



União da Vitória - Paraná

IX EPMEM

Encontro Paranaense de Modelagem na
Educação Matemática

Informações sobre os Autores:

Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa

Universidade Estadual do Norte do Paraná
(UENP)

barbara.palharini@uenp.edu.br

Bianca de Oliveira Martins

Universidade Estadual do Norte do Paraná
(UENP)

bianca.martins@uenp.edu.br

Jeferson Takeo Padoan Seki

Universidade Estadual do Norte do Paraná
(UENP)

jeferson.takeo@uenp.edu.br

Rudolph dos Santos Gomes Pereira

Universidade Estadual do Norte do Paraná
(UENP)

rudolphsantos@uenp.edu.br

Modelagem Matemática e a Pandemia de Covid-19: possibilidades educacionais

Resumo

Neste artigo temos por objetivo apresentar possibilidades educacionais do tratamento de situações-problema associadas à Covid-19 por meio da Modelagem Matemática. A partir de duas atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas em um curso de Licenciatura em Matemática no âmbito da iniciação científica evidenciamos a prática de Modelagem Matemática que buscou nos usos da linguagem matemática a interpretação de problemas que afetam a sociedade, como os impactos sociais e educacionais da pandemia no momento de realização das atividades. As práticas são exploradas e analisadas com uma interpretação qualitativa do desenvolvimento das atividades, bem como do relatório das atividades entregues pelas alunas. Considerações apontam para os diferentes usos da matemática possíveis e para a articulação realizada entre os conteúdos vivenciados no curso de Licenciatura em Matemática e os problemas tratados.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Iniciação Científica. Covid-19. Impactos da pandemia.

Abstract

In this paper we aim to present educational possibilities for the treatment of problem situations associated with Covid-19 through mathematical modeling. Through two mathematical modeling activities developed in a Mathematics Degree within the scope of scientific initiation, we evidenced the practice of mathematical modeling that sought through the use of mathematical language to interpret problems that affect society, such as social and environmental impacts. educational measures of the pandemic at the time of carrying out the activities. The practices are explored and analyzed through the qualitative interpretation of the development of activities, as well as the activity report delivered by the students. Considerations point to the different possible uses of mathematics and to the articulation made between the contents experienced in the Mathematics Degree course and the problems addressed.

Keywords: Mathematical Modeling. Scientific Initiation. Covid-19. Impacts of the Pandemic.

Realização:





Introdução

Diferentes usos da Modelagem Matemática são possíveis, desde a Educação Básica à pesquisa em outros níveis de escolaridade, bem como na articulação com diferentes áreas do conhecimento (NUNES, NASCIMENTO, SOUSA, 2021; TAMBARUSSI, KLUBER, 2014, entre outros). Em linhas gerais, uma atividade de Modelagem Matemática envolve uma situação inicial e uma situação final, sendo que por meio da matemática e do uso de modelos matemático é possível aprender matemática, aprender sobre assuntos do cotidiano e ter uma tomada de atitude com base em um processo investigativo sobre uma situação da realidade (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2016).

Para Bassanezi (2002), o uso da Modelagem Matemática está associado à interpretação por meio de modelos matemáticos de situações da realidade. Seja como um veículo para ensinar matemática ou como um conteúdo para solucionar problemas (GALBRAHT, 2012), o uso da Modelagem Matemática pode favorecer o entendimento de problemas da sociedade e a ação sobre estes problemas, seja de modo direto, por exemplo na proposição de soluções com visibilidade social, econômica, entre outras, ou de forma indireta na conscientização social, e na realização de pequenas ações que podem culminar no bem comum.

Recentemente, a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) propõe meios que possibilitem a contextualização dos conteúdos de matemática em sala de aula e é nesse contexto, que a Modelagem Matemática se torna, na Educação Matemática, área expressiva diante dos campos da pesquisa e no âmbito educacional.

A contextualização amparada em situações reais é favorecida pela Modelagem Matemática e pode auxiliar no desenvolvimento de ações coletivas em prol da investigação de problemas enfrentados pela comunidade, como é o caso do tratamento dos impactos ocasionados pela pandemia Covid-19 em diferentes setores da sociedade. Desde março de 2020, a Organização Mundial da Saúde (OMS) declarou estado de pandemia, e se deu início uma reestruturação das relações sociais. Neste contexto, problemas de diferentes esferas foram enfrentados pela sociedade, por exemplo, Asai e Corrêa (2020, p. 2) indicaram problemas associados à “[...] situação de baixo crescimento econômico, alta taxa de desemprego, atividade econômica comprometida devido as necessárias medidas de isolamento social”, entre outros.

Já Limeira et al. (2020) indicam o aumento na desigualdade do sistema escolar. Barreto, Amorim e Cunha (2020) argumentaram que estudantes das escolas públicas e particulares tem



realidades diferentes no que tange ao acesso digital e a oportunidade de uso de ambientes para estudar o que já naquele momento indicava a possibilidade de evasão escolar.

No âmbito dos cursos de Licenciatura em Matemática, o tratamento destes problemas, em meio a aulas remotas, ao acesso dos materiais via plataformas digitais e à crescente inserção e modificação de dados pela mídia, se tornou pouco a pouco um desafio tanto para alunos quanto para professores. De modo a apresentar possibilidades educacionais do tratamento de situações-problema associadas à Covid-19 por meio da Modelagem Matemática, trazemos no corpo deste artigo a análise de duas atividades de Modelagem Matemática.

O artigo está estruturado de modo a contemplar: os aspectos metodológicos da pesquisa, a concepção de Modelagem Matemática que direcionou o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, a descrição e análise interpretativa das atividades realizadas e as considerações finais apontando para as possibilidades evidenciadas na pesquisa em relação aos diferentes usos da matemática possíveis e para a articulação realizada entre os conteúdos vivenciados no curso de Licenciatura em Matemática e aos problemas tratados.

Encaminhamentos metodológicos

De caráter qualitativo, buscamos coletar os dados e analisá-los para tentar compreender significados e características do uso da Modelagem Matemática no período de pandemia com alunos de um curso de Licenciatura em Matemática. Para Garnica (1997, p. 111):

[...] o termo pesquisa ganha novo significado, passando a ser concebido como uma trajetória circular em torno do que se deseja compreender, não se preocupando única e/ou aprioristicamente com princípios, leis e generalizações, mas voltando o olhar à qualidade, aos elementos que sejam significativos para o observador-investigador.

A pesquisa foi desenvolvida no ano de 2021 tendo por base a coleta de dados na realização de duas atividades por alunas de um curso de Licenciatura em Matemática (Aluna A e Aluna B). Registros escritos compõe o conjunto de dados aqui utilizados. As atividades de Modelagem Matemática foram desenvolvidas tendo como auxílio a colaboração dos professores do Grupo de Pesquisa¹ e no decorrer do Projeto de Pesquisa “Modelagem Matemática para a investigação dos impactos da pandemia de covid-19 no norte do Paraná”. Pressupostos da Modelagem Matemática

¹ GEPIEEM Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática cadastrado no diretório do CNPq <<http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/7153637746058202>>.



para a solução de problemas, como idealizados por Bassanezi (2002), auxiliaram o desenvolvimento das etapas instituídas para o desenvolvimento das atividades: coleta de dados, realização de simplificações, formulação de hipóteses, uso e dedução de modelos matemáticos, interpretação do modelo matemático com vistas aos resultados matemáticos e sua interpretação na realidade investigada, validação dos modelos matemáticos e comunicação.

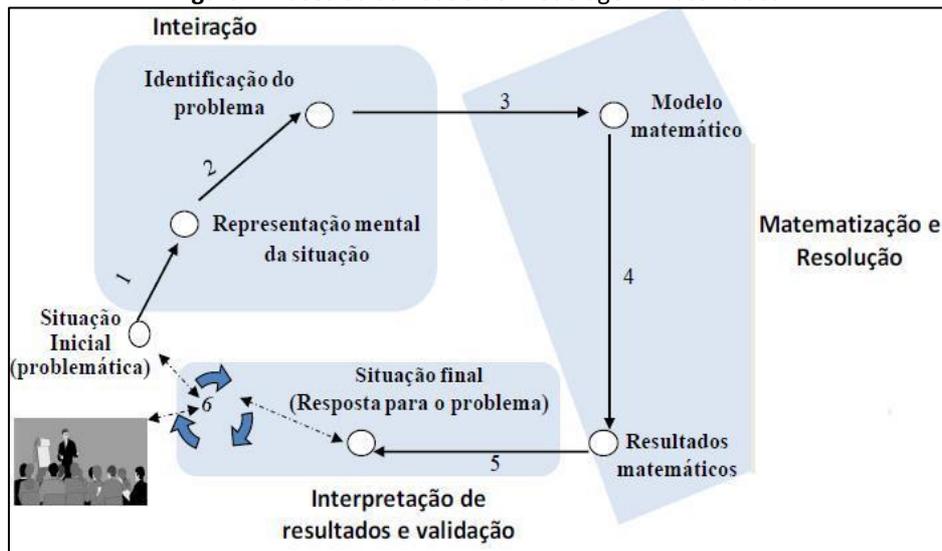
Na sequência esboçamos elementos teóricos sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática que ampararam a prática com a Modelagem Matemática e se evidenciam no tratamento das atividades analisado na sequência.

Modelagem Matemática: delineando uma perspectiva

Os pressupostos da Modelagem Matemática defendidos por Bassanezi (2002), indicam-na como a arte de resolver problemas da realidade por meio de modelos matemáticos. Neste contexto, ela se constitui como um processo de elaboração e validação de modelos matemáticos que auxiliem respostas a situações da realidade. Ao falar sobre atividades de Modelagem Matemática no âmbito educacional recorreremos à Almeida Silva e Vertuan (2016) para detalhar os passos de uma atividade de Modelagem Matemática e auxiliar na organicidade do desenvolvimento de modelos matemáticos: procedimentos como identificação de problemas, coleta de dados, elaboração de hipóteses, de modelos matemáticos, validação e comunicação entram em cena para o desenvolvimento da atividade. Os modelos, neste contexto, são estruturas matemáticas: gráficos, tabelas, expressões algébricas e relações matemáticas com vistas ao problema da realidade.

Para a realização de uma atividade de Modelagem Matemática, Almeida, Silva e Vertuan (2016) consideram quatro fases: a inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação. Na fase de Inteiração ocorre o primeiro contato com a situação-problema de modo a estudar características do fenômeno, coleta de dados. Na Matematização há uma transição linguagem natural para a linguagem matemática, sendo muitas vezes necessário formular hipóteses e simplificações, bem como identificar parâmetros e variáveis para as descrições matemáticas. Na Resolução há a construção do modelo matemático, a busca pelas respostas às perguntas iniciais. Por fim, na Interpretação de resultados ocorre uma análise da resposta obtida por meio do modelo matemático (a Figura 1 apresenta um ciclo que evidencia essas fases).

Figura 1- Fases da atividade de Modelagem Matemática



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2016, p. 25).

De acordo com Niss (2015, p. 67), a Modelagem Matemática pode ser vista com o propósito de “capturar, representar, compreender, ou analisar a existência de fenômeno, situações ou domínios, extra-matemáticos”. Problemáticas que, de modo geral, não podem ser investigadas apenas utilizando de conceitos matemáticos, e não podem ser respondidas sem que se utilize Matemática. Técnicas de Modelagem Matemática como descritas por Bassanezi (2002) como ajuste de curvas, regressões, análise de variações, simulações, entre outras são possíveis de uso e articulação com diferentes áreas do conhecimento, bem como diferentes conhecimentos matemáticos. Para Galbraith (2012, p. 5, tradução nossa): “na tentativa de resolver problemas genuínos, novos conteúdos matemáticos podem surgir, do mesmo modo que os contextos do mundo real podem fornecer veículos legítimos para a introdução da Matemática desejada”.

Neste contexto, a Modelagem Matemática é concebida como uma alternativa para o ensino de Matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016); articulando os problemas e a busca por sua solução via uso de conceitos matemáticos.

O desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática: um esboço do tratamento dos impactos da pandemia de Covid-19

Neste item, detalhamos, de forma sintética, o desenvolvimento de duas atividades de Modelagem Matemática, desenvolvidas no âmbito da iniciação científica, sendo os temas investigados “Os impactos da Covid-19 sobre o poder de compra” e “Os impactos da Covid-19 no sistema educacional”.



Os impactos da Covid-19 sobre o poder de compra

Um dos temas investigados diz respeito ao poder de compra durante a pandemia. Em relação ao poder de compra em uma determinada região, Reis (2018) indica que há influência da inflação que incide na região, da política monetária e de diferentes fatores econômicos. Para investigar o poder de compra, a aluna A considerou necessidades básicas: gastos com água, energia elétrica e alimentação e coletou dados com uma família de três pessoas que recebem o salário mínimo (Figura 2).

Figura 2 – Ilustração da coleta de dados

SANEPAR		COPEL				Ano	Data de vigência	Valor do salário mínimo	% de aumento
Mês	Valor	mês/ano	valor total da fatura	mês/ano	valor total da fatura				
01/2018	R\$ 101,99	jan/18	172,11	dez/19	157,86	2018	01/01/2018	954	1,81
02/2018	R\$ 101,12	fev/18	141,82	jan/20	167,87	2019	01/01/2019	998	4,61
03/2018	R\$ 91,27	mar/18	150,73	fev/20	154,37	2020	01/02/2020	1045	4,69
04/2018	R\$ 111,71	abr/18	158,62	mar/20	164,08	2021	01/01/2021	1100	5,26
05/2018	R\$ 118,46	mai/18	168,00	abr/20	179,21				
06/2018	R\$ 85,24	jun/18	150,45	mai/20	186,19				
07/2018	R\$ 118,46	jul/18	158,15	jun/20	170,10				
		ago/18	198,01	jul/20	218,22				

Fonte: Registros do relatório da aluna A.

A matematização foi feita por meio da definição de variáveis, formulação de hipóteses e simplificações para delimitar o estudo (Figura 3):

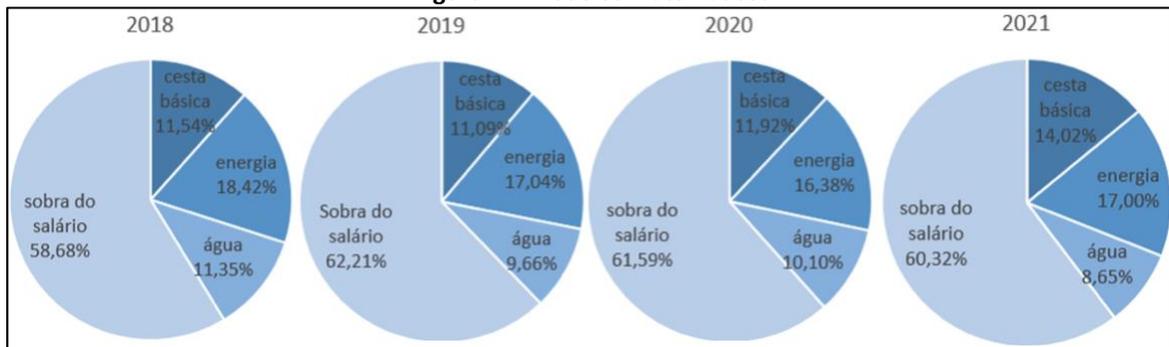
Figura 3 – Matematização

Definições de variáveis:	Hipóteses:	Simplificações:
t – tempo (anos)	H1 – consideramos que apenas uma pessoa recebe o valor da renda familiar em ambos os cenários (salário mínimo ou bolsa família).	S1 – Para os valores da cesta básica foi usado uma proporção em relação a um dado de 2015, já que dados de todos os anos não foram encontrados em pesquisas.
S – valor do salário mínimo	H2 – foi considerado a média anual de cada um dos gastos (com energia, água e cesta básica).	S2 – O ano de 2020 foi considerado o salário mínimo vigente em fevereiro de 2021, visto que em janeiro o valor foi de R\$1039,00.
B – valor do Bolsa família	H3 – a análise leva em consideração que os gastos com a necessidades básicas são de uma família com 3 pessoas.	
C – preço da cesta básica		
A – preço da água		
E – preço da energia		

Fonte: Registros do relatório da aluna A.

O uso de modelos matemáticos gráficos foi evidenciado para o tratamento dos resultados a partir das médias dos valores a pagar pelas necessidades básicas e representam para cada ano o percentual que água, energia e compra da cesta básica assumem do salário mínimo (Figura 4).

Figura 4 – Modelos matemáticos



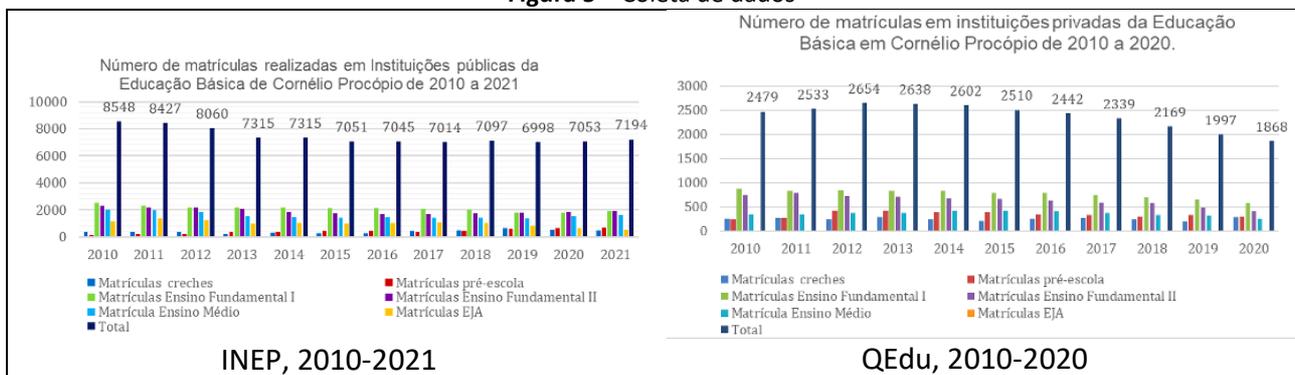
Fonte: Registros do relatório da aluna A.

Os impactos da Covid-19 no sistema educacional

No sistema educacional, a investigação incidiu sobre o impacto da Covid-19 no número de matrículas em creches, Ensino pré-escolares, nos Anos Iniciais (Ensino Fundamental I) e Anos Finais (Ensino Fundamental II) do Ensino Fundamental, Ensino Médio, Educação de Jovens e Adultos de um município do norte do Paraná.

Dados foram coletados em um levantamento nos censos escolares de 2010 a 2021 realizados pelo Instituto Nacional de Pesquisas Anísio Teixeira - INEP e nas instituições privadas pela Fundação Lemann de 2010 a 2020 (Figura 5).

Figura 5 – Coleta de dados



Fonte: Registros do relatório da aluna B.

Ao observar os dados dos gráficos da Figura 5, com número de matrículas crescendo até 2018 e decrescendo a partir daquele ano; e nas escolas privadas o número de matrículas crescendo até 2013 e decrescendo a partir daquele ano, foi suposto que uma função que poderia se ajustar aos dados é a função quadrática, dada por $y(x) = ax^2 + bx + c$. Na matematização foram consideradas $p(t)$: número total de matrículas efetuadas em instituições públicas da Educação Básica no ano t ; $m(t)$: número total de matrículas efetuadas em instituições privadas da Educação

Básica no ano t ; t : ano; x : variável auxiliar, dado por $x = t - 2010$; e a hipótese: o número total de matrículas em instituições públicas da Educação Básica irá crescer nos próximos anos a partir de 2021, enquanto o número total de matrículas em instituições privadas da Educação Básica irá decrescer nos próximos anos a partir de 2020.

Utilizando o método dos mínimos quadrados, a aluna B obteve os modelos matemáticos:

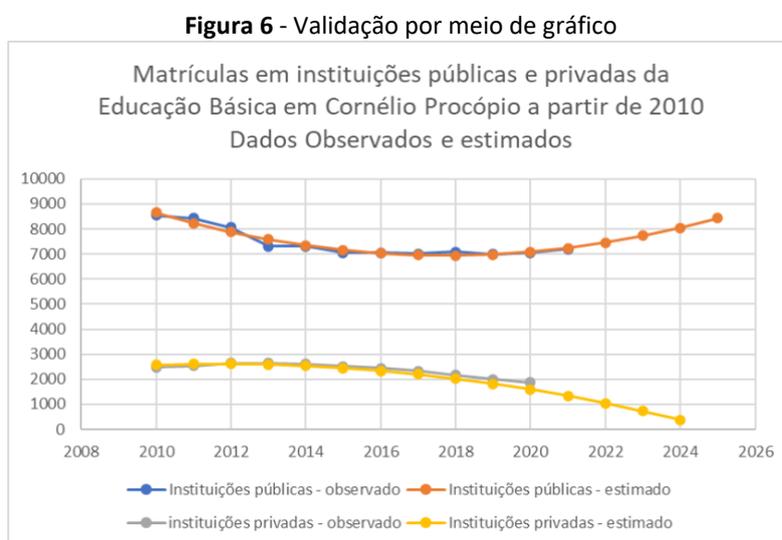
$$p(t) = 28,46228771(t - 2010)^2 - 441,3823676(t - 2010) + 8653,85989$$

Em $[2010, \infty)$.

$$m(t) = -14,9138(t - 2010)^2 + 81,7557109557(t - 2010) + 2479,83916083$$

Em $[2010, 2025,97)$, tendo em vista que $m(t) > 0$, se $2010 \leq t < 225,97$.

A validação está contida na Figura 6.



Fonte: registros da Aluna B.

Tendo em vista que o erro entre o modelo matemático e os dados coletados foi de no máximo 3,7% aproximadamente, os modelos foram considerados válidos para descrever o número de matrículas. Recursos matemáticos foram utilizados também para analisar os modelos qualitativamente, visto que os modelos podem ser considerados válidos em curto intervalo de tempo, até que ocorra uma estabilização econômica, mas não para longos períodos.

Resultados e Considerações Finais: discutindo as possibilidades educacionais a partir das práticas de Modelagem Matemática

Neste artigo, tivemos como objetivo apresentar possibilidades educacionais do tratamento de situações-problema associadas à Covid-19 por meio da Modelagem Matemática. As atividades



que abordamos foram desenvolvidas em um contexto de iniciação científica cujo projeto envolvia fazer o uso da Modelagem Matemática para investigar os impactos decorrentes da pandemia de Covid-19 na região norte do Paraná.

Uma das possibilidades é com relação ao sistema educacional da cidade de Cornélio Procópio cuja situação-problema investigada foi: “a pandemia da COVID-19 impactou de alguma forma o número de matrículas em creches, Ensino pré-escolares, nos Anos Iniciais e Anos Finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio, Educação de Jovens e Adultos no município de Cornélio Procópio?” Por meio do uso da linguagem matemática, tabelas e gráficos auxiliaram no processo de interpretação do fenômeno investigado e duas funções puderam ser determinadas usando o método dos mínimos quadrados, a função $p(t)$ que descreve o número total de matrículas efetuadas em instituições públicas da Educação Básica conforme os anos; e a função $m(t)$ que descreve o número total de matrículas efetuadas em instituições privadas da Educação Básica conforme os anos. A interpretação dessas funções indicou uma mudança no cenário educacional cujos indícios mostram uma possível migração de estudantes da rede privada para a pública o que pode acarretar superlotação das salas de aulas de escolas públicas. Portanto, essa migração pode ser um demonstrativo do impacto gerado na economia da cidade.

O tratamento dos conteúdos matemáticos e das técnicas de Modelagem Matemática relacionou o desenvolvimento da atividade com conteúdos estudados nas diferentes disciplinas cursadas pela aluna B, além de colocá-la em contato com a situação-problema educacional, para a qual irá se direcionar seus esforços profissionais em um curto espaço de tempo.

E neste contexto, a outra possibilidade educacional envolveu usar a modelagem para “investigar o poder de compra de famílias que recebem um salário mínimo”, esta situação-problema possibilitou a pesquisa em plataformas do governo, compreender o que é poder de compra e como este influencia no cotidiano das famílias. Os usos da matemática no tratamento da informação se colocaram como fundamentais para o desenvolvimento da atividade, a interpretação de dados reais e sua manipulação por meio de gráficos, tabelas entre outros possibilitou para além de relembrar conceitos matemáticos básicos, atuar na interpretação de dados que, durante a pandemia, diariamente mudavam.

As possibilidades educacionais de uso da matemática e articulação com temas reais se desdobram do ambiente educacionais nos encontros do grupo de pesquisa, para o desenvolvimento social e para a atuação social das licenciandas. A Modelagem Matemática, por sua vez, se torna uma



das vias de articulação entre a matemática e a realidade, possibilitando lidar com contextos adversos e relacioná-los ao fazer matemática, como foi o caso da pandemia de Covid-19.

Agradecimentos

Agradecemos à Fundação Araucária do Paraná pelo apoio financeiro para divulgação da pesquisa.

Referências

- ALMEIDA, L. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1. ed., 2a reimpressão. São Paulo: Contexto, 2016
- ASAI, G.; CORRÊA, A. S. Economia brasileira em crise: perspectivas dos gastos governamentais e seus impactos no crescimento econômico e no bem-estar social pós-crise da Covid-19. In: **Encontro Nacional da Associação Brasileira de Estudos Regionais e Urbano**, 18 ENABER, 2020, Salvador, Bahia, 2020.
- BARRETO, J. S.; AMORIM, M. R. O. R. M.; CUNHA, C. A pandemia da Covid-19 e os impactos na Educação. **JRG de Estudos Acadêmicos**, Brasília, v.3, n.7, p. 792-805, 2020.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3.ed. Campinas: Contexto, 2002.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- GALBRAITH, P. Models of Modelling: genres, purposes or perspectives. In: **Journal of Mathematical Modelling and Applications**. v, 1, n. 5, 3-16, 2012.
- GARNICA, V. M. Algumas notas sobre Pesquisa Qualitativa e Fenomenologia. **Interface — Comunicação, Saúde, Educação**, v.1, n.1, 1997.
- LIMEIRA, A. P et al. O impacto na Educação com a pandemia da Covid-19. **Revista Acadêmica Online**, v. VI, n. 33 jul/ago. [s. n.], 2020.
- NISS, M. Prescriptive Modelling – Challenges and Opportunities. In: STILLMAN, G.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.) **Mathematical Modelling in Education Research and Practice: cultural, social and cognitive influences**. New York: Springer, p. 67-80, 2015.
- NUNES, A. DA S.; NASCIMENTO, W. J.; SOUSA, B. N. P. A. Modelagem Matemática: um panorama da pesquisa brasileira na educação básica. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 11, n. 4, p. 232-253, 22 jul. 2020.



REIS, T. Poder de compra: saiba o que pode influenciar no valor. **Suno Artigos**, São Paulo, 13 dez. 2018. Disponível em: < <https://www.suno.com.br/artigos/poder-de-compra/>>. Acesso em: 20 out. 2021.

TAMBARUSSI, C. M.; KLÜBER, T. E. Focos da pesquisa stricto sensu em Modelagem Matemática na educação matemática brasileira: considerações e reflexões. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 16, n. 1, p. 209-225, 2014b.