



União da Vitória - Paraná

IX EPMEM

Encontro Paranaense de Modelagem na
Educação Matemática

Informações sobre as Autoras:

Élida Maiara Velozo de Castro

Universidade Estadual de Londrina (UEL)
elidamaiara@hotmail.com

Lourdes Maria Werle de Almeida

Universidade Estadual de Londrina (UEL)
lourdes@uel.br

Estratégias Metacognitivas delimitando Hipóteses e Simplificações em Atividades de Modelagem Matemática

Resumo

Neste artigo orienta nossas discussões a seguinte questão: “Que contributos estratégias metacognitivas podem oferecer para a formulação de hipóteses e as simplificações no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática?”. Para tanto, apresentamos uma compreensão de hipóteses em modelagem e discutimos estratégias metacognitivas que foram contributivas para duas atividades dessa natureza. A pesquisa segue a abordagem qualitativa e os dados empíricos foram coletados por meio de gravações das aulas e relatórios de dois grupos de alunos de um curso de Licenciatura em Matemática. Os resultados sugerem que as hipóteses e simplificações assumidas em uma atividade de modelagem podem emergir da articulação de diferentes estratégias metacognitivas utilizadas ou manifestas pelos alunos em suas ações ao longo da atividade.

Palavras-chave: Hipóteses. Modelagem Matemática. Estratégias Metacognitivas.

Abstract

In this article guides our discussions the following question: “What contributions can metacognitive strategies offer for the formulation of hypotheses in the development of mathematical modeling activities?”. To this end, we present an understanding of modeling hypotheses and discuss metacognitive strategies that were contributory to two activities of this nature. The research follows a qualitative approach and empirical data were collected through recordings of classes and reports from two groups of students from a Mathematics Licentiate course. The results suggest that the hypotheses and simplifications assumed in a modeling activity can emerge from the articulation of different metacognitive strategies used or manifested by the students in their actions throughout the activity.

Keywords: Hypotheses. Mathematical Modeling. Metacognitive Strategies.

Realização:





Introdução

A modelagem matemática¹ dirigida a situações do mundo real requer a formulação do problema antes da resolução do problema e os resultados obtidos são considerados em seu contexto original. Atividades dessa natureza têm caráter aberto e permitem diversos encaminhamentos de acordo com as opções assumidas, dado que nem o problema nem a matemática são conhecidos previamente e, portanto, exige que o próprio modelador faça delimitações necessárias.

Neste sentido, em geral, Almeida e Dias (2004, p. 21) entendem a modelagem matemática “como um estudo matemático acerca de um problema não essencialmente matemático, que envolve a formulação de hipóteses e simplificações adequadas na criação de modelos matemáticos para analisar o problema em estudo”. Ou seja, a modelagem está diretamente associada à noção de hipóteses e de simplificações que permitam tornar o problema tratável para resolvê-lo matematicamente.

Almeida, Souza e Tortola (2021) apontam que uma das especificidades em atividades de modelagem é a formulação de hipóteses e indicam que desdobramentos relevantes para a atividade de modelagem decorrem dessa formulação. Já Galbraith e Stillman (2001), discutem a ação das simplificações em atividades de modelagem, pontuando que, se por um lado não se pode simplificar demasiadamente a situação, por outro lado, é preciso ponderar que a complexidade de situações da realidade requer que se dê prioridade os aspectos mais importantes sobre tal situação para a abordagem matemática da situação.

Particularmente, neste estudo, considerando a natureza dos problemas e os encaminhamentos requeridos em atividades de modelagem, reconhecemos que as ações dos alunos nessas atividades não são independentes de suas estratégias metacognitivas (STILLMAN, 2004; YILDIRIM, 2011; VERTUAN; ALMEIDA, 2016; VORHÖLTER, 2018; VORHÖLTER, 2019; VORHÖLTER; KRÜGER, 2021; ALMEIDA; CASTRO; PIEROBOM, 2021).

Nesse contexto, assumimos a seguinte questão: Que contributos estratégias metacognitivas podem oferecer para a estruturação de hipóteses e o uso de simplificações no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática? Para tanto, apresentamos uma perspectiva de estratégias metacognitivas em modelagem e discutimos elementos a elas associados para a

¹ Os termos “modelagem matemática” e “modelagem” são entendidos como sinônimos no presente artigo.



formulação de hipóteses e de simplificações em duas atividades de modelagem matemática desenvolvidas por dois grupos de alunos de um curso de Licenciatura em Matemática.

Hipóteses e simplificações em atividades de modelagem matemática

Em modelagem matemática espera-se que os alunos desenvolvam atitudes de investigação quando em contato com situações problemáticas, ou seja, colocá-los na posição de quem precisa pensar matematicamente sobre uma situação que, muitas vezes, não tem origem na matemática, ao passo que ele torna-se responsável por elaborar um problema, elencar hipóteses, realizar simplificações, planejar ações que o levem a validar (ou não) os resultados encontrados e, até mesmo, monitorar os encaminhamentos de resolução.

Esse contexto nos leva a assumir, assim como Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 9) que ela “constitui de uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático” e

tem em uma situação problemática a sua origem e tem como característica essencial a possibilidade de abarcar a cotidianidade ou a relação com aspectos externos à Matemática, caracterizando-se como um conjunto de procedimentos mediante o qual se definem estratégias de ação do sujeito em relação a um problema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 15).

Isso implica reconhecer que a transição da situação inicial para a situação final requer um conjunto de etapas e procedimentos necessários para configuração, estruturação e resolução de uma situação problemática. De modo particular, neste estudo, voltamos nossa atenção para a formulação de hipóteses e as simplificações.

A ideia de hipóteses em modelagem matemática se associa com uma suposição bem fundamentada, como sugere Almeida (2014), considerando informações do contexto do problema. Esse entendimento se alinha com a definição do Dicionário Oxford que descreve hipótese como:

1. proposição que se admite, independentemente do fato de ser verdadeira ou falsa, como um princípio a partir do qual se pode deduzir um determinado conjunto de consequências; suposição, conjectura.
2. MATEMÁTICA: aquilo que se toma como dados de um problema (ou como enunciações) e a partir do qual se parte para demonstrar um teorema.

Segundo Bassanezi (2002), as hipóteses dirigem a investigação em modelagem matemática. Alinhados a essa compreensão, Almeida e Vertuan (2011, p. 22) entendem “as hipóteses como



fatores que se colocam no caminho para indicar direções”. Bean (2001) destaca que as hipóteses e as simplificações são a essência da modelagem matemática, pois

os aspectos que distinguem a modelagem matemática de outras aplicações de matemática são as exigências das hipóteses e das aproximações simplificadoras como requisitos na criação de modelos. As demais etapas o problema, a resolução e a verificação da matemática, a validação da solução e a decisão valem para qualquer tipo de solução de problema envolvendo matemática (BEAN, 2001, p. 53).

Neste mesmo sentido, Almeida, Sousa e Tortola (2021) apontam que desdobramentos importantes para as ações dos alunos se seguem da formulação de hipóteses adequadas e pertinentes para a situação em estudo.

Entretanto, deve-se considerar que, na interação entre a matemática e o mundo real a situação real costuma ter tantas facetas que não se pode levar tudo em conta, então basta decidir quais aspectos são mais importantes e mantê-los. Essas decisões promovem uma versão que em Stilmann et al. (2015) se caracteriza como situação idealizada da situação do mundo real, que traduzida em termos matemáticos conduz ao modelo matemático da situação idealizada para deliberar sobre a situação real. Segundo Borromeo Ferri (2006), as simplificações auxiliam no estudo do problema em atividades de modelagem matemática, ao passo que podem promover reduções que tornam o problema menos complexo, considerando-se a importância que cada informação/dado exerce sobre a situação do mundo real. Assim, as simplificações viabilizam que apenas os aspectos mais importantes ou características-chave da situação sejam selecionados. Para isso, é necessário que o aluno mobilize estratégias diversas, dentre elas, estratégias metacognitivas.

Estratégias metacognitivas em modelagem matemática

O uso de estratégias metacognitivas, especificamente em modelagem matemática, contém componentes que afetam o desenvolvimento da atividade e a aprendizagem do aluno, posto que há um planejamento do processo de solução, a definição de metas e a determinação de etapas de trabalho. Ainda, a implementação ou cumprimento dessas etapas e metas estão, necessariamente, sujeitas ao monitoramento constante, à regulação e revisão contínuas (EILERTS; KOLTER, 2015). No contexto de atividades de modelagem matemática, segundo Vörluter e Krüger (2021), as estratégias metacognitivas podem ser aprendidas e usadas conscientemente no início, mas executadas automaticamente ao longo do tempo. Isso não significa que essas ações automatizadas sejam



menos metacognitivas, pois, muitas vezes, voltam à consciência quando um problema é identificado.

[...] a utilização de estratégias metacognitivas é, geralmente, operacionalizada como a monitorização da compreensão, que requer o estabelecimento de objetivos de aprendizagem, a avaliação do grau em que estão a ser alcançados e, se necessário, a modificação das estratégias que têm sido utilizadas para os alcançar (RIBEIRO, 2003, p. 112).

Entre exemplos que podem ilustrar estratégias metacognitivas, podemos citar: definir a natureza de uma tarefa ou problema; selecionar uma representação mental e física útil; selecionar um plano mais útil para executar uma tarefa; alocar recursos; ativar o conhecimento prévio relevante; prestar atenção ao feedback sobre como a tarefa está ocorrendo; traduzir o feedback em melhor desempenho, seja durante a execução ou para uma atividade futura.

Desse modo, segundo Santos, Oliveira e Saad (2021, p. 33)

estratégias metacognitivas conduzem o processo e envolvem o conhecimento do saber usar a estratégia, para o melhor desempenho em determinadas tarefas. A aprendizagem por meio de estratégias metacognitivas é uma das possibilidades do aluno desenvolver um conhecimento explícito das estratégias específicas necessárias nas diferentes situações de aprendizagem, problematização e cálculos, com o intuito de controlar de maneira autônoma sua própria aprendizagem.

As estratégias metacognitivas vêm sendo definidas por autores como Schraw, (1998) e Mahdavi (2014), decorrentes dos componentes de conhecimento da cognição (declarativo, processual e condicional) e regulação da cognição (planejamento, monitoramento e avaliação).

O conhecimento da cognição é descrito como o conhecimento e consciência da própria cognição e dos seus próprios recursos cognitivos. Esse componente pode desencadear três estratégias principais: conhecimento declarativo, processual e condicional (PARIS et al., 1983; MCCORMICK, 2003; HARRIS; SANTANGELO; GRAHAM, 2010).

O conhecimento declarativo envolve a consciência de conhecimentos, habilidades e estratégias que influenciam a aprendizagem e contribuem para a realização de uma tarefa, isto é, consiste em saber sobre o que se sabe sobre as coisas. O conhecimento processual implica em saber como empregar procedimentos, estratégias ou ações para fazer uso de conhecimento declarativo e atingir objetivos. O conhecimento condicional caracteriza-se pelo saber por que aplicar determinados procedimentos, manifestar habilidades ou usar certas estratégias particulares.

A regulação da cognição pode ser descrita como “uma sequência de ações realizadas pelos alunos para controlar seu próprio pensamento ou aprendizagem” (MAHDAVI, 2014, p. 531). Três



estratégias essenciais são decorrentes desse componente: planejamento, monitoramento e avaliação (SCHRAW; MOSHMAN, 1995; SCHRAW, 1998; MAHDAVI, 2014).

O planejamento consiste na definição de metas, objetivos e passos a seguir, seleção de estratégias adequadas, realização de previsões, processamento de informações e alocação de recursos. O monitoramento implica na consciência da aprendizagem e do desempenho em determinadas tarefas, a identificação e a correção de erros. A avaliação constitui-se da análise dos resultados e da aprendizagem, por meio da reflexão e reavaliação das ações e da verificação se os objetivos foram alcançados.

Essas estratégias de conhecimento da cognição e de regulação da cognição podem inferir desdobramentos para atividades de modelagem matemática e, conforme sugerem Maaß (2007) e Stillman (2011), quando se trata de resolver e se engajar em modelagem matemática, o uso eficaz de estratégias metacognitivas adquire importância crucial para o trabalho que conduza o processo de resoluções de situações do mundo real em termos matemáticos. Nesse processo as hipóteses e as simplificações são o foco do presente estudo.

Encaminhamentos metodológicos

O presente estudo segue orientações da abordagem qualitativa que, segundo Garnica (1997), representa um saudável exercício para a Educação (e, em especial, para a Educação Matemática, área na qual realizamos nossas pesquisas) e possibilita o entendimento do fenômeno como um todo, na sua complexidade.

Os participantes da pesquisa são alunos de um curso de Licenciatura em Matemática, que desenvolveram atividades de modelagem matemática durante aulas da disciplina de Modelagem Matemática na Perspectiva da Educação Matemática no primeiro semestre de 2021, na modalidade online. As aulas síncronas foram gravadas com o recurso do Google Meet, as quais, junto com o relatório da atividade, forneceram os dados que compuseram nosso material de análise.

Referimo-nos aqui a duas dessas atividades desenvolvidas por dois grupos de alunos.

Na atividade de modelagem com a temática “Vacinação em Arapongas” (AV), cujo problema a resolver é “Qual o prazo total necessário para que 70% da população de Arapongas seja vacinada?”, o tema e o problema foram definidos pelos alunos A1, B1, C1 e D1 do Grupo 1 (G1) e seu desenvolvimento aconteceu durante quatro aulas síncronas e quatro assíncronas.



A atividade relativa ao tema “Poupança” (AP) e com o problema “Qual o valor deve ser poupado todo mês de modo que seja possível ficar milionário em 10 anos, investindo na caderneta de poupança?”, foi proposta pela professora/pesquisadora e seu desenvolvimento aconteceu durante quatro aulas síncronas e duas assíncronas. O desenvolvimento foi realizado pelo Grupo 2 (G2) constituído por quatro alunos (E2, F2, H2 e I2). Os grupos foram acompanhados pela professora da disciplina, a qual denominamos “Prof.” e pela pesquisadora e primeira autora deste artigo, denominada “Pesq”.

As estratégias metacognitivas dos alunos dos dois grupos

O Grupo 1, ao dar início à investigação sobre a “Vacinação em Arapongas” percebe que os dados que coletaram sobre a situação precisam de um tratamento para serem utilizados na resolução do problema “Qual o prazo total necessário para que 70% da população de Arapongas seja vacinada?”. Na Quadro 1 um diálogo dos alunos para deliberarem sobre hipóteses e simplificações.

Quadro 1 - Discussões sobre hipótese e simplificações do Grupo 1

A₁: E aí nós precisávamos pensar nas nossas hipóteses e simplificações, porque é evidente que a gente não tem uma situação muito simples para lidar, pois tem muitos fatores que influenciam, basta ver no noticiário diariamente.

K₃ (outro grupo): tudo isso daí é hipótese? Ficamos em dúvida o que é hipótese e o que é simplificação.

A₁: Isso é uma boa. Porque hipótese e simplificação, a professora vai poder descrever melhor, mas na minha cabeça, hipótese é alguma coisa que a gente tá considerando e a simplificação pode acabar sendo a consequência da minha hipótese. Porque eu estou considerando a hipótese de que eu vou utilizar duas vacinas, então isso simplificou o meu processo.

Prof: Vamos analisar o que vocês apresentam como hipóteses.

Fonte: autoras.

Nos excertos da Tabela 1 é possível identificar estratégias metacognitivas empreendidas enquanto o grupo procede à comunicação do desenvolvimento da atividade à turma. Primeiramente, a estratégia de *monitoramento*, durante a explanação realizada pelo aluno A₁ ao admitir que é necessário estruturar hipóteses e fazer simplificações na atividade. Essa assertiva impõe uma discussão sobre o entendimento e diferenciação entre hipóteses e simplificação, com toda a turma, logo que o aluno K₃ (de outro grupo), ao recorrer à estratégia de *conhecimento processual*, reconhece quando não compreende alguma informação ou conceito e então reporta-se aos colegas, ao professor ou considera pesquisas a respeito, buscando esclarecer uma “dúvida”.



Essa estratégia de esclarecer conceitos incompreendidos traz importantes implicações para a atividade. Primeiro, podemos perceber que a forma como a hipótese é definida está relacionada à compreensão do aluno sobre o que é hipótese. Isso, por conseguinte, pode indicar que, se o aluno sabe o que é uma hipótese ele saberá como defini-la, evitando equívocos ou confusões – chamar uma simplificação de hipótese, por exemplo. Segundo, o aluno A₁, apresenta exemplos análogos, assumindo linguagem coloquial para explicar como ele entende hipótese e simplificação, citando um exemplo prático, a partir da situação que seu grupo se propôs a estudar, manifestando, assim, estratégia de monitoramento.

O conjunto de estratégias metacognitivas de *conhecimento processual* e de *monitoramento* configura um meio que, por um lado, proporciona ao Grupo 1 clareza sobre o que é hipótese e o que é simplificação no seu trabalho. Por outro lado, esclarecer esses conceitos pode servir para fundamentar o desenvolvimento de trabalhos futuros.

A Quadro 2 apresenta as hipóteses assumidas pelo Grupo 1 na atividade da Vacinação em Araçongas.

Quadro 2 - Hipóteses assumidas pelo Grupo 1

HIPÓTESES

H1: Será desconsiderada a possibilidade da utilização de uma terceira dose da vacina, estabelecendo assim que as vacinas utilizadas no processo sejam Coronavac e AstraZeneca.

H2: Será considerado que todas as pessoas vacinadas com a primeira dose irão receber a segunda dose na data preestabelecida.

H3: Será considerada a disponibilidade de vacina para a data em que cada dose deve ser aplicada..

Fonte: relatório dos alunos.

As discussões dos alunos, movidos pelo uso de estratégias, promovem o discurso metacognitivo entre os alunos e estimulam o conflito conceitual. Esse conflito, neste caso, pode ter levado a esclarecimentos sobre as compreensões e conceitos pré-estabelecidos dos alunos evidenciados a partir de suas estratégias metacognitivas.

Além disso, são as hipóteses assumidas, a partir das estratégias metacognitivas identificadas, que orientam os encaminhamentos dos alunos ao longo da atividade, podendo estas serem revistas, complementadas ou descartadas ao longo do desenvolvimento da atividade de modelagem. Por fim, os alunos apresentam sua conclusão a respeito do papel das hipóteses na atividade, conforme sugere a Quadro 3.



Quadro 3 - Conclusão dos alunos de G1 sobre as hipóteses

C₁: A conclusão a respeito do nosso trabalho como um todo é que a o estabelecimento das hipóteses é indispensável para a construção de um modelo matemático. Pois, mesmo que as hipóteses por vezes sejam cumpridas, a resposta para o problema depende de outros fatores como insumo, mão de obra, espaço, entre outros.

Fonte: autoras.

A visão mais ampla do grupo, expresso pelas afirmações de C₁, sugere que houve uma reflexão para concluir a atividade e que reconhecem a hipótese como um aspecto indispensável e argumentam que a resposta depende de outros fatores. Logo, a declaração que a construção do modelo matemático é baseada nas hipóteses assumidas acerca da situação, parece ser indício de estratégia metacognitiva de *conhecimento processual*, que promove esse olhar do aluno ao estabelecer tal vínculo.

Na atividade relativa ao tema “Poupança” (AP) e com o problema “Qual o valor deve ser poupado todo mês de modo que seja possível ficar milionário em 10 anos, investindo na caderneta de poupança?” os alunos do Grupo 2 também identificaram de antemão que deveriam formular hipóteses, conforme sugere a Quadro 4.

Quadro 2 - A percepção da necessidade de hipótese no Grupo 2

Pesq.: Vocês entenderam o problema? O que precisam fazer no problema?

E₂: Sim. Nós vamos partir do problema para fazer a modelagem, definir as hipóteses e tudo mais. Vamos começar pelo último ano, porque você falou que o último ano tinha sido um dos piores. Ao invés de tomar os últimos 8 anos e fazer uma média, dá para fazermos do último ano e calcular quanto essa pessoa teria que investir se seguisse esse parâmetro do pior. Acho que assim fica bom.

Pesq.: E sempre vai acontecer o pior?

E₂: Não. Mas a gente considera o pior, porque se usarmos a média de muitos anos pode abrir margem para mais ou para menos. Se tivermos como base um dos piores anos, conseguimos mostrar que em último caso se ela investir tanto, daqui a 10 anos ela vai conseguir chegar no 1 milhão, mas pode ser que ela chegue antes. Para ter um parâmetro, para ver se é viável ou não.

Fonte: autoras.

A indagação da pesquisadora provoca a externalização de deliberações iniciais do grupo acerca de possíveis encaminhamentos para a resolução do problema. Quando o aluno assume que pretendem partir do problema para “fazer a modelagem”, sugere o uso da estratégia de *conhecimento processual*, quando declara que a construção do modelo matemático é baseada nos dados coletados e nas hipóteses assumidas. Ainda ao citar “criar hipóteses e tudo mais”, parece indicar o uso da estratégia de *monitoramento*, pois admite que seja necessário estruturar hipóteses na atividade. Tais estratégias podem ter contribuído, de imediato, para a representação mental da situação e, mais tarde, para amparar as argumentações dos alunos na validação.



O aluno ainda apresenta uma argumentação consistente para defender a viabilidade da opção por assumir tal hipótese na resolução do grupo, embora reconheça que haveria outras maneiras de considerar uma hipótese para a resolução do problema. Isso denota estratégia de *conhecimento declarativo*, quando o aluno considera diferentes maneiras de resolver o problema identificado na situação da realidade e de *conhecimento condicional*, quando o aluno explica porque e como usa técnicas e estratégias na resolução. Dessas estratégias decorre a estruturação da primeira hipótese 1 (H1).

H1: O valor da taxa real será igual à média das taxas do ano de 2020. [relatório dos alunos]

Na Quadro 5 apresentamos excertos dos diálogos dos alunos relativos à estruturação de outra hipótese.

Quadro 5 - A estruturação da segunda hipótese pelo Grupo 2

E₂: Eu calculei a média de juros do ano passado, deu 0,1743. Tem que investir todo mês uma quantia além do que rendeu, porque não é quanto tem que investir e deixar lá até dar 1 milhão. Todo mês vai por uma mesma quantidade de dinheiro.
H₂: Entendi. Já vai somando juros. Tem aquela função do montante. Que se eu não me engano é $M=C(1+i)^n$.
F₂: Dos juros compostos.
I₂: Mas eu estou meio perdido, como funciona a questão da taxa? Estamos considerando a inflação?
E₂: Estamos considerando dos registros dos juros dos últimos anos. Sabemos que a taxa varia a cada ano, mas podemos simplificar, que a taxa vai ser constante, tanto do juro quanto da inflação.
H₂: Sim, mas aí não tem como colocar a inflação nisso. Será que teria algum jeito de só abater a inflação desse juro? Fica mais fácil.
I₂: Não é só fazer um menos o outro? Aí fica um montante só.
E₂: Será que vai dar a mesma coisa? Para multiplicar a inflação, teria que multiplicar no caso por 0,9962 já descontado o 0,37%. E no caso dos juros teria que multiplicar por 1,001743... Acho que vai dar certo descontar um do outro.

Fonte: autoras.

Neste diálogo é possível observar que os alunos identificam procedimentos que podem ser úteis para resolver o problema e parecem buscar em sua estrutura cognitiva elementos para matematizar a situação. Esse é um indício de estratégia de *planejamento*, em que, para traçar planos para a resolução do problema, levam em consideração diferentes possibilidades. Ainda, quando o aluno I₂ expressa “Mas eu estou meio perdido, como funciona a questão da taxa? Estamos considerando a inflação?”, ele manifesta pedido de ajuda e reconhece não entender algo ou não conseguir prosseguir com a atividade. Esse é um indício de estratégia de *monitoramento*.



A estratégia de planejamento, ao interagir com a estratégia de monitoramento quando os alunos discutem sobre as variáveis utilizadas, sobre possíveis tratamentos dos dados e questionam o uso de novo encaminhamento, provoca na atividade a definição da hipótese 2 (H2) assumida pelo grupo.

H2: O valor da taxa real será fixo pelos próximos 10 anos. [relatório dos alunos]

Percebemos que, tanto na atividade do Grupo 1 quanto na atividade do Grupo 2 a formulação de hipóteses decorre de estratégias metacognitivas. Há, entretanto, condições distintas que levam a essa formulação.

Resultados e considerações finais

Nas atividades analisadas, evidenciamos o uso de estratégias metacognitivas dos alunos para a formulação de hipóteses e a realização de simplificações. Ainda, cada grupo manifestou diferentes estratégias metacognitivas.

De modo particular, no Grupo 1 as hipóteses aparecem num mesmo momento e viabilizam discussões entre alunos do grupo, com outros grupos e com a professora. É a partir da estratégia de conhecimento processual do aluno K_3 de outro grupo, apresentando sua dúvida sobre a diferenciação entre hipóteses e simplificações, que se originam discussões futuras e permitem ao Grupo 1, assumir as hipóteses que orientam o desenvolvimento da atividade. Além disso, o questionamento do aluno K_3 conduz o aluno A_1 a manifestar seu modo de pensar sobre os aspectos elucidados. Ou seja, uma estratégia estimula a manifestação de novas estratégias e, assim, parece haver uma interação bidirecional entre elas. Além disso, nesse grupo os alunos também se valem de estratégias de monitoramento para solucionar da professora uma diferenciação entre o que é uma hipótese e o que é uma simplificação em uma atividade de modelagem matemática.

Ainda no Grupo 1 reflexões sobre as hipóteses emergem durante a validação dos resultados obtidos. Isso nos leva a considerar que o aluno reconhece o papel da hipótese no e para o processo de modelagem matemática, ao passo que evidencia o uso de estratégias metacognitivas para ativar esse reconhecimento.

No Grupo 2, a discussão sobre as hipóteses é desencadeada a partir da intervenção da pesquisadora. Entretanto, também é possível observar as interpelações entre as estratégias metacognitivas. Ainda, no Grupo 2 é possível notar que os alunos não apenas formulam hipóteses,



mas também reconhecem a necessidade de desconsiderar ou descartar hipóteses elencadas que podem não contribuir no desenvolvimento da atividade.

Em ambas as atividades as hipóteses assumidas pelos grupos são imprescindíveis, tanto para a resolução matemática, quanto para responder à situação do mundo real. Os resultados sugerem que as hipóteses assumidas em uma atividade de modelagem podem emergir da articulação de diferentes estratégias metacognitivas utilizadas ou manifestas pelos alunos em sua ação ao longo da atividade. Desse modo, as estratégias metacognitivas se apresentam como potenciais contributivas em contextos de modelagem matemática, mais especificamente ao que está relacionado à formulação de hipóteses e a percepção da necessidade de fazer simplificações.

Referências

ALMEIDA, L. M. W., CASTRO, E. M. V.; PIEROBOM, J. C. S. Estratégias metacognitivas em atividades de modelagem matemática. **VIII SIPEM**, Uberlândia, MG, 2021.

ALMEIDA, L. M. W., SOUSA, B. N. P., TORTOLA, E. A Formulação de Hipóteses em Atividades de Modelagem Matemática. **Acta Sci.** (Canoas), 23(5), 66-93, Sep./Oct. 2021.

ALMEIDA, L. M. W. Jogos de linguagem em atividades de modelagem matemática. **Vidya**, v. 34, n.1, p. 241-256, 2014.

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, v. 17, n. 22, p. 19-35, 2004.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1ª Ed., 1ª reimpressão – São Paulo: Contexto, 2013.

ALMEIDA, L. M. W.; SOUSA, B. N. P.; TORTOLA, E. Desdobramentos para a modelagem matemática decorrentes da formulação de hipóteses. In: **VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática** - SIPEM, 2015, Pirenópolis. Anais do VI SIPEM. Rio de Janeiro: SBEM, 2015. v. 1. p. 1-12.

ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. **Discussões sobre “como fazer” modelagem matemática na sala de aula**. Práticas de modelagem matemática na educação matemática, p. 19, 2011.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BEAN, D. O que é modelagem matemática? **Educação matemática em revista**, São Paulo, ano 8, n. 9/10, p. 49-57, abr. 2001.

BORROMEO FERRI, R. Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. **ZDM**, v. 38, n. 2, p. 86-95, 2006.



EILERTS, K; KOLTER, J. Strategieverwendung durch Grundschul Kinder bei Modellierungsaufgaben. In: Werner Blum und seine Beiträge zum Modellieren im Mathematikunterricht. **Springer Spektrum**, Wiesbaden, 2015. p. 119-133.

GALBRAITH, P.; STILLMAN, G. Assumptions and context: Pursuing their role in modelling activity. *Modelling and mathematics education*, **ICTMA**, v. 9, p. 300-310, 2001.

GARNICA, A. V. M. Algumas notas sobre pesquisa qualitativa e fenomenologia. **Interface-comunicação, saúde, educação**, v. 1, p. 109-122, 1997.

HARRIS, K. R.; SANTANGELO, T.; GRAHAM, S. Metacognition and strategies instruction in writing. **Metacognition, strategy use, and instruction**, p. 226-256, 2010.

MAAB, K. Modeling in Class: What Do We Want the Students to Learn. **Mathematical modelling: Education, engineering and economics**, p. 63-78, 2007.

MAHDAVI, M. An overview: Metacognition in education. **International Journal of Multidisciplinary and current research**, v. 2, n. 6, p. 529-535, 2014.

McCORMICK, C. B. Metacognition and learning. In W. M. Reynolds, & G. E. Miller (Eds.), **Handbook of psychology: Educational psychology** (pp. 79–102). Hoboken: Wiley, 2003.

PARIS, S. G.; et al. Becoming a strategic reader. **Contemporary educational psychology**, v. 8, n. 3, p. 293-316, 1983.

RIBEIRO, C. Metacognição: um apoio ao processo de aprendizagem. **Psicologia: reflexão e crítica**, v. 16, p. 109-116, 2003.

SANTOS, A. O.; OLIVEIRA, G. S.; SAAD, N. S. A metacognição e estratégias metacognitivas no processo de ensino e aprendizagem da matemática. **Revista Valore**, v. 6, p. 23-39, 2021.

SCHRAW, G. Promoting general metacognitive awareness. **Instructional science**, v. 26, n. 1, p. 113-125, 1998.

SCHRAW, G; MOSHMAN, David. Metacognitive theories. **Educational psychology review**, v. 7, n. 4, p. 351-371, 1995.

STILLMAN, G. Applying metacognitive knowledge and strategies in applications and modelling tasks at secondary school. **Trends in teaching and learning of mathematical modelling**, p. 165-180, 2011.

STILLMAN, G. Strategies employed by upper secondary students for overcoming or exploiting conditions affecting accessibility of applications tasks. **Mathematics Education Research Journal**, v. 16, n. 1, p. 41-71, 2004.

STILLMAN, G.A., BROWN, J.P., & GEIGER, V. Facilitating mathematisation in modelling by beginning modellers in secondary school. In G. A. Stillman; W. Blum; & M. S. Biembengut (Eds), *Mathematical*



Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences. (pp. 93–104). New York: Springer, 2015.

VERTUAN, R. E. **Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática**. Tese de Doutorado (Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, 2013. 247p.

VERTUAN, R. E.; ALMEIDA, L. M. W. Práticas de monitoramento cognitivo em atividades de modelagem Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 30, p. 1070-1091, 2016.

VORHÖLTER, K. Conceptualization and measuring of metacognitive modelling competencies: Empirical verification of theoretical assumptions. **ZDM**, v. 50, n. 1, p. 343-354, 2018.

VORHÖLTER, K. Enhancing metacognitive group strategies for modelling. **ZDM**, v. 51, n. 4, p. 703-716, 2019.

VORHÖLTER, K.; KRÜGER, A. Metacognitive strategies in modeling: comparison of the results achieved with the help of different methods. **Quadrante**, v. 30, n. 1, p. 178-197, 2021.

YILDIRIM, T. P. **Understanding the Modeling Skill Shift in Engineering: The Impact of Self-Efficacy, Epistemology, and Metacognition**. 2011. Tese de Doutorado. University of Pittsburgh.