



União da Vitória - Paraná

IX EPMEM

Encontro Paranaense de Modelagem na
Educação Matemática

Informações sobre as Autoras:

Letícia Barcaro Celeste Omodei

Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) -
Campus de Apucarana
leticia.celeste@unespar.edu.br

Karina Alessandra Pessoa da Silva

Universidade Tecnológica Federal do Paraná
(UTFPR) - Campus Londrina
karinasilva@utfpr.edu.br

Aprender e Ensinar com Modelagem Matemática: algumas impressões reveladas

Resumo

Este artigo traz reflexões acerca de um questionário respondido por alunos do 4º ano de um curso de Licenciatura em Matemática, na disciplina de Modelagem Matemática, após o desenvolvimento de uma atividade de modelagem. A partir das respostas obtidas foram criados agrupamentos que nos permitem refletir relativamente ao que alunos de um curso de Licenciatura em Matemática aprendem em uma primeira experiência com modelagem matemática e o que dizem sobre o que podem ensinar a partir dessa experiência. As respostas dos alunos ao questionário evidenciaram que eles consideram a possibilidade de desenvolver essa atividade enquanto professor e inclusive preveem de um modo geral os encaminhamentos para a atividade. Porém, precisam de uma formação adequada para isso.

Palavras-chave: Formação Inicial de Professor. Resfriamento de um Veículo. Contexto Remoto.

Abstract

This paper brings reflections about a questionnaire answered by students of a Mathematics Degree course, in the Mathematical Modeling discipline, after the development of a modeling activity. From the answers obtained, clusters were created that allow us to reflect on what students of a Mathematics Degree course learn in a first experience with mathematical modeling and what they say about what they can teach from this experience. The students' answers to the questionnaire showed that they consider the possibility of developing this activity as a teacher and even foresee, in general, the referrals to the activity. However, they need adequate training for this.

Keywords: Teacher Training. Cooling a Vehicle. Remote Context.

Realização:





Introdução

Entendemos que a formação do professor tem papel crucial para que os processos de ensino e de aprendizagem tenham êxito. No que compete à formação do professor em Matemática, o estudo de diferentes tendências da Educação Matemática pode subsidiar suas práticas pedagógicas futuras.

Dentre as tendências que têm sido difundidas na formação do professor, nos atentamos para a modelagem matemática, entendida como uma alternativa pedagógica em que, em uma situação da realidade, é identificado um problema cuja resolução é mediada pela Matemática (ALMEIDA; VERTUAN, 2014). Por meio de uma situação inicial presente em um contexto extramatemático, define-se um problema em que para sua solução se fazem presentes procedimentos matemáticos, que oportunizam ao professor trabalhar conteúdos matemáticos.

Porém, como já salientam Silva e Almeida (2019), para o professor implementar práticas com modelagem em sala de aula há necessidade de se aprender sobre modelagem, em saber como usar os procedimentos de modelagem e como usar matemática para resolver os problemas. Segundo as autoras, é preciso que os professores experienciem atividades de modelagem em sua formação. Isso porque “[...] ninguém pode aprender da experiência de outro, a menos que essa experiência seja de algum modo revivida e tornada própria” (LARROSA BONDÍA, 2002, p. 27).

A formação de professores em modelagem matemática tem sido temática recorrente na literatura e debates precisam ser ampliados para que práticas pedagógicas estejam cada vez mais presentes nos diferentes níveis de escolaridade. Nas três últimas edições do EPMEM, a formação de professores esteve explicitamente presente em mesas temáticas – A Modelagem Matemática na Educação Básica e a Formação de Professores (VI EPMEM, 2014), Práticas de Modelagem Matemática e Formação de Professores (VII EPMEM, 2016), Formação de Professores em Modelagem e a Sala de Aula (VIII EPMEM, 2018) – assim como na presente edição – Modelagem Matemática e Formação de Professores (IX EPMEM, 2022). Isso denota que os debates ainda estão latentes e em constante movimento.

No presente artigo, inseridas no movimento inerente às necessidades de que na formação de professores em modelagem matemática sejam empreendidas ações de aprender como usar os procedimentos essenciais a essa tendência da Educação Matemática, nos debruçamos sobre as questões: O que alunos de um curso de Licenciatura em Matemática aprendem em uma primeira



experiência com modelagem matemática? E o que dizem sobre o que podem ensinar a partir dessa experiência com modelagem matemática?

A pesquisa empírica foi realizada em uma disciplina de Modelagem Matemática no 4º ano de um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do estado do Paraná no ano de 2021 no contexto remoto e se subsidia principalmente no quadro teórico relativo à formação de professores em Modelagem Matemática como abordado na seção a seguir. Além do quadro teórico em que localizamos nossa investigação, trazemos na sequência os aspectos metodológicos, a descrição e uma análise da primeira experiência dos alunos, finalizando com algumas considerações.

Formação de professores em Modelagem Matemática

Para English (2003, p. 5), a modelagem matemática estabelece uma ponte entre entendimentos do mundo físico e social e a matemática como um conjunto de estruturas abstratas e formais. Nessa perspectiva, Pollak e Garfunkel (2013, p. 9), ponderam que “em uma situação de modelagem matemática, a matemática pura perde parte de sua soberania”, pois “se o resultado não fizer sentido em termos da situação original no mundo real, o estudante não terá confrontado a realidade”.

No encaminhamento da situação original para a matemática, de modo geral, criticidade, diálogo, investigação, problematização e autonomia são elementos fundamentais em uma atividade de modelagem. Isso proporciona que “verdadeiras mudanças e transformações ocorram na vida dos estudantes e no contexto em que eles estejam inseridos” (FORNER, 2018, p. 23). Lidar com essas mudanças exige que os professores estejam “preparados para desempenhar um papel ativo na organização, implementação e avaliação destas atividades” (SILVA; ALMEIDA, 2019, p. 3). Isso porque há a necessidade de algum cenário que depende dos que estão envolvidos no desenvolvimento da atividade.

Borromeo Ferri (2018) defende que, na formação de professores em modelagem matemática, se faz necessário abordar diferentes aspectos relativos ao fazer modelagem e também métodos apropriados para ensinar usando a modelagem matemática.

Na literatura são indicados empreendimentos de formação de professores em modelagem matemática, como a implementação de disciplina tanto no âmbito da formação inicial quanto continuada em que são promovidas ações de aprender sobre modelagem, aprender por meio da



modelagem e ensinar usando modelagem (BORROMEO FERRI, 2018; OMODEI, 2021), a implementação de cursos de larga escala e longa duração (MASS; ENGELN, 2018), trocas de experiências, aliadas a perspectivas teóricas em espaços colaborativos de formação em modelagem (FORNER; MALHEIROS, 2020), a constituição de grupos de estudos em que a colaboração entre os pares motiva a entender a modelagem como uma prática possível (MUTTI; KLÜBER, 2021), o compartilhamento de práticas planejadas em colaboração (SILVA *et al.*, 2021); a instauração de programas de desenvolvimento profissional em modelagem matemática para professores experientes de matemática encarregados de liderar suas escolas com modelagem matemática (DAWN, 2018).

Em todos esses empreendimentos, de forma geral, os professores em formação “devem participar na formulação da situação-problema, decidir o que manter e o que ignorar na criação de um modelo idealizado, fazer a matemática na situação idealizada e, em seguida, examinar se os resultados fazem ou não sentido na situação original” (POLLAK; GARFUNKEL, 2013, p. 8). O que se pondera é que os professores em formação, ao vivenciar atividades de modelagem como modeladores, colocam a mão na massa de modo que possam prever ações a serem enfrentadas com os alunos quando uma atividade de modelagem é implementada na prática.

Em um programa de formação de professores em modelagem matemática, constituído em uma disciplina da graduação, Omodei e Almeida (2022) caracterizaram dois contextos – de aprendizagem e de ensino – em que estudantes-professores vivenciaram atividades como modeladores e como professores. As autoras evidenciaram que, com a participação do programa de formação, os estudantes-professores “se sentiam preparados para desenvolver atividades de modelagem matemática enquanto professores” (OMODEI; ALMEIDA, 2022, p. 16).

Podemos asseverar que os resultados das pesquisas revelados nos empreendimentos de formação de professores coadunam com as assertivas de Oliveira (2020) de que:

Se há uma intenção clara de que a Modelagem Matemática tem de ser incorporada às práticas pedagógicas, ela precisa ser incutida, debatida, experienciada e explorada, no campo da formação inicial e continuada de professores, como uma condição para que essas experiências sejam promovidas (OLIVEIRA, 2020, p. 83).

Desse modo, incutir nos professores em formação inicial o interesse em implementar práticas com modelagem segundo “uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016,



p.9) tem sido objetivo de nossas pesquisas. No tópico a seguir trazemos o contexto e a metodologia de nossa investigação.

Aspectos metodológicos

Os resultados que apresentamos neste artigo fazem parte de um projeto de pesquisa realizado em conjunto entre duas Instituições de Ensino Superior em que as autoras ministram disciplinas de Modelagem Matemática na formação inicial (primeira autora) e continuada (segunda autora) de professores. No que tange à formação inicial em que reside a investigação em tela, a disciplina é ofertada no curso de Licenciatura em Matemática, no 4º ano, e tem carga horária de duas horas-aulas semanais.

No ano 2021, ainda no contexto remoto devido à pandemia por Covid-19, dezesseis alunos estavam matriculados e frequentando regularmente a disciplina oferecida às segundas-feiras. No corpo do texto nos remetemos aos alunos por A1, A2, ..., A16 para manter seus anonimatos. A matriz curricular da disciplina conta com: Análise de modelos matemáticos que envolvem conhecimentos matemáticos relativos ao Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior; Modelagem Matemática enquanto alternativa pedagógica para o ensino e a aprendizagem da Matemática para o Ensino Fundamental e Médio.

Intentando apresentar reflexões para as questões de pesquisa – O que alunos de um curso de Licenciatura em Matemática aprendem em uma primeira experiência com modelagem matemática? E o que dizem sobre o que podem ensinar a partir dessa experiência com modelagem matemática? – nas primeiras aulas da disciplina, os alunos responderam dois questionários, desenvolveram uma atividade de modelagem matemática orientados pelas pesquisadoras e estudaram um texto teórico sobre modelagem matemática. O Quadro 1 apresenta a organização das aulas em que os encaminhamentos foram realizados.

Quadro 1 – Organização das aulas

Data	Atividade na disciplina
26/04	Resposta a um questionário inicial para conhecer o perfil da turma
26/04, 03/05 e 10/05	Desenvolvimento de atividade de modelagem sobre resfriamento de veículo
17/05	Estudo de capítulo do livro Modelagem Matemática em Foco
17/05	Resposta a um questionário sobre o estudo do texto e o desenvolvimento da atividade

Fonte: Dados da pesquisa.



Dos 16 estudantes que responderam ao questionário inicial individualmente, 13 deles ainda não haviam desenvolvido atividades de modelagem matemática os outros 3 tinham desenvolvido em outras disciplinas do curso ou em evento da área.

Para o desenvolvimento da atividade “Resfriamento de um veículo”, baseada em Silva e Dalto (2017), os alunos trabalharam reunidos em cinco grupos de forma remota, por meio de plataformas digitais, e foram orientados pelas pesquisadoras que visitavam as salas virtuais. Foram utilizadas 6 horas-aulas para o desenvolvimento da atividade, sendo que nas duas primeiras os estudantes trabalharam nos grupos e nas outras quatro aulas foi realizada a plenária e discussão dos resultados e dos conteúdos matemáticos envolvidos.

De modo que os alunos estabelecessem relações com o que tinham investigado na prática com a teoria foi solicitado que estudassem o capítulo 1 do livro Modelagem Matemática em Foco (ALMEIDA; VERTUAN, 2014). Com o estudo do texto, foi disponibilizado aos estudantes o segundo questionário para ser respondido individualmente, cujas questões foram: (1) *O que você aprendeu com o desenvolvimento desta atividade?*, (2) *De 0 a 10, classifique se você utilizaria essa atividade com seus alunos ou futuros alunos. Justifique.*, (3) *Se você fosse desenvolver essa atividade com uma turma de alunos, que encaminhamentos você faria em sala de aula? Identifique a turma e seus encaminhamentos.*

É sobre as respostas para as questões do segundo questionário e excertos dos relatórios dos alunos da resolução da atividade que se pautam nossas análises qualitativas e de cunho interpretativo (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Bogdan e Biklen (1994) asseveram que a pesquisa qualitativa possibilita aos pesquisadores melhor compreender o comportamento e a experiência humana, de modo a se considerar como o principal instrumento da pesquisa. A partir das respostas foram criados agrupamentos que nos permitiram refletir relativamente ao que os estudantes aprendem em uma primeira experiência com modelagem matemática e o que podem ensinar a partir dessa experiência.

Descrição e análise da atividade de modelagem matemática desenvolvida

A atividade desenvolvida está enunciada em Silva e Dalto (2017) e apresentada na Figura 1. Por ser praticamente o primeiro contato da maioria dos estudantes da turma com a modelagem matemática, foi pedido que indicassem as variáveis, as hipóteses e a dedução do modelo matemático a partir do problema já definido – Determinar o tempo necessário para que a

temperatura no interior do veículo chegue a 27 °C, temperatura ambiente no início do processo de coleta de dados. Isso possibilitou que esses elementos de uma atividade de modelagem matemática fossem discutidos pelos alunos.

Figura 1 – Atividade desenvolvida

RESFRIAMENTO DE UM VEÍCULO

Um grupo de alunos, com o interesse de analisar a variação de temperatura no interior do veículo que permaneceu sob o Sol, colocou-o na sombra, abriu os vidros e fez uso de um termômetro digital que mede temperatura de ambientes, anotando de 2 em 2 minutos a temperatura interna do veículo (Tabela 1).

Tempo	Temperatura no interior do veículo
0 min	35 °C
2min	34,1 °C
4min	33,2 °C
6min	32,6 °C
8min	32 °C
10min	31,4 °C
12min	30,9 °C
14min	30,4 °C

Fonte: Relatório dos alunos.

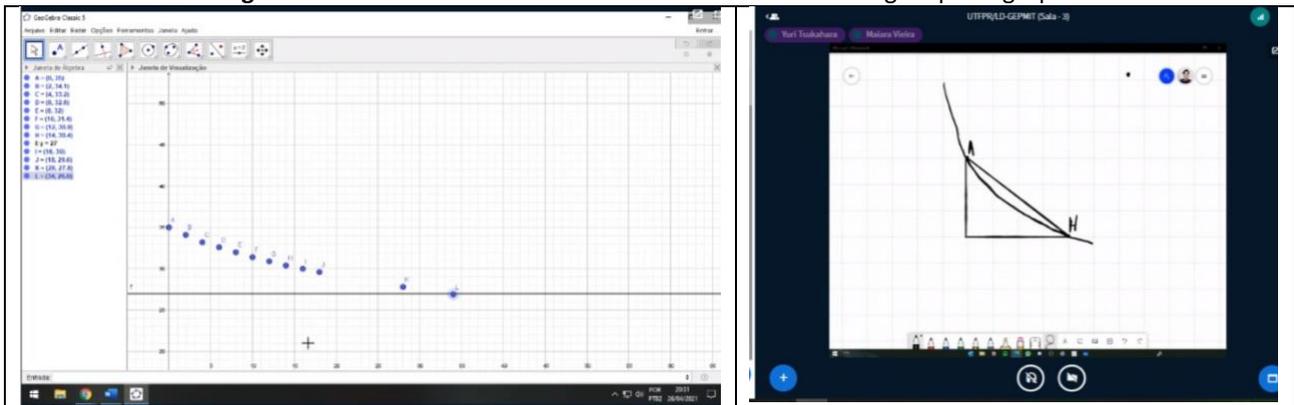


Problema a ser estudado: Determinar o tempo necessário para que a temperatura no interior do veículo chegue a 27 °C, temperatura ambiente no início do processo de coleta de dados.

Fonte: Fonte: Silva e Dalto (2017).

Para encontrar uma solução para o problema, de forma geral, os grupos de estudantes consideraram o conjunto de valores apresentados como pontos no plano cartesiano (Figura 2) e abarcaram conteúdos matemáticos como: funções, progressões, equação de reta, método dos mínimos quadrados, equação da circunferência.

Figura 2 – Início do desenvolvimento da atividade de modelagem pelos grupos



Fonte: Projeção das telas dos grupos na plataforma digital.



Com base nas respostas de 12 estudantes à Questão 1: *O que você aprendeu com o desenvolvimento desta atividade?* foram criados quatro agrupamentos, cujas descrições são apresentadas no Quadro 2.

Quadro 2 – Agrupamentos de respostas para a Questão 1

Agrupamentos	Descrição	Estudantes
1	Relaciona a atividade ao aprendizado de conteúdos matemáticos	A1, A3, A4, A11
2	Relaciona a atividade com a possibilidade de envolver diferentes modelos matemáticos ou diferentes soluções	A6, A8, A9, A10
3	Relaciona o aprendizado às fases de uma atividade de modelagem matemática, ao papel do professor e do aluno em atividades dessa natureza	A2, A5, A12
4	Relaciona a atividade ao aprendizado de uma postura crítica e em responder coerentemente o problema	A7

Fonte: Dados da pesquisa.

As respostas nos revelaram que os estudantes deste curso de Licenciatura em Matemática podem aprender conteúdos matemáticos que emergem de diferentes resoluções do problema, como afirma o A4: *Aprendi como a modelagem abrange vários conteúdos em apenas um problema proposto e o quanto pode-se discutir sobre esses conteúdos.* (resposta de A4)

O estudante A4 pode estar se referindo ao fato de que, após cada grupo construir uma solução para o problema, houve a apresentação da atividade pelos grupos, sendo que cada um desenvolveu a atividade de modo diferente, tanto com relação a conteúdos matemáticos, quanto à utilização de softwares. Com isso, A4 parece entender a modelagem como veículo em que “aspectos relacionados à modelagem, são usados para melhorar a aprendizagem de conceitos matemáticos que formam parte da matemática curricular incluída nos programas” (GALBRAITH, 2012, p. 13). Essa discussão levou a um momento de sistematização de conteúdos abordados, com ampla participação dos estudantes. Esse ensejo também foi citado por A9: *Métodos diferentes de modelar uma mesma situação, em diferentes perspectivas, em grande abrangência de conceitos e conteúdos. Perspectivas e estratégias em atividades de modelagem.* (resposta de A9)

Além disso, alguns estudantes relacionaram o desenvolvimento da atividade à leitura do texto solicitado pelas pesquisadoras, como fica evidenciado pela resposta de A2:

Sobre a Modelagem: Esclareceu bem sobre o papel do professor como orientador. Abrindo os caminhos nas atividades de modelagem. Tivemos a oportunidade de participar do processo e ainda elencar alguns procedimentos possíveis na perspectiva do professor. O professor aproxima o aluno de uma atividade investigativa, invocando a formulação de um problema, auxiliando na definição de metas, hipóteses,



formulação de previsões, durante as apresentações de explicações e nas respostas para a situação. Nesse trabalho de investigação, desenvolve uma infraestrutura intelectual, tornando os estudantes, usuários dos conhecimentos matemáticos e com isso possam resolver problemas independente da situação. É interessante que o modelo matemático não é apenas uma equação, mas sim um sistema conceitual expresso por meio de uma estrutura matemática. Nesse sentido, pelo modelo ser construído sob a ótica daqueles que investigam a situação, a modelagem matemática pode estar inserida desde o ensino infantil até o superior. Essa metodologia tem uma potencialidade enorme, ela permite a oportunidade de compreender a matemática presente na situação e interpretá-la. Sobre os conteúdos matemáticos, foram trabalhados: Gráfico de funções, funções, plano cartesiano, domínio, imagem, par ordenado, estatística, variação, médias, equação de diferenças, logaritmos, funções exponenciais, integral, equação diferencial, softwares como geogebra e excel.

Pude rever os conceitos de definições em conjunto com os colegas. A parte mais legal foi o desenvolvimento, onde por conta das interações pudemos revisar os tópicos aplicados em um contexto real. Para mim isso valeu mais do que encontrar uma resposta para o problema. O que eu aprendi com o desenvolvimento desta atividade, em relação ao conteúdo foi a possibilidade de realizar diversas representações para um problema que não existe solução certa, estamos acostumados a trabalhar com sistemas bem definidos, escolhidos a dedo, e ficamos nessa bolha. Quando nos confrontamos com a ideia que o campo de resolução é mais amplo, nos encontramos em um conflito com tantas variáveis e possibilidades. A aula expositiva é importante, mas é muito mais gostoso trabalhar assim. Dá mil vezes mais trabalho, mas a aprendizagem significativa é muito maior. (resposta de A2)

Identificar aspectos que, de certo, tem como objetivo “capacitar os alunos a usar seus conhecimentos matemáticos para resolver problemas reais e que continuem a desenvolver essa habilidade com o tempo” (GALBRAITH, 2012, p. 13), é uma forma de entender a modelagem como conteúdo. Conhecer os procedimentos que regem uma atividade e entender que o processo tem mais relevância do que a própria solução para o problema. Além disso, é evidente o entendimento da necessidade de abandonar o papel do professor enquanto “detentor e transmissor do saber para ser entendido como aquele que está na condução das atividades, numa posição de partícipe” (BARBOSA, 1999, p. 71), permitindo que os alunos abandonem o hábito de *trabalhar com sistemas bem definidos, escolhidos a dedo, e ficamos nessa bolha* (resposta de A2).

Para finalizar essa questão, uma estudante destaca a oportunidade de analisar a solução obtida para responder ao problema coerentemente: *Com o desenvolvimento da aula pude aprender que modelagem vai muito além do que uma simples aplicação de atividade com ela podemos trabalhar com vários conteúdos dentro de um problema, desenvolver o raciocínio lógico e dedutivo e que temos de analisar de forma crítica e coerente a resposta do problema.* (resposta de A7)

A resposta da estudante constitui uma característica importante da modelagem matemática que não pode ser esquecida: “se o resultado não fizer sentido em termos da situação original no mundo real, o estudante não terá confrontado a realidade” (POLLAK; GARFUNKEL, 2013, p. 9).



A segunda questão analisada foi respondida por 15 estudantes: *De 0 à 10, classifique se você utilizaria essa atividade com seus alunos ou futuros alunos. Justifique.*, foram criados três agrupamentos, cuja descrição pode ser observada no Quadro 3:

Quadro 3 – Agrupamentos de respostas da Questão 2

Agrupamentos	Descrição	Estudantes	Exemplos de Justificativas
1	De 0 a 4	A12	<i>Apenas aplicaria a mesma, se envolvesse conteúdo de lógica ou de função, que fizesse com que os alunos se sentissem motivados a fazer. (A12)</i>
2	De 5 a 7	A10, A11, A13	<i>A atividade, para ser melhor desenvolvida e abordar mais conteúdos matemáticos, necessita que o aluno saiba o mínimo sobre termodinâmica, tratamento da informação, raciocínio lógico e uso do GeoGebra. (A13)</i>
3	De 8 a 10	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A14, A15	<i>Adoraria, no entanto, deveria verificar qual a série de aplicação, dado que as condições de resolução e conhecimentos necessários para a resolução envolvem alguma maturidade matemática. Talvez em alguma turma de ensino médio. (A9)</i>

Fonte: Dados da pesquisa.

Por essas respostas, é possível inferir que os estudantes, mesmo em um curso de formação de professores, estão acostumados a aulas em que para resolver um problema já são conhecidos os conteúdos matemáticos e as ferramentas que terão que utilizar, não considerando possibilidades para que a atividade seja um mote para a introdução e discussão de conteúdos que dela emergem. Isso vai na contramão do que apregoam Almeida e Silva (2015, p. 15) de que a atividade de modelagem “fornece subsídios para o professor pensar sua prática e conduzir as atividades conforme o contexto escolar em que se encontra” e, nesse sentido, adequações podem se fazer presentes no momento da prática.

O entendimento supracitado ainda pode ser evidenciado pela resposta de uma estudante que atribuiu valor 7: *Poderia ser um método para fixação de conteúdos que envolvem a resolução do problema* (resposta de A10). Segundo Almeida e Vertuan (2014, p. 14) a implementação da modelagem em sala de aula necessita que o professor mude sua posição “de uma situação de aulas expositivas seguidas de exercícios para situações que são essencialmente investigativas”.

Essa mesma estudante, quando questionada sobre que encaminhamentos daria enquanto professora, escreve: *Primeiro desenvolveria a teoria do conteúdo. Depois aplicaria a atividade. Provavelmente para turmas do ensino médio, poderia fazer com que os alunos tirem seus próprios dados sobre temperaturas de carros diversos que ficaram no sol e depois de desenvolvido e resolvido o problema poderia fazer uma dinâmica para verificar as diversas temperaturas encontradas*



(resposta de A10). Mesmo considerando uma adaptação para uma atividade investigativa em que há a possibilidade de produção de dados pelos próprios alunos, fica evidente que A10 ainda considera uma abordagem em que se faz aplicação de conteúdos que acabaram de ser estudados.

Já para o aluno A2, que atribuiu valor 10 para essa classificação, a atividade seria utilizada na introdução do conteúdo, como mostra a resposta: *Pela natureza do problema é possível que os alunos consigam apresentar diversas tentativas de resolução, enriquecendo as discussões durante a aula. Pela interação dos alunos e a possibilidade de introdução de diversos conteúdos, acho interessante a aplicação* (resposta de A2). Para Almeida, Silva e Vertuan (2016), quando a atividade de Modelagem Matemática é desenvolvida na introdução de um conteúdo, como ponto de partida, a matemática necessária para resolvê-la deve ser introduzida a partir da necessidade.

A terceira questão a ser descrita e analisada, contou com as respostas de 16 estudantes: *Se você fosse desenvolver essa atividade com uma turma de alunos, que encaminhamentos você faria em sala de aula? Identifique a turma e seus encaminhamentos.*, foram criados quatro agrupamentos, cuja descrição pode ser observada no Quadro 4:

Quadro 4 – Agrupamentos de respostas da Questão 3

Agrupamentos	Descrição	Estudantes	Exemplos de Respostas
1	Encaminhamento semelhante ao dado pelas pesquisadoras	A1, A2, A3, A4, A5, A7, A8, A12, A13, A14, A16	<i>Desenvolveria com segundo ano do Ensino Médio, os encaminhamentos seriam apresentar a questão, os alunos resolverem a questão, realizar um momento para discutir as soluções, realizar um experimento da questão e por fim um outro momento para determinarmos as conclusões da atividade realizada. (A7)</i>
2	Destaque para outros ambientes da escola	A9	<i>Não precisa ser em sala de aula, talvez no pátio, mas o ideal seria em um laboratório de informática, para utilizar recursos tecnológicos e pesquisa. Ainda, se eu colocasse tal atividade, seria em grupo, por motivos de contribuição social e soma de conhecimentos. Colocaria o problema, auxiliaria na interpretação e estabelecimento de hipóteses, não diria qual conteúdo matemático resolveria o problema, mas faria indagações de quais os possíveis caminhos, contribuição entre grupos seria interessante, a troca de informações entre colegas de outras equipes, ajudaria na construção de modelo de cada grupo, incentivaria sobre as reflexões a serem tomadas das resoluções, pediria para cada grupo apresentar seu método de resolução. (A9)</i>
3	Encaminhamento como aplicação de conteúdo, depois da exposição feita pelo professor	A10, A11	<i>Anteriormente a aula, faria uma exposição do conteúdo presente na atividade [...] em termos de educação básica, aplicaria a uma turma de 1º ano do Ensino Médio (A11)</i>
4	Indicam apenas a série	A6, A15	<i>Usaria em uma turma do 9º, ou ensino médio. (A 15)</i>

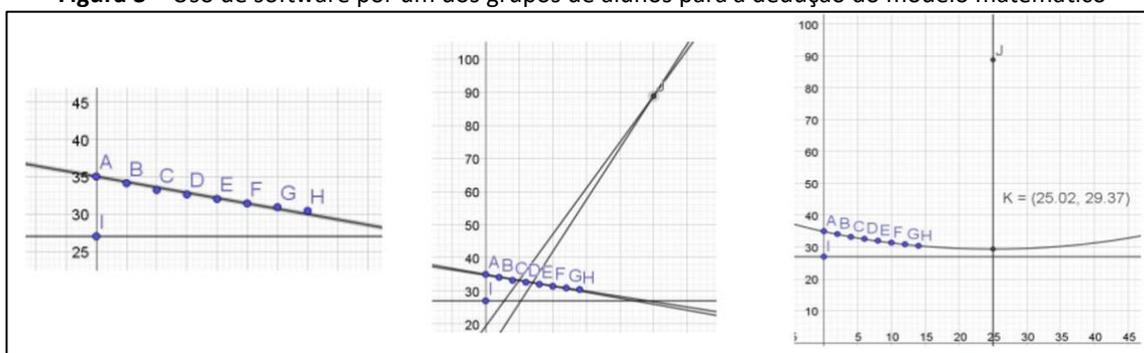
Fonte: Da pesquisa.

As respostas à Questão 3 nos permitem inferir que os estudantes consideram importante *aprender fazendo* a atividade de modelagem. Os encaminhamentos dados pelas pesquisadoras serviram como base para que os estudantes vislumbrassem a oportunidade de utilizar-se de atividades de modelagem matemática na sala de aula. Isso está de acordo com o segundo eixo de formação proposto por Almeida e Dias (2007), Almeida e Silva (2015), Omodei e Almeida (2022), o *aprender por meio* da modelagem matemática. Esse eixo oportuniza que futuros professores tenham algum entendimento de como se desenvolve uma atividade de modelagem e que possam identificar características do processo de Modelagem Matemática.

No aprender por meio da modelagem o importante é que o professor vivencie uma situação de modelagem no sentido de pensar a situação-problema em todas as etapas inerentes ao processo de Modelagem Matemática (POLLAK; GARFUNKEL, 2013; OMODEI; ALMEIDA, 2022).

O estudante A9, apesar de apresentar encaminhamento semelhante ao proposto pelas pesquisadoras, foi inserido em outro agrupamento pois ele destaca que não necessariamente o ambiente deve ser a sala de aula, principalmente neste caso em que houve o uso de softwares para fazer o ajuste de curvas (Figura 3). O uso do Laboratório de Informática pode ser útil no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, pois com os softwares disponíveis tanto professor como alunos podem construir gráficos e realizar cálculos com maior dinamicidade. Assim, “a possibilidade de experimentar, de visualizar e de coordenar de forma dinâmica as representações algébricas, gráficas e tabulares, são vantagens de interação de atividades de modelagem com mídias informáticas” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016, p. 31).

Figura 3 – Uso de software por um dos grupos de alunos para a dedução do modelo matemático



Fonte: Relatório entregue pelos alunos.

O terceiro agrupamento *Encaminhamento como aplicação de conteúdo, depois da exposição feita pelo professor* confirma a existência do paradigma do ensino tradicional já anunciado na



análise da questão 2. Isso pode ser justificado pelo fato de ser uma primeira experiência da maioria desses alunos com atividades de modelagem matemática. Assim, podemos afirmar que a formação desses alunos em modelagem matemática estava apenas se iniciando e, para que a modelagem matemática esteja presente na sala de aula desses futuros professores o programa de formação executado em Omodei e Almeida (2022) poderia ser implementado para formar estes alunos: “aprender a fazer modelagem matemática e ter alguma experiência de ensino usando modelagem, pode fomentar sua inclusão na sala de aula” (OMODEI; ALMEIDA, 2022, p. 19).

Para finalizar a descrição desta questão, no último agrupamento foram incluídas as respostas de dois estudantes que não abordaram o que foi solicitado na questão, apenas informando a série na qual desenvolveriam a atividade.

Considerações finais

Conhecer práticas de modelagem matemática existentes na literatura é um meio de entrar em contato com possibilidades de estudos de conteúdos matemáticos e implementação em sala de aula. Todavia, entendemos que a experiência engloba ações que fazem com que os estudantes tenham consciência do que está sendo realizado e entram em contato com dificuldades que podem suscitar no contato com a situação-problema, com os dados relativos ao fenômeno em estudo e com o conteúdo matemático que pode subsidiar a atividade de modelagem. Trata-se de tornar própria a experiência (LARROSA BONDÍA, 2002).

Considerando a possibilidade de tornar própria a experiência com uma atividade de modelagem, neste artigo analisamos as respostas de estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática, no início da disciplina de Modelagem Matemática, após desenvolverem a atividade *Resfriamento de um veículo*. O desenvolvimento dessa atividade de modelagem matemática pode proporcionar que os futuros professores aprendessem sobre modelagem e por meio da modelagem matemática. Embora a atividade já tenha sido relatada na literatura, os estudantes tiveram ações relativas ao “que manter e o que ignorar na criação de um modelo idealizado, fazer a matemática na situação idealizada e, em seguida, examinar se os resultados fazem ou não sentido na situação original” (POLLAK; GARFUNKEL, 2013, p. 8).

Além disso, é possível inferir que os estudantes conjecturam a possibilidade de desenvolver essa atividade enquanto professor e inclusive preveem de um modo geral os encaminhamentos



para a atividade. Com isso, articulam métodos apropriados para ensinar usando a modelagem matemática (Borromeo Ferri, 2018).

Porém, leituras de livros e artigos e outras atividades precisariam ser realizadas com estes alunos para que pudessem desenvolver atividades de modelagem matemática enquanto professores, o que estava previsto na disciplina em que esta pesquisa ocorreu. Desse modo, consideramos que as respostas analisadas aqui não sejam estanques, mas mostram o início do caminho de formação que os alunos desta disciplina estão percorrendo.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Modelagem Matemática em cursos de formação de professores. In: BARBOSA, J.; ARAÚJO, J. L.; CALDEIRA, A. D. (Org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: Biblioteca do Educador Matemático, 2007, v. 03, p. 253-268.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. Práticas de professores com modelagem matemática: algumas configurações. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo (SP), n. 46, set., p. 6-15, 2015.

ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na Educação Matemática. In: ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. (Orgs.). **Modelagem Matemática em foco**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2014, p. 1-21.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Editora Contexto, 2016.

BARBOSA, J. C. O que pensam os professores sobre modelagem matemática? **Zetetiké**, Campinas (SP), v. 7, n. 1, p. 67-86, jan./jun., 1999.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

BORROMEO FERRI, R. **Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education**. New York: Springer International Publishing, 2018.

DAWN, N. K. E. Towards a professional development framework for mathematical modeling: the case of Singapore teachers. **ZDM**, Berlim, v. 50, n. 1/2, p. 287-300, 2018.

ENGLISH, L. Mathematical Modelling With Young Learners. In: LAMON, S. J.; PARKER, W. A; HOUSTON, S. K. (Eds.). **Mathematical modelling: A way of life**. Chichester, UK: Horwood, 2003. p. 3-18.



FORNER, R. **Modelagem Matemática e o Legado de Paulo Freire**: relações que se estabelecem com o currículo. 2018. 200f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2018.

FORNER, R.; MALHEIROS, A. P. S. Constituição da Práxis Docente no contexto da Modelagem Matemática. **Bolema**, São Paulo, v. 34, n. 67, p. 501-521, 2020.

GALBRAITH, P. Models of modelling: genres, purposes or perspectives. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, Blumenau (SC), v. 1, n. 5, p. 3-16, 2012.

LARROSA BONDÍA, J. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. Tradução de João Wanderley Geraldi. **Revista Brasileira de Educação**, n. 19, p. 20-28, 2002.

MASS, K.; ENGELN, K. Impact of professional development involving modelling on teachers and their teaching. **ZDM**, Berlim, v. 50, n. 1/2, p. 273-285, 2018.

MUTTI, G. S. L.; KLÜBER, T. E. Adoção da modelagem matemática para professores em um contexto de formação continuada. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 2, p. 1-27, 2021.

OLIVEIRA, W. P. **Modelagem Matemática no Estágio Pedagógico**: uma investigação fenomenológica. 2020. 504 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR, 2020.

OMODEI, L. B. C. **Autenticidade em Atividades de Modelagem Matemática**: da Aprendizagem para o Ensino em um Curso de Formação de Professores. 189 f. Tese (Doutorado) — Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2021.

OMODEI, L. B. C.; ALMEIDA, L. M. W. Formação do professor em modelagem matemática: da aprendizagem para o ensino. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis (SC), Edição Especial, p. 1-24, 2022.

POLLAK, H.; GARFUNKEL, S. A View of Mathematical Modeling in Mathematics Education. In: CONFERENCE ON MATHEMATICAL MODELING, Colômbia. **Proceedings...** Colômbia: Teachers College Columbia University, 2013. p. 6-12.

SILVA, K. A. P.; ALMEIDA, L. M. W. Formação do Professor de Matemática no Contexto de Atividades de Modelagem Matemática In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Cuiabá-MT. **Anais...** Cuiabá: UNEMAT, 2019. p. 1-14.

SILVA, K. A. P.; DALTO, J. O. Uma estratégia de avaliação de atividades de modelagem matemática. **Revista electrónica de investigación en educación en ciencias**, v. 12, n. 2, p. 1-14, 2017.

SILVA, K. A. P.; TORTOLA, E.; KOGA, M. A.; KOGA, M. F. Abordagem Documental do Didático no planejamento e na implementação de uma atividade de modelagem matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 23, n. 3, p. 33-69, 2021.