



União da Vitória - Paraná

# IX EPMEM

Encontro Paranaense de Modelagem na  
Educação Matemática

## Informações sobre os Autores:

*Ariel Cardoso da Silva*

Universidade Estadual do Norte do Paraná  
(UENP)

Ariel.C.Silva@live.com

*Lourdes Maria Werle de Almeida*

Universidade Estadual de Londrina (UEL)

lourdes.maria@sercomtel.com.br

## Usos e Funções de Tecnologias Digitais no Desenvolvimento de uma Atividade de Modelagem Matemática

### Resumo

Neste artigo temos por objetivo investigar os usos das tecnologias digitais no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. Dados foram coletados em um curso de Licenciatura em Química por meio de registros escritos, gravação de áudio, resposta a um questionário e capturas de tela dos computadores utilizados por oito alunos durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Por meio da metodologia de Análise de Conteúdo, a interpretação dos dados à luz do quadro teórico sobre modelagem matemática e tecnologias digitais possibilitou inferir que os usos das tecnologias digitais emergiram na: fase inteiração para coleta de dados, como visualização da situação-problema e produção de dados; fase matematização, para elaboração de estratégias de resolução; fase resolução, para ajuste de curvas e operacionalização; fase interpretação dos resultados e validação, para reflexões acerca dos resultados obtidos.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática. Tecnologias Digitais. Licenciatura em Química.

### Abstract

In this paper we aim to investigate the uses of digital technologies in the development of a mathematical modeling activity. Data were collected in a Chemistry Degree course through written records, audio recording, questionnaire responses and screenshots of the computers used by eight students during the development of a mathematical modeling activity in the Differential and Integral Calculus discipline. Through the Content Analysis methodology, the data interpretation in the light of the theoretical framework on mathematical modeling and digital technologies made it possible to infer that the uses of digital technologies emerged: in the interaction phase for data collection, visualization of the problem situation and data production ; in mathematization, to develop resolution strategies; in the resolution phase, for curves adjustment and operationalization; in the interpretation of results and validation phase, for reflections on the results obtained.

**Keywords:** Mathematical Modeling. Digital Technologies. Chemistry graduation.

Realização:





## Introdução

Este artigo é um recorte de uma dissertação<sup>1</sup> cujo título é “Modelagem Matemática e o uso de Tecnologias Digitais em diferentes contextos educacionais”.

As tecnologias digitais e Modelagem Matemática são contempladas nos documentos oficiais que norteiam o ensino de Matemática, como a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) e as Diretrizes Curriculares Estaduais do Paraná (PARANÁ, 2008), como tendências metodológicas que podem ser articuladas para o ensino e a aprendizagem de Matemática. Na literatura, diversas pesquisas abordam interlocuções entre Modelagem Matemática e tecnologias digitais (ARAÚJO, 2002, MALHEIROS, 2004, BORBA; CHIARI, 2014, SOARES; BORBA, 2014, BORSSOI; ALMEIDA, 2015, GREEFRATH; SILLER, 2017, GREEFRATH, HERTLEIF; SILLER, 2018).

Os usos das tecnologias digitais em atividades de modelagem matemática apontados na literatura são diversos, bem como suas contribuições. Greefrath e Siller (2017) argumentam que o uso de tecnologias digitais pode ser um meio de compreender a realidade por meio da Matemática, uma vez que “as ferramentas digitais podem ser de grande ajuda para professores e alunos, particularmente em conexão com problemas do mundo real e a discussão desses” (p. 530). Segundo os autores, o uso de simulações, com o auxílio de tecnologias digitais, para fazer previsões e estudar um fenômeno vincula-se, naturalmente, a modelagem matemática com tecnologias digitais.

Geiger (2011, p. 307), conceitua que: “[...] tecnologia é vista como uma ferramenta usada para interagir com ideias matemáticas depois que um modelo matemático é desenvolvido” considerando que “[...] a conceituação de um modelo matemático como atividade exclusivamente humana, enquanto o ato de encontrar uma solução para o modelo abstraído pode ser aprimorado através da incorporação da tecnologia digital”. Nesse contexto, tendo em vista que na literatura há uma diversidade de proposições em relação ao uso de tecnologias digitais no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, neste artigo objetivamos investigar como se deu o uso de tecnologias digitais no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática em um curso de Licenciatura em Química de uma universidade federal, localizada no Norte do Paraná.

Inicialmente, abordaremos o quadro teórico que fundamenta a pesquisa sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática e o uso de tecnologias digitais. Em seguida, apresentaremos

---

<sup>1</sup> Disponível em: <<https://uenp.edu.br/mestrado-ensino-dissertacoes/ppgen-dissertacoes-defendidas-3-turma-2018-2019/17136-ariel-cardoso-da-silva/file>>



os procedimentos metodológicos e por fim, dirigimos a atenção para a análise do uso de tecnologias digitais no desenvolvimento da atividade.

### Modelagem Matemática na Educação Matemática

A modelagem matemática pode ser entendida, segundo Almeida e Brito (2005) como uma alternativa pedagógica com a abordagem de uma situação-problema não essencialmente matemática, por meio da matemática. À situação-problema, nos referimos como situação inicial (problemática), em que, por meio de um conjunto de procedimentos e conceitos obtemos uma situação final desejada (solução para a situação inicial). A transição da situação inicial para situação final compreende um conjunto de fases, denominadas por Almeida, Silva e Vertuan (2016) como: inteiração, matematização, resolução, interpretação dos resultados e validação.

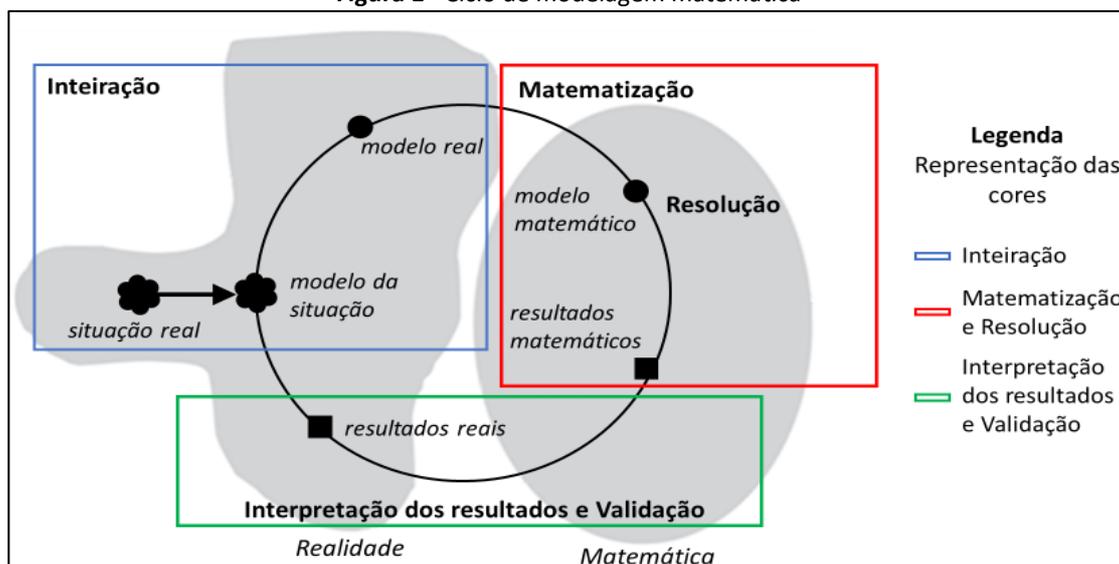
Na fase inteiração há um primeiro contato com a situação real, em que Blum e Leiß (2006) abordam como uma fase de compreensão da tarefa. Então, obtém-se um modelo real<sup>2</sup>, em que o modelador realiza as simplificações e estruturações, tornando mais preciso o modelo da situação, por meio da coleta de dados, formulação de um problema e algumas definições iniciais (BLUM; LEIß, 2006). Na fase matematização, há a transição da realidade para a matemática. Com a formulação de hipóteses e definição de variáveis, o modelo real recebe um tratamento matemático. Na resolução, por meio de procedimentos e artefatos matemáticos, é elaborado um modelo matemático<sup>3</sup>, que culmina nos resultados matemáticos para o problema. Na interpretação dos resultados e validação, os resultados matemáticos são interpretados e validados em termos da situação real, traduzidos em resultados reais para o problema.

Tradicionalmente, os pesquisadores procuram elucidar o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática por meio de ciclos ou esquemas. A característica cíclica da modelagem matemática se expressa na não-linearidade do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e na necessidade de fornecer respostas para o problema em termos da situação real (BLUM; LEISS, 2006). A articulação teórica entre o ciclo de modelagem matemática de Blum e Leiss (2006), e as fases indicadas por Almeida, Silva e Vertuan (2016), é indicada também na Figura 1.

<sup>2</sup> Entendemos modelo real conforme Ferri (2018, p. 15), em que “para obter um modelo real, é preciso simplificar e estruturar a imagem mental e, assim, especificar melhor a situação real”.

<sup>3</sup> Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2016, p. 13), um modelo matemático é “um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema”.

Figura 1 - Ciclo de modelagem matemática



Fonte: Adaptado de Blum e Leiss (2006) e Almeida, Silva e Vertuan (2016).

Na Figura 1 o ciclo de modelagem matemática pode ser descrito tendo como ideia central a realidade e a matemática relacionadas por meio das fases: inteiração, matemáticação, resolução, interpretação dos resultados e validação. Com base nessas ideias iniciais sobre modelagem matemática e as características de atividades de modelagem matemática em sala de aula, buscamos investigar o uso de tecnologias digitais em atividades de modelagem matemática.

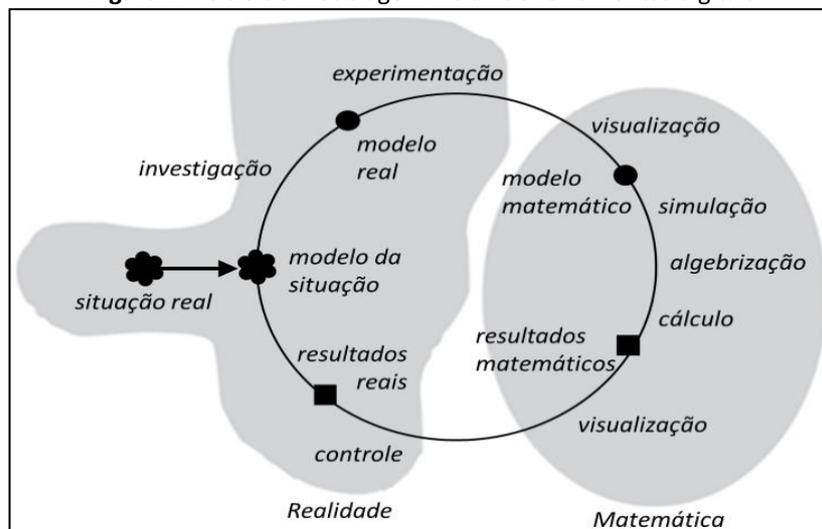
## Modelagem Matemática e o uso de Tecnologias Digitais

Malheiros e Franchi (2013) salientam que há uma sinergia entre as tecnologias digitais e a Modelagem Matemática na Educação Matemática, possibilitando aos alunos e professores desenvolver atividades de modelagem matemática com coleta de dados prontos<sup>4</sup>, resolução de cálculos e obtenção de modelos matemáticos por meio de *software*.

Para Greefrath (2011), o uso de tecnologias digitais em atividades de modelagem matemática pode ser identificado no ciclo de modelagem matemática em sete funções: *investigação, experimentação, visualização, simulação, algebrização, cálculo e controle* (Figura 2).

<sup>4</sup> Segundo Diniz e Borba (2012, p. 937), dados prontos podem ser entendidos “como sendo as informações coletadas na Internet, que já estão organizadas e que, nem sempre, trazem uma explicação sobre como foram coletadas e organizadas”.

Figura 2 – Ciclo de modelagem incluindo ferramentas digitais



Fonte: Traduzido de Greefrath (2011, p. 303)

Na *investigação*, as tecnologias digitais são usadas para coleta de dados, ou seja, inteiração via internet, vídeos, áudios, dentre outras ferramentas que possibilitam uma inteiração com a situação-problema por meio do uso das tecnologias digitais. Em relação à *experimentação*, Greefrath (2011, p. 301) afirma que as tecnologias digitais atuam na “transformação, com a ajuda de um *software* de geometria dinâmica ou de uma planilha, de dados de uma situação real em um modelo geométrico ou numérico”. Diferindo a *experimentação* da *simulação* na complexidade do modelo; na *simulação* é possível explorar uma quantidade grande de modelos, na *experimentação* é comum o uso de *software* para realizar experiências, já que os “[...] resultados numéricos ou algébricos, não podem ser alcançados por alunos sem essas ferramentas ou não no tempo apropriado” (p. 301).

Na *visualização*, a função das tecnologias digitais é auxiliar na visualização dos dados ou os resultados matemáticos por meio de diferentes *softwares*, possibilitando analisar aspectos dos dados ou dos resultados matemáticos que poderiam não ser observados sem o uso das tecnologias digitais. Em relação à *algebrização*, Greefrath (2011) considera que “[...] dados reais são inseridos no computador e o computador fornece uma representação algébrica” (p. 302).

Como *Cálculo*, Greefrath (2011, p. 301) afirma que o uso de tecnologias tem o papel de obter cálculos de resultados ou algébricos, “que não podem ser alcançados por alunos sem o uso das ferramentas ou por não ter tempo apropriado”, pode ser realizado usando uma ferramenta digital. Já com relação à função de *controle*, o autor sinaliza que o uso de tecnologias digitais pode servir



ao controle dos parâmetros e das variáveis de um modelo matemático, seja numericamente, seja graficamente.

Nesse sentido, o uso das tecnologias digitais em atividades de modelagem matemática é indissociável das ações e estratégias dos alunos, como sugere Greefrath (2011) e as sete funções das tecnologias digitais associadas à modelagem matemática podem possibilitar a investigação sobre os diferentes usos de tecnologias digitais feitos por alunos no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

### Procedimentos Metodológicos

A investigação aqui descrita é de natureza qualitativa, conforme Bogdan e Biklen (1994), de cunho descritivo e interpretativo, visto que nosso foco consiste no objetivo de *investigar como se deu o uso de tecnologias digitais no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática em um curso de Licenciatura em Química de uma universidade federal, localizada no Norte do Paraná*.

A coleta de dados foi realizada em uma disciplina de Cálculo Diferencial e Integral em um curso de Licenciatura em Química no decorrer de seis aulas com duração de 50 minutos cada uma. A atividade de modelagem matemática se deu a partir do primeiro momento de familiarização conforme Almeida, Silva e Vertuan (2016) com a temática escolhida pelo professor, já que a turma ainda não havia tido contato com atividade de modelagem matemática. Nas duas primeiras aulas houve o momento de *interação* com a situação-problema e uma breve discussão dando início a fase *matematização*. Na terceira e quarta aula, os alunos conseguiram chegar em um modelo matemático, perpassando pela fase *interpretação dos resultados* a partir do modelo obtido. Na quinta aula validaram o modelo a partir da opção polígono do *GeoGebra*, comparando a área obtida a partir do modelo matemático com o resultado mostrado no *software*. Na sexta aula houve uma sistematização e discussão dos resultados.

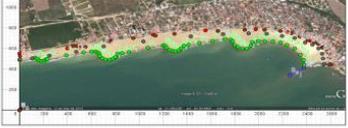
Durante o desenvolvimento da pesquisa empírica, o professor-pesquisador atuou como observador-participante (PP). Os dados coletados na pesquisa contemplam registros escritos, gravação de áudio, resposta a um questionário e capturas de tela dos computadores utilizados por oito alunos divididos em dois grupos de 4 alunos em cada grupo (G1; G2), sendo o grupo G1 formado por alunos A1, A2, A3 e A4 e o grupo G2 composto pelos alunos A5, A6, A7 e A8.

## O uso de tecnologias digitais na atividade Praia de Marataízes

Nessa seção identificamos o uso das tecnologias digitais *GeoGebra*, *Google Maps*, *Excel* e *Maple* no desenvolvimento da atividade intitulada “Praia de Marataízes”, cujo problema foi determinar a extensão de um aterro realizado pelo governo estadual para impedir que as águas do oceano invadissem a orla da praia de Marataízes.

Na *inteiração*, a partir dos diálogos e registros dos alunos na fase inteiração é possível evidenciar o uso de *tecnologias digitais para visualização da situação-problema*, com o propósito de compreender a situação-problema, como ilustra o diálogo:

**Quadro 1 – Inteiração com a situação-problema**

<p><b>Situação-problema:</b></p> <p>a) A partir dos dados, qual é a extensão do aterro realizado pelo governo estadual para impedir que as águas do oceano invadissem o principal bairro do centro Maratimba?</p> <p>b) Qual é a extensão da praia no ano de 2019?</p>	<p>Plotagem de pontos no contorno da praia em fotografias registradas 2005, 2010 e 2019, por meio do GeoGebra</p>	<p>A6.G2: <i>É a escala que tem ali no Google Maps, né?</i></p>
<p><b>Coleta de informações:</b> cálculo do comprimento real do deque da fotografia a partir de uma escala fornecida pelo <i>Google Maps</i>.</p>	<p><b>Fotografia da praia de Marataizes em 2005</b></p>	<p>A5.G2: <i>Essa imagem aqui não vai ajudar tanto assim, essa aqui é dele, mais fácil a gente tirar um print, mas o print que vamos conseguir só da imagem recente, né?</i></p>
		<p>PP: <i>Isso.</i></p>
<p>Ajuste da fotografia no GeoGebra, por meio do tamanho real do deque (140 metros) estimado pelos alunos, de modo que o comprimento do deque na fotografia correspondesse ao seu comprimento real.</p>	<p><b>Fotografia da praia de Marataizes em 2009</b></p> 	<p>A5.G2: <i>É ué, na imagem não tem escala aqui.</i></p>
	<p><b>Fotografia da praia de Marataizes em 2019</b></p> 	<p>PP: <i>tem que considerar a erosão, né? Olha a imagem de 2019 é do mesmo tamanho que de 2010? [...]</i></p>
		<p>A5.G2: <i>É de 2010...Bom, ele está dizendo que é 2019 mesmo, é dá para perceber que está um pouquinho diferente da orientação aqui.</i></p>

Fonte: os autores

A *visualização* é uma das funções das tecnologias digitais indicadas por Greefrath (2011) e possibilita a análise de aspectos dos dados. Em relação à atividade, os alunos utilizaram o *software Google Maps* para visualização da fotografia da praia em 2019, comparando-a com as fotografias da praia em 2005 e 2010, disponibilizadas pelo professor-pesquisador, com o objetivo de estabelecer estratégias de coleta de dados, uma vez que para calcular a área de aterro feito pelo governo estadual para impedir que as águas do oceano invadissem o principal bairro do centro Maratimba. Deste modo, buscaram calcular as áreas da praia nos anos de 2005, 2010 e 2019.

Ainda na fase inteiração, os alunos usaram o *Google Maps* para coleta de informações, como a escala, e o *software GeoGebra* para plotar pontos no contorno da praia nas fotografias disponibilizadas pelo professor. Em relação ao *Google Maps* na inteiração, os diálogos dos alunos evidenciam o uso das *tecnologias digitais para coletar dados prontos*. Diniz e Borba (2012) e Borssoi

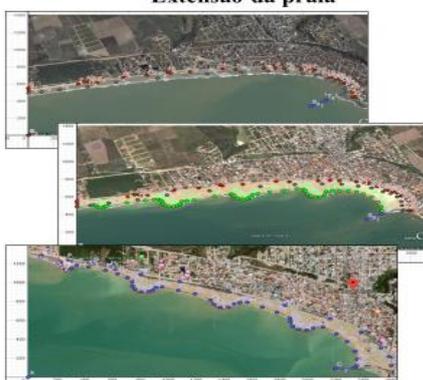
(2013) argumentam que o uso de tecnologias digitais pode promover a coleta de dados prontos em que informações armazenadas em banco de dados e disponibilizadas na internet podem constituir os dados de uma atividade de modelagem matemática.

Por outro lado, o uso de tecnologias digitais também serviu à produção de dados, em que os alunos utilizaram o *software GeoGebra* para plotar pontos em coordenadas cartesianas sobrepostos ao longo do contorno da faixa de areia da praia, conforme o Quadro 2.

**Quadro 2** - O uso do GeoGebra para produção de dados na atividade praia de Marataízes

*PP: Como vocês pensaram?*  
*A1.G1: Trabalhar com o geogebra, já mexemos com ele em uma outra disciplina.*  
*A2.G1: Mas não conseguimos colocar os pontos nos lugares certos, não tem mouse, pelo touch do notebook é difícil.*  
*A1.G1: Será que é suficiente esses pontos?*  
*PP: Vocês precisam de mais pontos, senão quando for ajustar depois, vai faltar dados, usa alguma referência para colocar os pontos..*  
*A1.G1: Acho que entendi...*  
*A3.G1: Obrigada!*  
*Silêncio...*  
*A2.G1: Exclui esses pontos aqui ó, está fora..*  
*A1.G1: Acho que precisamos seguir uma lógica, ele disse que seria melhor ter alguma referência, acho que se usarmos essas bordas da praia é melhor*

**Extensão da praia**



Fonte: Registro dos alunos.

Tendo em vista que na produção de dados por meio do *GeoGebra*, os alunos utilizaram as figuras da praia para elaborar um modelo geométrico da situação-problema, consideramos que *uso de tecnologias digitais para produção de dados* associa-se à função *experimentação* sugerida por Greefrath (2011).

Nessa função, há realização de experiências por meio do *software*, transformando dados da situação real em um modelo geométrico desta situação, que pode ser entendido como o modelo real da situação na terminologia de Blum e Leiß (2006), uma vez que os modelos geométricos produzidos pelos alunos consistem em estruturas e simplificações do modelo da situação.

Na *Matematização*, a partir da análise dos dados produzidos, os alunos decidiram ajustar curvas nos pontos plotados no contorno da praia para calcular a área delimitada por estas curvas, com o uso do *GeoGebra*. Nesse sentido, as ações dos alunos evidenciam o *uso de tecnologias digitais para elaboração de estratégias de resolução*, na transição do modelo real da situação para o modelo matemático, como um plano de ação para o uso da matemática no desenvolvimento da atividade.

Na Quadro 3, o G1 busca caminhos para a resolução do problema por meio do *software GeoGebra*, elaborando um plano de ação para ajustar funções polinomiais aos pontos plotados no

contorno da praia. O uso das tecnologias digitais está associado às funções *visualização* e *experimentação* de Greefrath (2011), haja vista que a *visualização* utilizada para analisar os dados produzidos na fase inteiração e a *experimentação* atuou na transformação de dados em diferentes registros, delineando conceitos e os procedimentos matemáticos na atividade.

**Quadro 3 – O uso do GeoGebra para elaboração de estratégias de resolução**

*A3.G1: vamos então fazer daquele jeito, a gente pega as figuras, coloca em cima da outra e vamos usar depois os pontos de cima, faz ai..*

[...]

*A1.G1: Então, vamos pegar esses pontos aqui ó, aí não confunde depois na tabela, já que depois vamos poder achar essa função aqui só com esses dados, aí não precisa de tudo aquilo, vai dar mais trabalho, está vendo?*

*A3.G1: Sim, então essa coordenada aqui para isso, para essa parte aqui de cima, depois a gente faz para essas duas aqui em baixo, dessas duas figuras.*

**Organização dos dados na planilha**

**Extensão da praia**

Fonte: Registros dos alunos

Na fase *resolução* os alunos do grupo G1 continuaram trabalhando com o *software GeoGebra* e o grupo G2 utilizou outros *software*, como o *Excel* e o *Maple*, principalmente para ajustar curvas, integração de funções e obtenção de um resultado matemático para o problema. Com o uso da ferramenta ‘análise bivariada’ do *GeoGebra*, os alunos do grupo G1 ajustaram curvas polinomiais aos pontos plotados no contorno da praia. A partir de algumas tentativas e escolhas em relação ao grau da função polinomial, os alunos discutiram com o professor qual era a curva mais adequada, isto é, que apresentava melhor ajuste aos pontos (Quadro 4).

**Quadro 4 - O uso do GeoGebra para ajuste de curva**

*A2.G1: Esses dois que ficaram mais para fora não tem problema?*

*PP: Vocês perceberam que ele fez o ajuste e passou no meio dos dois?*

*A2.G1: Sim...*

*PP: Então não tem problema não... Vocês já jogaram para lá?*

*A1.G1: Não! A gente não sabe fazer...*

*PP: Fica aqui no cantinho, copiar para visualização... Olha como a curva passou pelos pontos...*

Silêncio...

*PP: Aconteceu alguma coisa aqui, veja onde a curva está passando, por esses pontos aqui... Naqueles dois que a gente viu passou certinho, mas aqui no final está passando diferente, acho que foram colocados pontos errados aqui... Vamos ver a planilha... Olha esses pontos aqui, esses não são dessa praia, é da outra praia...*

*A1.G1: Entendi, confundimos aqui nesses pontos, perai...*

**Extensão da praia**

Fonte: Registros dos alunos

Na resolução dos alunos do grupo G2 o ajuste de curva foi realizado pelo *software CurveExpert*, e consideraram o ajuste polinomial como o mais adequado para representar os dados (Quadro 5).

**Quadro 5** - O uso do *CurveExpert* para ajuste de curva

A6.G2: Então né, a gente pode usar polinomiais aqui, de grau 20, sei lá, pois quanto mais grau mais a função faz curva, né?  
[...]  
A6.G2: Então vamos fazer lá no Curve...  
A5.G2: Vai me passando os pontos então...  
A6.G2: Beleza!  
A5.G2: Vamos usar a polinomial então já que ela define melhor a curva, quanto mais grau é melhor...  
Vamos escolher grau 6, o que acha?  
A6.G2: Pode ser!

Fonte: Registros dos alunos.

A utilização do *GeoGebra* e do *CurveExpert* na fase resolução evidencia o *uso de tecnologias digitais para ajuste de curvas*, pois os alunos ajustaram funções polinomiais aos pontos contidos no contorno da praia, utilizando os *software* para *visualização* das curvas em relação aos pontos e para obtenção de função representada *algebricamente*. Conforme Greefrath (2011) salienta, a *visualização* auxilia na análise de aspectos dos dados e de resultados matemáticos, que no caso da atividade, está associada à escolha da curva mais adequada para representar os dados. Já na obtenção de uma representação algébrica da curva, os alunos fizeram uso da *algebrização*, que segundo o autor, nesta função das tecnologias digitais, os recursos tecnológicos são usados para a representação algébrica e para elaboração de um modelo matemático.

Para responder o problema proposto na atividade, os alunos calcularam as integrais das funções obtidas, nos intervalos delimitados pelas curvas traçadas, obtendo a área da superfície desejada. Para calcular as integrais os alunos do grupo G1 utilizaram o *software GeoGebra* (Quadro 6) e os alunos do grupo G2 usaram o *Maple* (Quadro 7). Neste contexto, entra em evidência o *uso de tecnologias digitais para operacionalização*, principalmente relativo à operações do Cálculo Diferencial e Integral, como a integração de uma função em determinado intervalo. Operacionalizar está associado à função *cálculo* nas tecnologias digitais em atividades de modelagem matemática, definida por Greefrath (2011, p. 301), em: “uso comum de ferramentas digitais, particularmente sistemas algébricos computacionais” e possibilita obter resultados mais rápidos.

**Quadro 6 - O uso do GeoGebra para operacionalização**

**Funções ajustadas**

$g(x) = -0.0000000000102 x^8 + 0.000000000599007 x^4 - 0.000001281914565 x^3 + 0.001129152935427 x^2 - 0.176758944263551 x + 551.2299631588997$

$h(x) = 0 x^6 + 0.00000000001104 x^5 - 0.000000002750982 x^4 + 0.000003102791182 x^3 - 0.001474378626037 x^2 + 0.288824347468451 x + 482.99619867630196$

$p(x) = 0.000360500638915 x + 438.38160471866564$

$q(x) = 798.57 x - 2068281.73$

$r(x) = 0 x^6 + 0.00000000000859 x^5 - 0.00000002399445 x^4 + 0.000003126365649 x^3 - 0.00189471643541 x^2 + 0.604413776574547 x + 524.9610227919774$

$s(x) = -0.00000000000103 x^3 + 0.00000000581631 x^4 - 0.000001178805896 x^5 + 0.000963344321291 x^2 - 0.0956590435294 x + 499.96065008645627$

$a(x) = 0 x^8 + 0 x^7 - 0.00000000000002 x^6 + 0.00000000003316 x^5 - 0.000000003009489 x^4 + 0.000001413826029 x^3 - 0.000376277206222 x^2 - 0.193247839828269 x + 1307.3221469372636$

$b(x) = 0 x^8 + 0 x^7 - 0.00000000000014 x^6 + 0.00000000020651 x^5 - 0.000000013153993 x^4 + 0.00000236357105 x^3 + 0.003299173880593 x^2 - 1.514389356149437 x + 1383.2879862753298$

$c(x) = 0.010587761674718 x + 95.46468236714982$

*A3.G1: conseguimos as funções, acho que agora deu certo pois está passando em cima de todos os pontos...*

*A2.G1: tem essas três funções aqui (referindo a praia de 2010)... Mas se integrar elas e fizer a subtração, essa parte aqui também vai entrar, né?*

**Cálculo da área sob a curva**

*PP: Então, mas aqui vocês precisam delimitar nesses pontos aqui, veja...*

*A1.G1: Entendi, mas é só usar esses dois pontos aqui para ajustar a função, né?*

*PP: Sim!*

*Arrumando...*

*A1.G1: Acho que é isso... Só a gente integrar agora com esse ponto inicial e esse final e depois fazer a subtração olhando nesses pontos.*

Fonte: Registro dos alunos

**Quadro 7 - O uso do Excel e Maple para ajuste de curva**

*A5.G2: Então vamos fazer... Vamos ir colocando aqui no Excel para a gente não perder os dados, vamos fazer isso para todas as funções das figuras. Depois a gente joga lá no maple, beleza?*

*A6.G2: Beleza...*

*[...]*

*A5.G2: Então, pegamos esses pontos aqui e jogamos no curve, aí o software achou a função polinomial para a gente, vamos achar essas 4 funções aqui... Primeiro a gente acha a área da figura de 2005, depois de 2010 e acha a área que o governo fez... Depois a gente acha a área de 2019 para ver o quanto teve de erosão, entendeu?*

**Organização dos dados pela planilha**

	A	B	C	D	E
6th Degree Polynomial Fit: y=a+bx+cx^2+dx^3...				17th Degree Polynomial Fit: y=a+bx+cx^2+dx^3...	
Coefficient Data:				Coefficient Data:	
a =		2,4702397909100000		a =	-858672797525,0000
b =		1,2741007680200000		b =	425191206680,0000
c =		-0,6526725777070000		c =	-6335599281410,0000
d =		0,1646933726290000		d =	4872700324730,0000
e =		-0,0203791944041000		e =	-2143441908660,0000
f =		0,0012176790446500		f =	562235838462,0000
g =		-0,0000283171846811		g =	-86297464993,9000
				h =	6591769621,1800
				i =	-413189,0540
				j =	-37628143,8177
				k =	1725980,7253
				l =	47081,1760
				m =	4977,0338
				n =	-1736,1345
				o =	137,4623
				p =	-5,4722
				q =	0,1281
				r =	-0,0016

**Funções ajustadas**

$f(x) = 2,47023979091 + 1,27410076802 * x - 0,652672577707 * x^2 + 0,164693372629 * x^3 - 0,0203791944041 * x^4 + 0,00121767904465 * x^5 - 0,0000283171846811 * x^6$

$g(x) = -858672797525 + 425191206680 * x - 6335599281410 * x^2 + 4872700324730 * x^3 - 2143441908660 * x^4 + 562235838462 * x^5 - 86297464993,9 * x^6 + 6591769621,18 * x^7 - 413189,054001 * x^8 - 37628143,8177 * x^9 + 1725980,72534 * x^{10} + 47081,1759746 * x^{11} + 4977,03380423 * x^{12} - 1736,13453567 * x^{13} + 137,462344967 * x^{14} - 5,47222348285 * x^{15} + 0,128144181211 * x^{16} - 0,00159448804714 * x^{17}$

Fonte: Registros dos alunos

Na fase Interpretação dos resultados e validação, os alunos do grupo G1 encontraram um resultado que poderia solucionar o problema e consideraram o modelo válido para a situação-problema. Quanto ao grupo G2, os alunos encontraram uma solução discrepante e consideraram

ISSN: 2674-7707

11

01 a 03 de setembro de 2022  
 União da Vitória – Paraná



que o resultado da subtração das integrais definidas não tinha lógica, já que o resultado encontrado era muito grande.

Consideramos *o uso de tecnologias digitais para reflexão dos resultados obtidos*, representando a interpretação dos resultados pelos alunos, ou seja, se a solução para o problema é válida ou não. Ao refletir sobre os resultados obtidos, os alunos consideraram que os erros foram cometidos na transição da linguagem de um *software* para outro. Isso pode ser justificado pela falta de familiaridade com os *software* utilizados, como evidencia um excerto do questionário aplicado aos estudantes após o desenvolvimento da atividade:

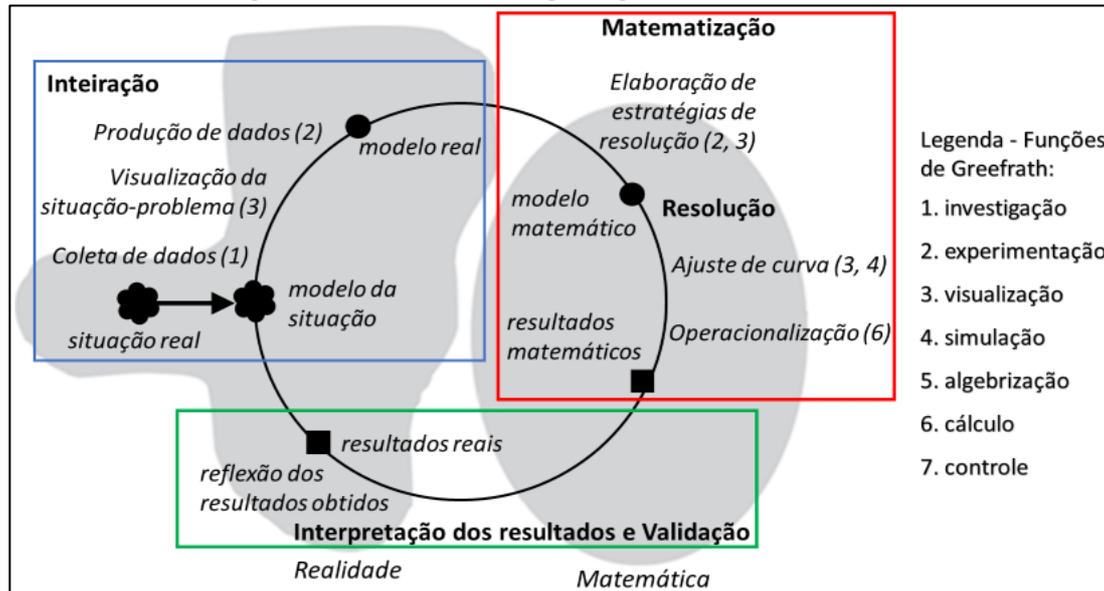
*A1.G1: Tivemos dificuldades em utilizar o software Geogebra, porém foi muito importante para o desenvolvimento da atividade, além da contribuição, pois fica mais fácil a visualização do gráfico no Geogebra, usamos para fazer as funções e depois usar as integrais.*

*A6.G2: Os software ajudaram, porém não tínhamos muita prática com os programas utilizados. Utilizamos o Geogebra, o CurveExpert e o Maple. Usamos o GeoGebra para inserir as imagens e colher os pontos do plano, depois colocamos os pontos no CurveExpert para obtermos a função, e calculamos esta no Maple.*

Apesar das dificuldades com o uso de tecnologias digitais na percepção dos alunos, estes reconheceram que as tecnologias digitais auxiliaram na visualização, obtenção dos modelos matemáticos, cálculos, entre outros. Essa reflexão acerca do uso de tecnologias digitais no desenvolvimento da atividade evidencia o pensar sobre a resolução da atividade de modelagem matemática realizada, indo ao encontro da argumentação de Borssoi (2013), de que o uso de tecnologias digitais em atividades de modelagem matemática contribui para o pensar juntos com tecnologias em modelagem matemática.

Assim, o uso de tecnologias digitais permeou as diferentes fases do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, e esboçamos por meio da Figura 3 um ciclo de modelagem matemática da atividade analisada que indica como foi o uso de tecnologia pelos alunos no decorrer das diferentes fases da modelagem matemática.

Figura 3 – Ciclo de Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais da atividade analisada – Praia de Marataízes



Fonte: Os autores

Nesse sentido, é possível um ambiente de aprendizagem que “promova o trabalho colaborativo, quando os alunos passam a pensar juntos com os pares, com o professor, com a tecnologia” (BORSSOI, 2013, p. 172).

### Considerações Finais

Considerando o objetivo de “investigar como se deu o uso de tecnologias digitais no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática em um curso de Licenciatura em Química de uma universidade federal, localizada no Norte do Paraná”, investigamos que os alunos fizeram uso de tecnologia digital na fase de *inteiração* para *coleta de dados*, *visualização da situação-problema* e *produção de dados*, que estão associados às funções *investigação*, *visualização* e *experimentação* caracterizadas por Greefrath (2011).

Quanto à fase *matematização*, os alunos fizeram uso de tecnologias para *elaboração de estratégias de resolução* que está associada às funções *experimentação* e *visualização*. Na fase *resolução* os alunos fizeram uso de tecnologias digitais para *ajuste de curvas* e *operacionalização*. Esses usos estão associados às funções *visualização*, *algebrização* e *cálculo*. Por fim, na fase *interpretação dos resultados e validação*, a tecnologia possibilitou *reflexões acerca dos resultados obtidos*.

O uso de tecnologias pelos alunos, favoreceu o desenvolvimento da atividade. Viabilizou



aos alunos mais interação com a situação-problema bem como foi fundamental para que os modelos matemáticos fossem construídos e avaliados em relação ao problema investigado. Esses alunos usaram tecnologias digitais para desenvolver a atividade de modelagem matemática desde a situação inicial à situação final e na medida em que foram explorando a situação-problema por meio dos *software*, percebemos que um dos grupos acabou mesclando os *software* e isso acabou influenciando a solução do problema.

## Referências

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. O conceito de função em situações de Modelagem. **Zetetiké**, Campinas, v. 13, n. 23, p. 63-83, 2005.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1 ed., 2ª reimpressão - São Paulo: Contexto, 2016.

ARAÚJO, J. L. (2002) **Cálculo, tecnologias e modelagem matemática: as discussões dos alunos**. Tese de doutorado - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2002, 180 f

BLUM, W.; LEISS, D. (2006). "FILLING UP" – THE PROBLEM OF INDEPENDENCE-PRESERVING TEACHER INTERVENTIONS IN LESSONS WITH DEMANDING MODELLING TASKS. In Bosch, M. (Ed.) CERME-4 - **Proceedings of the fourth conference of the European Society for Research in mathematics education**, Guixol.

BLUM, W.; LEISS, D. How do students and teachers deal with modelling problems? The example "Filling up." In: **Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics**. Chichester: Horwood Publishing Limited. Chichester: Horwood: HAINES, C.; GALBRAITH, P.; BLUM, W.; KHAN, S., 2006. p. 222–231.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C.; CHIARI, A. S. S. DIFERENTES USOS DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NAS LICENCIATURAS EM MATEMÁTICA DA UAB. **Nuances: estudos sobre Educação**, Prudente-SP, v. 25, n. 2, p. 127-147, maio/ago. 2014.

BORROMEO FERRI, R. **Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education**. Zurique: Springer International Publishing Ag, 2018. 164 p.

BORSSOI, A. H.; ALMEIDA, L. M. W. Percepções sobre o uso da Tecnologia para a Aprendizagem Significativa de alunos envolvidos com Atividades de Modelagem Matemática. **Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias (En línea)**, v. 10, p. 36–45, 2015.



BORSSOI, A. H. **Modelagem Matemática, Aprendizagem Significativa e Tecnologias: articulações em diferentes Contextos Educacionais**. 2013. 256 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Brasília, DF, 2018.

DINIZ, L. N.; BORBA, M. C.. Leitura e Interpretação de Dados Prontos em um Ambiente de Modelagem e Tecnologias Digitais: o mosaico em movimento. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, [S.L.], v. 26, n. 43, p. 935-962, ago. 2012.

GEISER, V. Factors Affecting Teachers' Adoption of Innovative Practices with Technology and Mathematical Modelling. In **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling (ICTMA 14)**. Hamburgo: KAISER, G.; BLUM, W.; FERRI, R. B.; STILLMAN, G. (Ed.), 2011. p. 305–314.

GREEFRATH, G. Using Technologies: New Possibilities of Teaching and Learning Modelling – Overview. In: **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling (ICTMA 14)**. Hamburgo: KAISER, G.; BLUM, W.; FERRI, R. B.; STILLMAN, G. (Ed.), 2011. p. 301–304.

GREEFRATH, G.; HERTLEIF, C.; SILLER, H.-S. Mathematical modelling with digital tools—a quantitative study on mathematising with dynamic geometry *software*. **ZDM**, p. 1–12, 2018.

GREEFRATH, G.; SILLER, H.-S. Modelling and Simulation with the Help of Digital Tools. In: **Mathematical Modelling and Applications: Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education (ICTMA 17)**. Melbourne: STILLMAN, G.; BLUM, W.; KAISER, G.;(Ed.), 2017. p. 529–540.

MALHEIROS, A. P. dos S. **A produção matemática dos alunos em um ambiente de modelagem**. 2004. 180 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Instituto de Geociências e Ciências Exatas Campus de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

MALHEIROS, A. P. S.; FRANCHI, R. H. O. L. As Tecnologias da Informação e Comunicação nas produções sobre Modelagem no GPIMEM. In: BORBA, M. C.; CHIARI, A. (Org.). **Tecnologias Digitais e Educação Matemática**. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2013. Cap. 3. p. 175-193.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica – Matemática**. Curitiba: 2008. Disponível em: <[www.diaadiaeducacao.pr.gov.br](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br)>. Acesso em 26 fev. 2019.

SOARES, D. S.; BORBA, M. C. The role of *software* Modellus in a teaching approach based on model analysis. **ZDM**, v. 46, p. 575–587, 2014.