



União da Vitória - Paraná

# IX EPMEM

Encontro Paranaense de Modelagem na  
Educação Matemática

## Informações sobre as Autoras:

*Ana Paula Zanim*

Universidade Estadual do Paraná (Unespar) -  
Campus Apucarana  
aninha\_pz@hotmail.com

*Lourdes Maria Werle de Almeida*

Universidade Estadual de Londrina (UEL)  
lourdes.maria@sercomtel.com.br

## Análise do Desenvolvimento de Competências dos Alunos em uma Atividade de Modelagem Matemática

### Resumo

Esse artigo tem por objetivo investigar possíveis níveis de desenvolvimento de competências em modelagem matemática que os alunos atingiram ao desenvolver uma atividade de modelagem. Com esta finalidade analisamos uma atividade de modelagem desenvolvida por alunos do 4º semestre de um curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de Modelagem Matemática. Nossas conclusões fundamentam-se na análise qualitativa e interpretativa das transcrições das gravações em áudio e vídeo, dos registros escritos bem como anotações em caderno de campo. Refletir sobre o estágio de desenvolvimento é importante para que o professor possa monitorar suas atitudes no decorrer da atividade de modo a contribuir para que os alunos desenvolvam competências e possam atingir um estágio de desenvolvimento maior, o que pode favorecer a aprendizagem dos alunos sobre a matemática e o *fazer* modelagem matemática.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Modelagem Matemática. Competências em Modelagem Matemática.

### Abstract

This article aims to investigate possible levels of competence development in mathematical modelling that students reached when developing a modeling activity. For this purpose, we analyzed a modelling activity developed by students of the 4th semester of a Mathematics Degree course in the Mathematical Modelling discipline. Our conclusions are based on the qualitative and interpretative analysis of the transcripts of the audio and video recordings, of the written records as well as notes in the field notebook. Reflecting on the stage of development is important so that the teacher can monitor their attitudes during the activity in order to help students develop skills and reach a higher stage of development, which can favor student learning about mathematics. and doing mathematical modelling.

**Keywords:** Mathematics Education. Mathematical Modelling. Mathematical Modelling Competences.

Realização:





## Introdução

A utilização da modelagem matemática em aulas de Matemática vem se confirmando em diferentes níveis de escolaridade, especialmente nas últimas décadas. Em termos gerais, a modelagem matemática tem por finalidade o estudo de situações extra matemáticas usando matemática. Na sala de aula, atividades de modelagem matemática vêm sendo propostas como alternativa pedagógica em que problemas que se originam fora do contexto da matemática são investigados com interesses educacionais e visando a formação dos estudantes (ALMEIDA; BRITO, 2005).

Dentre os interesses de pesquisas sobre Modelagem Matemática na área de Educação Matemática um aspecto que tem sido considerado, especialmente em nível internacional, diz respeito às competências dos alunos no âmbito do desenvolvimento de atividades de modelagem. Maaß (2006), Jensen (2007), Lorin (2015), Almeida e Zanin (2016), são exemplos de pesquisas com essa temática. Particularmente, propor meios para analisar as competências desenvolvidas pelos alunos em modelagem matemática bem como identificar níveis ou estágios do desenvolvimento de competências são aspectos de interesse (BORROMEIO-FERRI, 2006; ZOTTL et al., 2011; SILLER et al., 2015; LUDWUING; XU, 2010; LU; HUANG, 2021).

Podemos dizer, a partir das indicações de Niss e Højgaard (2011), que uma pessoa é competente em um determinado campo quando ela é capaz de dominar aspectos essenciais dentro desse campo de forma incisiva, com uma visão geral e certeza de julgamento. Ainda, segundo esses autores, no âmbito da Matemática ser competente é “ter conhecimento, compreensão, fazer, usar e ter uma opinião sobre a matemática e atividades de matemática em uma variedade de contextos nos quais a matemática desempenha ou pode desempenhar um papel” (NISS, HØJGAARD, p.49, 2011).

Na presente pesquisa, ao considerar o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática por alunos do 4º semestre de um curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de Modelagem Matemática, investigamos possíveis níveis do desenvolvimento de competências em modelagem matemática que os alunos atingiram ao desenvolver uma atividade de modelagem. O processo analítico que subsidia nossas observações e inferências segue pressupostos da abordagem qualitativa de pesquisa e tem caráter interpretativo.



### Quadro teórico

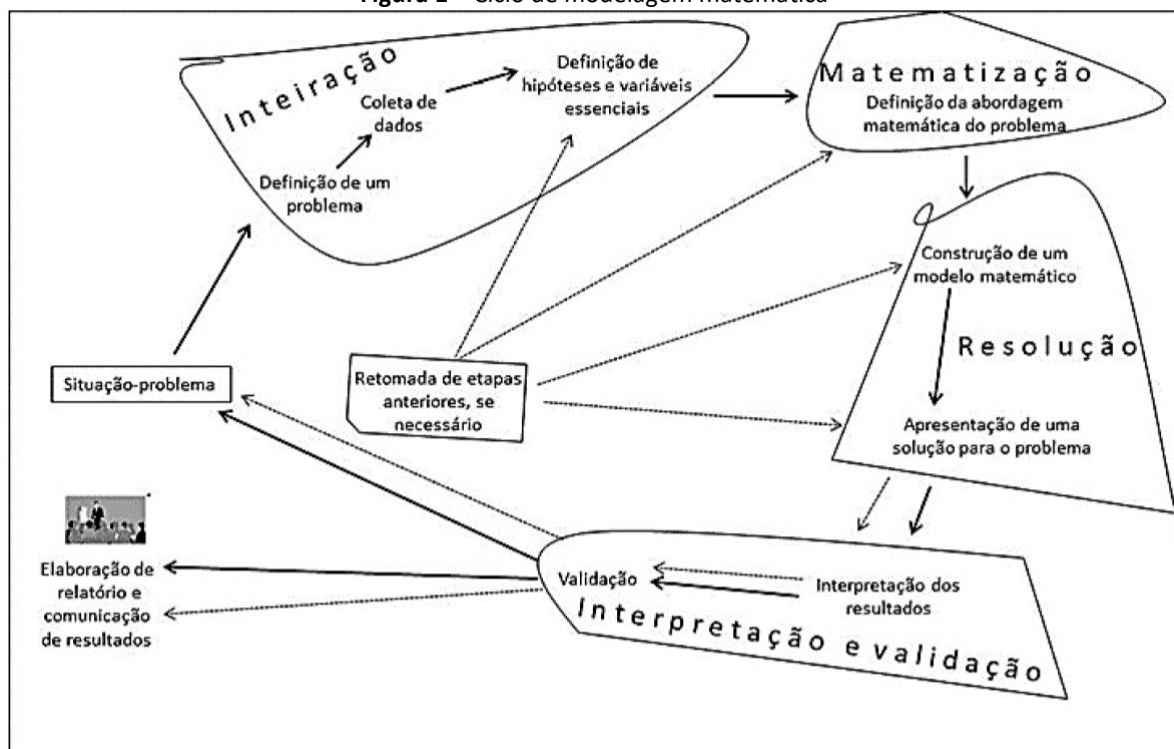
A modelagem matemática na sala de aula constitui uma alternativa, ou seja, uma possibilidade, para relacionar matemática escolar com situações extra matemáticas que podem ser de interesse dos alunos (ALMEIDA; BRITO, 2005). Consideramos que uma atividade de modelagem matemática pode ser descrita “em termos de uma situação inicial (problemática) e de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação problema) e de um conjunto de procedimentos” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.12).

Uma característica de atividades de modelagem matemática é o seu caráter investigativo:

o ponto de partida é, normalmente, uma situação no mundo real. A simplificação, estruturação e esclarecimento da situação – de acordo com o conhecimento e os interesses do modelador – conduzem à formulação de um *problema* e de um *modelo real* da situação. [...]. O modelo real – ainda uma parte do mundo real, é *matematizado*, isto é, os objetos, dados, relações e as condições envolvidas nele são traduzidos matematicamente, resultando em um modelo matemático da situação original. Métodos matemáticos são acionados e usados para obter *resultados matemáticos*. Estes têm de ser *interpretados* em relação à situação original. Ao mesmo tempo, o modelador *valida* o modelo por meio da verificação da solução obtida do problema, o que é feito verificando se os resultados matemáticos são adequados e razoáveis para seus propósitos. Se for necessário (e é, frequentemente, no caso de processos de resolução de problemas “realmente reais”), todo o processo tem de ser repetido por meio de uma modificação, podendo mesmo resultar em um modelo diferente. No fim, a solução obtida para situação-problema inicial é apresentada e comunicada (BLUM, 2002, p. 152-153).

No desenvolvimento de atividades de modelagem os procedimentos requeridos, ora com vistas à situação-problema original, ora com vistas à situação-problema idealizada para viabilizar uma abordagem na sala de aula (PALHARINI, 2017), são associados ao que se reconhece como ciclo de modelagem. Na Figura 1 apresentamos um possível ciclo. Neste ciclo, as linhas pontilhadas se associam ao aspecto de que os alunos podem trabalhar de diferentes maneiras, retomando e refazendo procedimentos sempre que necessário, o que pode favorecer o desenvolvimento de competências nos alunos (ZOTTLE et al., 2011; SILLER et al., 2015; LUDWUING; XU, 2010; LU; HUANG, 2021).

Figura 1 – Ciclo de modelagem matemática



Fonte: Almeida, Castro e Silva (2021, p. 386).

Segundo Greefrath (2020), pesquisas que consideram o ensino e a aprendizagem em modelagem matemática tem propiciado meios para avaliar competências dos alunos quando desenvolvem atividades desse tipo.

Na literatura o debate sobre competências dos alunos quando desenvolvem atividades de modelagem matemática compreende duas diferentes perspectivas: uma perspectiva holística e uma perspectiva atomística. Sob uma perspectiva holística, o termo competência é usado e interpretado em relação à experiência dos alunos relativamente às suas ações nas diferentes etapas do ciclo de modelagem matemática bem como subprocessos e subcompetências associados aos procedimentos que realizam (MAAß, 2006; KAISER, 2007). Na perspectiva atomística os pesquisadores sugerem que os alunos experienciem partes do ciclo de modelagem matemática, logo subprocessos e subcompetências específicas.

Kaiser (2007, p. 110) definiu as competências em modelagem em distinção a habilidades de modelagem como: “competências em modelagem incluem, em contraste com habilidade de modelagem, não só a habilidade, mas também a vontade de resolver problemas, com aspectos matemáticos tomados da realidade, por meio da modelagem matemática”. A autora apresenta uma



variedade de competências que parecem ser necessárias a fim de levar a cabo o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática de forma autônoma:

- competências para entender os problemas do mundo real e construir um modelo de realidade;
- competências para construir um modelo matemático a partir de um modelo do mundo real;
- competências para resolver problemas matemáticos dentro de um modelo matemático;
- competência para interpretar resultados matemáticos em um modelo do mundo real ou uma situação real;
- competência para desafiar soluções e, se necessário, para realizar outro processo de modelagem (KAISER, 2007, p. 111).

Se o interesse é analisar a quão competente o aluno é para percorrer todas as etapas do ciclo de modelagem é preferível usar uma abordagem holística. Agora, se a intenção é analisar o quão competente o aluno é com relação a alguns procedimentos específicos em algumas etapas da modelagem matemática, então pode-se usar abordagens atomísticas.

Alguns autores se dirigem à identificação das competências desenvolvidas pelos alunos em modelagem matemática levando em consideração que eles perpassam todas as etapas. Neste caso, observar e analisar os relatórios escritos pelos alunos, bem como a gravação de áudio/vídeo dos processos de trabalhos dos alunos são meios para inferir sobre competências dos alunos. O processo de análise dessas competências, algumas vezes se dirige à categorização de níveis de competência em modelagem matemática (LU; HUANG, 2021). Siller et al. (2015) caracteriza quatro níveis de competência levando em consideração a natureza da situação do mundo real e a complexidade da modelagem:

- Nível 1: Implementar uma mudança representacional entre um contexto e uma representação matemática usando modelos familiares e diretamente reconhecíveis para descrever uma determinada situação com uma decisão apropriada.
- Nível 2: Descrever a situação da realidade por meio de modelos matemáticos e relações matemáticas. Reconhecer e definir as condições gerais para o uso de modelos matemáticos.
- Nível 3: Aplicação de modelos a novas situações, encontrando um ajuste adequado entre matemática e características de situações da realidade.
- Nível 4: Modelagem mais ampla de uma determinada situação; refletir sobre as diferentes possibilidades para a solução e a construção do modelo matemático bem como a avaliação da precisão ou adequação dos métodos de resolução subjacentes (SILLER et al, 2015, p. 5).

Também a partir de uma perspectiva holística, Ludwing e Xu (2010) apresentam seis níveis de competência dos alunos em modelagem matemática que estão relacionados com as etapas de um ciclo de modelagem matemática:



- Nível 0: O aluno não entendeu a situação e não é capaz de esboçar ou escrever uma interpretação para a situação por meio da matemática.
- Nível 1: O aluno compreende a situação real, mas não é capaz de estruturar e simplificar a situação ou não consegue encontrar conexões com ideias ou conceitos do campo da matemática.
- Nível 2: Depois de entender a situação real, o aluno é capaz de identificar características da situação, fazer simplificações, mas não sabe definir um problema matemático para a situação.
- Nível 3: O aluno é capaz de entender a situação, escrever um problema matemático, mas não consegue trabalhar com esse problema usando matemática.
- Nível 4: O aluno é capaz de resolver um problema matemático identificado em uma situação real, construir uma solução usando matemática e obter resultados matemáticos.
- Nível 5: O aluno realiza todas as etapas de um ciclo de modelagem, validando a solução de um problema matemático em relação à situação da realidade (LUDWING; XU, 2010, p. 79).

No estudo de Lu e Huang (2021), os alunos foram convidados a realizar uma experiência que consiste em desenvolver três atividades de modelagem relativas a diferentes contextos, diferentes conteúdos matemáticos e com níveis de dificuldade distintos. Com base no trabalho de Blum e Kaiser (1997), os autores usaram cinco subcompetências em modelagem e uma análise qualitativa de alguns trabalhos escritos dos alunos, para fazer uma codificação visando caracterizar cinco estágios que os alunos alcançaram em cada fase das atividades de modelagem:

- Estágio 0: O aluno não consegue identificar quaisquer quantidades ou relações na situação real, não tenta propor uma resolução ou apresenta sem sentido para a situação;
- Estágio 1: O aluno tenta estruturar a situação real e apresenta ideias, mas é incapaz de desenvolver um modelo matemático (por exemplo, apenas lista algumas variáveis ou identifica algumas relações entre as variáveis);
- Estágio 2: O aluno propõe algumas hipóteses razoáveis e desenvolve um modelo matemático, mas o modelo não é adequado para a situação ou apresenta problemas matemáticos;
- Estágio 3: O aluno desenvolve um modelo matemático, mas não consegue chegar a uma solução adequada;
- Estágio 4: O aluno propõe um modelo matemático adequado e obtém uma boa solução, mas não interpreta a solução em relação à situação real;
- Estágio 5: O aluno desenvolve um modelo matemático e corretamente realiza uma resolução adequada do problema proposto. O aluno também interpreta e verifica o modelo e a solução frente à situação da realidade (LU; HUANG, 2021, p. 223).

Esses níveis ou estágios estão relacionados com o que se espera que o aluno faça no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Com a intenção de identificar qual estágio de desenvolvimento de competências em modelagem matemática os alunos podem atingir no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, consideramos neste artigo as competências apresentadas por Kaiser (2007) bem como os estágios definidos por Lu e Huang (2021).



### Encaminhamento metodológico

A opção metodológica adotada fundamenta-se numa abordagem qualitativa de pesquisa (LÜDKE; ANDRÉ, 1986; BOGDAN; BIKLEN, 1994) em que realizamos uma análise interpretativa dos dados para identificar o estágio de desenvolvimento de competências em modelagem matemática os alunos podem atingir no desenvolvimento de uma atividade de modelagem.

Os três participantes da pesquisa são alunos do 4º semestre de um curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de Modelagem Matemática. A atividade com a temática *Cuidado com o Bafômetro* foi desenvolvida pelos alunos reunidos em grupo e orientados pela professora da turma e pela pesquisadora, uma das autoras deste artigo. A atividade foi desenvolvida no decorrer de três aulas. Denominamos os alunos envolvidos nesse trabalho por A1, A3 e A4, a professora da turma por P e a pesquisadora por Pr.

Os dados para análise foram coletados por meio da observação direta dos alunos durante as aulas, aplicação de questionários, entrevista, anotações em diário de campo, gravações de áudio e vídeo bem como os registros do relatório entregue pelos alunos.

### A atividade: Cuidado com o bafômetro

Os alunos do grupo escolheram esse tema, pois queriam fazer algo que ajudasse as pessoas e, como o tema sobre a eliminação do álcool da cerveja no organismo é um tema que está no dia a dia da maioria das pessoas, se propuseram a estudá-lo. No início coletaram informações a respeito do tema escolhido. Depois de algumas leituras e pesquisas sobre o tema, escreveram o texto que explica o tema conforme indica o Quadro 1.

**Quadro 1 - Informações relativo ao tema estudado pelos alunos****Cuidado com o bafômetro!**

O principal ingrediente das bebidas alcoólicas é a molécula de etanol. Assim que uma pessoa “toma um gole”, estas moléculas rapidamente começam a entrar na corrente sanguínea, e se espalham pelo corpo, onde aproximadamente 90% são metabolizadas pelo fígado, e o restante pelos pulmões, rins e pele, para sua eliminação. Este processo ocorre lentamente, eliminando em média 0,10g/L de álcool do sangue do indivíduo por hora.

O consumo de bebidas alcoólicas é um assunto que envolve desde festas e comemorações até riscos. Mesmo com a lei seca aprovada em 19 de junho de 2008, Julia Greve médica fisiatra que trabalha no Instituto de Ortopedia e Traumatologia da Universidade de São Paulo afirma que, os números do IML indicam que 50% dos mortos no Brasil vítimas de acidente de trânsito estavam embriagados no momento do acidente. Evidenciando que o hábito de conduzir automóveis após ingerir bebidas alcoólicas continua.

Dados da Universidade Estadual Paulista informam que uma lata skol de 269ml possui 9,22g de álcool. E um condutor que ingerir qualquer quantidade de bebida alcoólica e for submetido à fiscalização de trânsito estará automaticamente sujeito a multa de R\$ 1915,40, suspensão do direito de dirigir e terá o veículo retido. Na prática, o condutor não poderá ingerir nenhuma quantidade de álcool que já será considerada a infração de trânsito. Se o indivíduo fizer o teste e a concentração for maior do que 0,068g/L (recomendação do Inmetro como margem de segurança do bafômetro) de sangue, será considerado crime de trânsito e o agente o encaminhará à autoridade policial.

Vejam esta tabela que mostra a quantidade de sangue no organismo de alguns indivíduos:

Homens		
Massa (kg)	Altura (m)	Quantidade de sangue (L)
65	1,70	4,499
70	1,70	4,660
75	1,70	4,821
Mulheres		
Massa (kg)	Altura (m)	Quantidade de sangue (L)
65	1,70	4,083
70	1,70	4,248
75	1,70	4,414

**Situação inicial:**

Concentração de álcool no sangue após ingerir bebida alcóolica.

**Inteiração:**

Buscar informações sobre como o álcool contido na cerveja é eliminado do organismo e como funciona a lei que pune quem dirige alcoolizado.

**Fonte:** trabalho final dos alunos

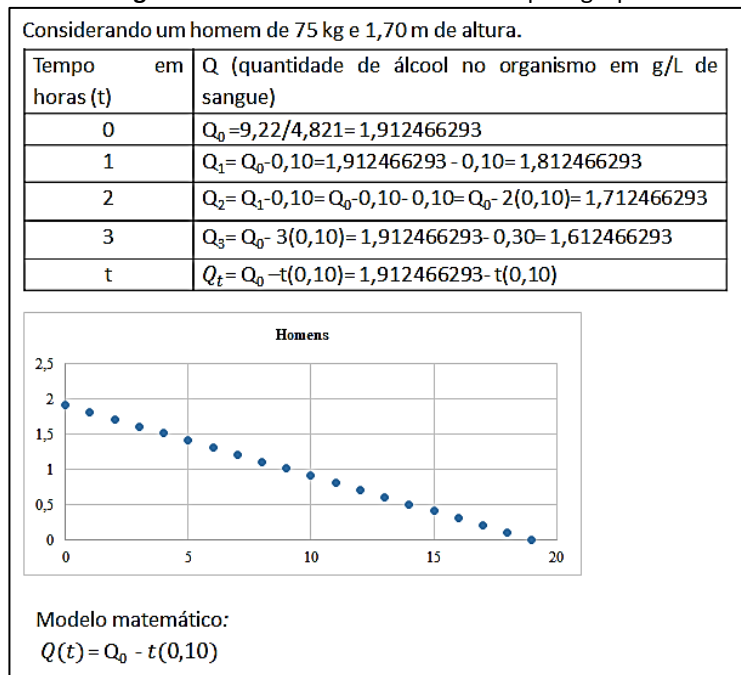
O problema que o grupo se propôs a estudar é: *Após um motorista ingerir uma lata de cerveja, quanto tempo ele deve esperar para que o álcool ingerido seja eliminado pelo organismo e, conseqüentemente, possa dirigir sem cometer uma infração de trânsito?* As variáveis do problema foram identificadas como:  $t$  (tempo em horas);  $Q$  (quantidade de álcool no organismo em g/L).

O grupo considerou três hipóteses para a situação: (1) O organismo elimina em média 0,10 g/L de álcool no sangue por hora; (2) 269 ml de cerveja contêm 9,22 g de álcool; (3) Se o indivíduo fizer o teste do bafômetro e a concentração de álcool for maior superior a 0,068g/L (recomendação do Inmetro como margem de segurança do bafômetro) no sangue, será considerado crime de trânsito.

Usando estas variáveis e hipóteses, os alunos construíram um modelo matemático conforme indica a Figura 2.



**Figura 2 - Modelo matemático obtido pelo grupo**



Fonte: trabalho final dos alunos

O grupo usou o modelo matemático construído para obter a quantidade de álcool no organismo de um homem de 75kg e 1,70m de altura, conforme a Figura 3.

**Figura 3 – Quantidade de álcool no organismo**

t	Q(t)
0	1,912466
1	1,812466
2	1,712466
3	1,612466
4	1,512466
5	1,412466
6	1,312466
7	1,212466
8	1,112466
9	1,012466
10	0,912466
11	0,812466
12	0,712466
13	0,612466
14	0,512466
15	0,412466
16	0,312466
17	0,212466
18	0,112466
19	0,012466
20	-0,08753

Um homem de 75 kg e 1,70 m de altura, após ingerir uma lata de cerveja de 269 ml, poderá dirigir sem correr riscos de ser detectado no bafômetro após 19 horas.

Fonte: trabalho final dos alunos



## As competências dos alunos

Para apresentar inferências sobre as competências dos alunos nesta atividade analisamos os registros do relatório entregue, os questionários por eles respondidos bem com detalhes da entrevista semiestruturada que fizemos com os alunos após o desenvolvimento da atividade.

Os alunos coletaram muitas informações a respeito do tema escolhido e não sabiam como utilizar aquelas informações para resolver o problema, conforme indica o diálogo a seguir.

A4: Nós já definimos nosso problema, né.

[...]

Pr: Mas o que vocês querem fazer?

A1 e A4: Vamos coletar os dados.

A3: Como vamos escrever... teor de álcool. Eu achei umas coisas.

A4: Quanto de álcool tem na cerveja, vamos escrever tudo que a gente pensou. Sabe o que a gente tem que saber: de quanto em quanto tempo o álcool é eliminado do corpo. Em quanto tempo ele vai ser eliminado?

[...]

P: É vocês precisam definir as hipóteses para organizar as ideias do que podem considerar para estudar a situação pois tem vários fatores que influenciam na eliminação do álcool do organismo.

[...]

A4: Acho que vamos ter que ir ao mercado e olhar o que consta nas latinhas de cerveja pois está muito confuso.

A3: Mas gente, nós vamos fazer usando a quantidade de álcool que tem na garrafa, na latinha ou em um copo de cerveja?

Do diálogo dos alunos no grupo emergiu a necessidade de coletar e organizar informações visando obter uma solução para o problema para o qual queriam obter uma resposta: Após um motorista ingerir uma lata de cerveja quanto tempo ele deve esperar para que o álcool seja eliminado pelo organismo e, conseqüentemente, possa dirigir sem cometer uma infração de trânsito?

Embora muitas informações sobre esse tema estejam disponíveis, elas são pouco articuladas e consideram apenas alguns aspectos da situação, omitindo outros ou não considerando especificidades como por exemplo o sexo e a massa corporal que podem influenciar na eliminação do álcool. O grupo decidiu pedir ajuda à professora, conforme indica o diálogo a seguir.

A4: Professora, estamos com muitas dúvidas! Não sabemos qual dos dados usar.

Pr: Quais dados vocês têm?

A4: A gente achou a quantidade de álcool no organismo.

A3: Quanto elimina por hora, achamos também a quantidade de sangue ... aí a gente não sabe o que usar para construir o nosso modelo.



A4: A gente fez uma tabela para homem e outra para mulher e diferentes pesos que achamos em uma reportagem e quantos litros de sangue eles têm no corpo. Achamos num site que em 5 litros elimina tanto de álcool e agora vamos fazer para um litro e colocar aqui.

A3: O nosso valor é 10 g/L de álcool é eliminado por hora. Entendeu professora, tem um monte de variáveis!

Pr: Quais dados vocês coletaram até agora?

A3: ...ainda estamos na pesquisa, porque foi surgindo novas informações.

[...]

P: Vocês vão estudar o quê relativamente a essa problemática da concentração de álcool no organismo? A eliminação do álcool no organismo? Então vocês precisam pensar quais condições vão considerar, definindo as variáveis e formulando hipóteses.

Grupo: Ok

Esse diálogo e essa interação com professora, ao mesmo tempo em que revela que os alunos estão estruturando a situação, reconhecendo o que devem fazer, estando, portanto, no estágio 1 de competências em modelagem matemática, também é útil para sinalizar passos na continuidade do estudo da situação.

De fato, o grupo então define variáveis, formula hipóteses e estrutura a matematização da situação, atingindo o estágio 2 de competências em modelagem matemática segundo Lu e Huang (2021). Os alunos usam conhecimentos matemáticos para encontrar uma solução para o problema, representam graficamente a situação (conforme Figura 2), analisam se a solução encontrada é apropriada ao problema proposto. Podemos identificar as competências caracterizadas por Kaiser (2007): *competência para construir um modelo matemático de um modelo do mundo real; competência para resolver problemas matemáticos que surgem ao construir um modelo matemático.*

Em outra parte do relatório, denominada por eles como interpretação e validação, o grupo respondeu ao problema. Entretanto, o grupo não fez uma interpretação dessa resposta em relação à situação. De fato, ficaria sem condições de dirigir durante cerca de 20 horas uma pessoa que ingeriu uma lata de cerveja? Na comunicação dos resultados aos demais alunos da disciplina, os alunos do grupo não direcionaram muito a atenção a isso. Isso sinaliza que, provavelmente o grupo não reunia argumentações suficientes para deliberar sobre a credibilidade da resposta, sinalizando uma imersão na situação da realidade ainda frágil. Nesse sentido inferimos que o grupo não desenvolveu a *competência para interpretar resultados matemáticos em um modelo do mundo real ou uma situação real.*



No quadro 2 indicamos indícios de competências dos alunos nessa atividade considerando os cinco estágios indicados por Lu e Huang (2021).

**Quadro 2** – Indícios de competências dos alunos na atividade

Estágio da competência	Indicativos de ações dos alunos	Avaliação da competência no estágio
Estágio 1	Os alunos estruturam a situação, reconhecendo o que devem fazer.	Suficiente
Estágio 2	Os alunos formulam hipóteses para a abordagem matemática, o modelo proposto é adequado para o problema matemático proposto.	Suficiente
Estágio 3	Os alunos constroem o modelo matemático, porém a solução encontrada não é adequada para a situação real.	Frágil
Estágio 4	Os alunos propõem um modelo matemático e obtém uma solução, mas não interpretam a solução em relação à situação real.	Frágil
Estágio 5	Os alunos se referem à validação, entretanto, não encontram meios para defender a aceitabilidade da resposta, considerando informações da situação real.	Frágil

Fonte: das autoras

No desenvolvimento desta atividade os alunos atingiram o estágio 2 do desenvolvimento de competências segundo Lu e Huang (2021), ressaltamos que os demais estágios foram considerados frágeis já que não conseguimos elementos que apontasse para o desenvolvimento de tais estágios. Inferimos que a intervenção do professor durante o desenvolvimento pode contribuir para que os outros estágios fossem atingidos.

### Considerações finais

A modelagem matemática tem demonstrado potencialidades para o desenvolvimento de competências em diferentes níveis de escolaridade. E esse tem sido o foco de muitas pesquisas. Neste artigo, considerando as argumentações de Lu e Huang (2021) relativamente à possibilidade de identificar estágios para as competências dos alunos relativamente às suas ações realizadas nas diferentes fases de um ciclo de modelagem, dirigimos nossa atenção a um grupo de alunos envolvido com uma atividade de modelagem.



O processo analítico realizado nos permite identificar competências desenvolvidas pelos alunos e o estágio desse desenvolvimento, considerando uma abordagem que se dirige às diferentes fases relativas a um ciclo de modelagem. Refletir sobre o estágio de desenvolvimento é importante para que o professor possa monitorar suas atitudes no decorrer da atividade de modo a contribuir para que os alunos desenvolvam competências e possam atingir um estágio de desenvolvimento maior, o que pode favorecer a aprendizagem dos alunos sobre a matemática e o *fazer* modelagem matemática.

### Referências

- ALMEIDA, L. M.W.; CASTRO, E.M.V.; SILVA, M.H.S. Recursos semióticos em Atividades de Modelagem Matemática e o Contexto On-line. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.14, n. 2, p. 383-406, 2021.
- ALMEIDA, L.M.W.; ZANIN, A.P.L. Competências dos alunos em atividades de modelagem matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, v.18, n.2, p. 759-782, 2016.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- ALMEIDA, L. W.; BRITO, D. S. Atividades de modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? **Ciência & Educação**, v. 11, n. 3, p. 483-498, 2005.
- BORROMEO FERRI, R. B. Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. **ZDM**, v. 38, n. 2, p. 86-95, 2006.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora. 1994.
- BLUM, W. Icmi study 14: Applications and modeling in mathematics education – discussion document. **Educational Studies in Mathematics**. 51, p. 149–171, 2002.
- BLUM, W.; KAISER, G. **Vergleichende empirische Untersuchungen zu mathematischen Anwendungsfähigkeiten von englischen und deutschen Lernenden**. Unpublished application for a DFG-sponsorship, 1997.
- GREEFRATH, G. Mathematical modelling competence. Selected current research approaches, **AIEM - Avances de Investigación en Educación Matemática**, v. 17, 38–51, 2020.



JENSEN, T. H. Assessing mathematical modeling competency. In Haines et al. (Eds.) *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics Chichester*: Horwood Publishing, p. 141- 148, 2007.

KAISER, G. Modeling and modeling competencies in school. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modeling (ICTMA 12): Education, engineering and economics Chichester*, UK: Horwood, p. 110–119, 2007.

LORIN, A. P. Z. **Competências dos alunos em atividades de Modelagem matemática**. 164f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

LUDWIG, M. XU, B. A comparative study of modelling competencies among Chinese and German students. *Journal für Mathematik-Didaktik*, v. 31, ed.1, p. 77–97, 2010.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

LU, X. HUANG, J. Mathematical Modelling in China: How It Is Described and Required in Mathematical Curricula and What Is the Status of Students' Performance on Modelling Tasks. In: XU, B.; ZHU, Y.; LU, X. **Beyond Shanghai and PISA: Cognitive and Non-cognitive Competencies of Chinese Students in Mathematics**, p. 209-233, 2021.

MAAß, K. What are modelling competences? *ZDM*, vol. 38 (2), 2006.

NISS, M.; HØJGAARD, T. **Competencies and Mathematical Learning**. English edition, October, 2011.

PALHARINI, B. N. **A Matemática em atividades de modelagem matemática: uma perspectiva wittgensteiniana**. 2017. 316 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, 2017.

SILLER, H.-S.; BRUDER, R.; HASCHER, T.; LINNEMANN, T.; STEINFELD, J.; SATTLBERG, E. Competency level modelling for school leaving examination. In K. Krainer, & N. Vondrov à (Eds.), **Proceedings of the ninth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education – CERME**, p. 2716-2723, 2015.

ZÖTTL, L. UFER, S. REISS, K. Assessing modelling competencies using a multidimensional IRT approach. In: G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.). **Trends in teaching and learning of mathematical modelling**. New York: Springer, p. 427–437, 2011.