema, embora a atividade desenvolvida não permitiu a generalização da situação, devido a particularidade do fenômeno observado, podemos perceber que durante a realização os alunos se mostraram interessados e empenhados em buscar uma solução para a atividade de Modelagem Matemática.

As representações gráficas, que podem ser consideradas os modelos, obtida pelos grupos não correspondem ao gráfico de uma função matemática, mas permitiu explorar a noção intuitiva de função por meio da percepção da relação entre duas variáveis. É importante destacar que para o desenvolvimento da atividade não foram utilizadas ferramentas algébricas ou se assumiu um conhecimento da definição “formal” de função como requisito para que o aluno pudesse com elas lidar.

Na perspectiva de Blanton e Kaput (2011) o Pensamento Funcional é um processo em que atividades são transformadas em oportunidades para generalizar e relacionar padrões matemáticos. O desenvolvimento desta atividade suscitou uma continuidade, que pode propiciar a ocorrência do Pensamento Funcional por Correspondência, visto que faz parte do currículo para a disciplina de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental que os alunos consigam constatar uma relação funcional de duas variáveis.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Editora Contexto, 2012.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 5ª ed. São Paulo: Contexto, 2018.

BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, Boston, v. 36, n. 5, p. 412- 446, 2005.



BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Functional Thinking as a Route Into Algebra in the Elementary Grades. **ZDM—International Reviews on Mathematical Education**, 2011, 37(1), 34–42.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**. Brasil, v. 1, n. 01, p. 10-27, 2010.

KAPUT, J. What is Algebra? What is algebraic reasoning?. In: J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton (Eds.), **Algebra in the Early Grades**, p.5-17. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. D. **Pesquisa em Educação - Abordagens Qualitativas**, 2ª edição . Grupo GEN, 2013. 978-85-216-2306-9. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2306-9/>. Acesso em: 28 fev. 2022.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática**. Curitiba, 2008. Disponível em: https://www.educacao.pr.gov.br/sites/default/arquivos_restritos/files/documento/2019-12/dce_mat.pdf. Acesso em: 08 jul. 2022.

SANTOS, L. C. **Matematização em atividades de modelagem matemática nos anos finais do ensino fundamental**. 2021. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.