



ANÁLISE SEMIÓTICA DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Thiago Fernando Mendes
Universidade Estadual de Londrina - UEL
thiagofmendes@utfpr.edu.br

Ana Paula Zanim
Universidade Estadual de Londrina - UEL
aninha_pz@hotmail.com

Lourdes Maria Werle de Almeida
Universidade Estadual de Londrina - UEL
lourdes@uel.br

Resumo: Esse artigo objetiva apresentar uma análise semiótica do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática por meio da evolução dos signos interpretantes dos envolvidos com tal desenvolvimento. Para isso, analisamos uma atividade de modelagem desenvolvida por um grupo de três estudantes do quarto ano de um curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de Modelagem Matemática. A investigação fundamenta-se na modelagem matemática no âmbito da Educação Matemática e na Teoria dos Interpretantes (imediate, dinâmico e final) conforme apresentada na Semiótica Peirceana. A análise da atividade segue encaminhamentos da pesquisa qualitativa e nos permite perceber que níveis significantes imediatos, dinâmicos e finais são evidenciados no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática e que a evolução desses signos interpretantes dá-se à medida em que os estudantes avançam as fases de desenvolvimento da atividade.
Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Semiótica Peirceana. Teoria dos Interpretantes.

INTRODUÇÃO

O processo de construção do conhecimento é um tema que tem despertado o interesse de pesquisadores de diversas áreas no âmbito nacional e internacional.

A matemática é uma área predominantemente abstrata, sendo que o acesso aos objetos a serem conhecidos é possível, na maioria dos casos, apenas por meio de representações (DRIGO, 2007). Por exemplo, o acesso aos números se dá unicamente pelos símbolos numéricos, o mesmo acontece com as figuras geométricas que só podem ser conhecidas a partir de suas representações.

Assim, a semiótica, enquanto ciência preocupada com o exame das linguagens e os modos de constituição do fenômeno, é uma importante ferramenta para nos auxiliar na compreensão do mundo como um todo e na compreensão da maneira como a construção do

conhecimento matemático se dá, uma vez que se vale dos signos e representações utilizadas pelos sujeitos.

Ainda sobre o acesso aos objetos matemáticos por meio de suas representações, Silva (2017, p. 157) define a modelagem matemática como uma prática com “potencialidades enquanto oportunidade para os alunos compreenderem os objetos matemáticos, conhecer e relacionar as várias representações desses objetos e utilizá-los para interpretar fatos da realidade”

Assim, neste trabalho, buscamos realizar uma análise semiótica do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática a partir da evolução dos signos interpretantes dos sujeitos envolvidos com tal desenvolvimento.

Para isso nos fundamentamos em aportes teóricos da modelagem matemática no âmbito da Educação Matemática enquanto alternativa pedagógica, e na teoria de Charles S. Peirce, especificamente, na tríade caracterizada pelo autor em que estabelece que o signo interpretante de um indivíduo pode ser imediato, dinâmico ou final.

SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Na literatura nacional e internacional é possível perceber que a modelagem matemática, em suas diferentes perspectivas, tem sido foco de muitos pesquisadores (KAISER; SRIRAMAN, 2006; ALMEIDA; BRITO, 2005; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012; BLUM, 2015; ÄRLEBÄCK; DOERR, 2015).

Almeida e Brito (2005) entendem a modelagem matemática como uma alternativa pedagógica no qual faz-se uma abordagem matemática, de um assunto não essencialmente matemático.

Partindo deste mesmo entendimento, Almeida, Silva e Vertuan (2012) definem uma atividade de modelagem matemática como uma atividade que pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática) e uma situação final (resposta para o problema identificado na situação inicial).

Os autores ainda destacam que o encaminhamento de uma atividade de modelagem envolve um conjunto de procedimentos necessários resolução de determinada situação-problema, caracterizando-as como: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação.

Ainda para Almeida, Silva e Vertuan (2012), a inteiração representa o primeiro contato do estudante, no caso de atividades desenvolvidas em sala de aula, com a situação-

problema que pretende-se explorar. Com esta inteiração o objetivo dos estudantes é conhecer as características e especificidades de cada situação, por isso, nesta fase é que ocorre a formulação do problema e a definição de metas para sua resolução.

A matematização é a fase em que a situação, até então apresentada em linguagem natural, é escrita em linguagem matemática lançando-se mão da definição de variáveis, elaboração de hipóteses e simplificação da situação (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

A resolução é a fase em que ocorre a construção do modelo matemático que objetiva descrever, prescrever e prever o comportamento do fenômeno explorado (LESH, 2010). O modelo pode incluir desde símbolos, gráficos, diagramas, expressões algébricas, geométricas, dentre outras representações (DOERR; ENGLISH, 2003).

Com relação à interpretação dos resultados, Almeida, Silva e Vertuan (2012) afirmam que esta implica na análise de uma solução para o problema, constituindo-se assim um processo avaliativo no qual todos os envolvidos na atividade vivenciam. Além disso, esta avaliação implica uma validação da representação matemática referente ao problema (idem).

SOBRE SEMIÓTICA PEIRCEANA

Em linhas gerais, a semiótica pode ser considerada a ciência que, a partir dos diferentes signos, estuda todo e qualquer tipo de linguagem.

Especificamente a semiótica peirceana, fundamentada nos Estados Unidos da América pelo físico, matemático e astrônomo Charles Sanders Peirce (1839-1914), preocupa-se com a organização de uma doutrina capaz de compreender as estruturas dos conhecimentos, isto é, pode ser considerada como a ciência dos signos que objetiva examinar os modos de atribuição de significado e de constituição de conhecimento (SANTAELLA, 2008).

Peirce (2005) define signo como

[...] tudo aquilo que está relacionado com uma Segunda coisa, seu Objeto, com respeito a uma Qualidade, de modo tal a trazer uma Terceira coisa, seu Interpretante, para uma relação com o mesmo Objeto, e de modo tal a trazer uma Quarta para uma relação com aquele Objeto na mesma forma, *ad infinitum*. Se a série é interrompida, o Signo, por enquanto, não corresponde ao caráter significante perfeito (p. 28).

Para Peirce, o signo compreende três elementos: o *representâmen* (ou fundamento do signo), o objeto e o interpretante. De acordo com Otte (2006), o *representâmen* é um mediador entre o objeto e o interpretante. O interpretante, por sua vez, é algo que se cria na mente intérprete, ou seja, o interpretante é “um signo que interpreta o *representâmen*” (SANTAELLA, 2008, p. 47).

Dentre as diferentes classificações feitas por Peirce (2005) a respeito dos signos, uma delas é a classificação dos interpretantes. Para o autor, os interpretantes podem ser classificados como: imediato, dinâmico e final.

O primeiro nível do interpretante é chamado de interpretante imediato. É interno ao signo. Trata-se da interpretabilidade peculiar de cada signo, interpretabilidade esta que existe antes mesmo que qualquer intérprete tenha acesso ao signo (SANTAELLA, 2008). Em outras palavras, trata-se do potencial interpretativo do signo.

O segundo nível é o do interpretante dinâmico que refere-se ao efeito efetivamente produzido na mente do intérprete pelo signo. Trata-se do efeito que o signo determina nessa mente (PEIRCE, 2005).

Já o interpretante final, ainda segundo Peirce (2005, p 164) “é aquilo que finalmente se decidiria ser a interpretação verdadeira se se considerasse o assunto de um modo tão profundo que se pudesse chegar a uma opinião definitiva”.

Na semiótica peirceana, conforme discutido por D’Amore, Fandiño Pinilla e Iori (2015), os signos interpretantes são meios de pensamento, de compreensão, de raciocínio e de construção da aprendizagem. Logo, a evolução desses signos (imediato, dinâmico e final) podem dar indícios de como os alunos constroem o conhecimento matemático em questão, conforme já explorado anteriormente por Silva e Almeida (2015).

É com este olhar a partir da teoria dos interpretantes de Peirce (2005), que analisaremos uma atividade de modelagem matemática.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Com o objetivo de investigar o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática a partir da evolução dos signos interpretantes dos sujeitos envolvidos com tal atividade, analisamos uma atividade de modelagem desenvolvida por um grupo de três estudantes do quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de Modelagem Matemática.

O desenvolvimento das atividades foi conduzido por um dos autores deste artigo e durante o período de desenvolvimento das atividades foram coletados dados por meio de gravações em áudio e vídeo.

A análise das informações coletadas segue princípios da pesquisa qualitativa seguindo encaminhamentos sugeridos em Bogdan e Biklen (2003).

A fim de preservarmos a identidade dos estudantes que desenvolveram a atividade aqui apresentada, serão utilizados os códigos E1, E2 e E3 quando nos referirmos aos estudantes e o código P quando nos referirmos ao professor que acompanhou a turma neste desenvolvimento.

DESENVOLVIMENTO DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste trabalho apresentamos a análise de uma atividade de modelagem matemática desenvolvida por um grupo de três de estudantes do quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de Modelagem Matemática de uma universidade pública do Paraná. O tema abordado na atividade foi a *Quantidade de álcool no sangue após o consumo de uma lata de cerveja*.

A atividade foi desenvolvida em três encontros de duas horas/aula cada e, de acordo com o relatório entregue pelos estudantes, a escolha do tema se deu por conta do interesse do grupo em fazer algo que pudesse ajudar as pessoas a eliminarem o álcool da cerveja no organismo. Além disso, dada relevância da temática, considerando sua constante presença nos noticiários (p.e. Lei Seca) também foi considerada pelo grupo. Inicialmente, o grupo coletou uma série de informações a respeito do tema e, segundo os mesmos, não sabiam como utilizar tais informações.

Após estudarem sobre o assunto e coletarem os dados, o grupo decidiu investigar o seguinte problema: *“Após um motorista ingerir uma lata de cerveja quanto tempo ele deve esperar para que o álcool ingerido seja eliminado pelo organismo e conseqüentemente possa dirigir sem cometer uma infração de trânsito?”*.

Inicialmente, os estudantes fizeram a coleta de dados na internet e, como a quantidade de informações era grande, uma primeira discussão se iniciou para determinar o que, exatamente, seria utilizado.

E1: professor estamos com um monte de dúvidas, a gente não sabe qual dos dados vamos utilizar, está tudo confuso.

P: quais dados vocês têm?

E1: a gente achou a quantidade de álcool no organismo.

E2: achamos também quanto elimina por hora, a quantidade de sangue no corpo, por causa

do bafômetro, aí a gente não sabe o que usar para encontrar o modelo. E3: eu acho que a gente tinha que começar a estruturar todas as informações para organizar tudo isso. Do jeito que está, não vamos conseguir trabalhar.

No momento da inteiração dos estudantes com o tema a ser explorado, a partir do diálogo, é possível perceber que uma série de dúvidas surgem principalmente com relação aos dados que, até então, o grupo tem em mãos. Estes sentimentos de confusão (*E1: estamos com um monte de dúvidas [...] está tudo confuso*) e insegurança (*E3: Do jeito que está não vamos conseguir trabalhar*) estão relacionados às primeiras impressões que os signos (neste caso, os dados que os estudantes coletaram) transmitiram aos intérpretes, isto é, está relacionado aos interpretantes imediatos.

Além disso, tais interpretantes imediatos levaram o grupo a perceberem a necessidade de sintetizar as informações relevantes para solucionar a problemática determinada. Esta síntese é apresentada no Quadro 1.

Quantidade de álcool no sangue após o consumo de uma lata de cerveja

O principal ingrediente das bebidas alcoólicas é a molécula de etanol. Assim que uma pessoa "toma um gole", estas moléculas rapidamente começam a entrar na corrente sanguínea, e se espalham pelo corpo, onde aproximadamente 90% são metabolizadas pelo fígado, e o restante pelos pulmões, rins e pele, para sua eliminação. Este processo ocorre lentamente, eliminando em média 0,10g/L de álcool do sangue do indivíduo por hora.

O consumo de bebidas alcoólicas é um assunto que envolve desde festas e comemorações até riscos. Mesmo com a Lei Seca aprovada em 19 de junho de 2008, Júlia Greve médica fisiatra que trabalha no instituto de Ortopedia e Traumatologia da Universidade de São Paulo afirma que os números do IML indicam que 50% dos mortos no Brasil, vítimas de acidente de trânsito, estavam embriagados no momento do acidente. Evidenciando que o hábito de conduzir automóveis após ingerir bebidas alcoólicas continua.

Dados da Universidade Estadual Paulista informam que uma lata Skol de 269ml possui 9,22g de álcool. E um condutor que ingerir qualquer quantidade de bebida alcoólica e for submetido à fiscalização de trânsito estará automaticamente sujeito a multa de R\$ 2.934,70, suspensão do direito de dirigir e terá o veículo retido.

Na prática, o condutor não poderá ingerir nenhuma quantidade de álcool que já será considerada a infração de trânsito. Se o indivíduo fizer o teste e a concentração for maior do que 0,068g/L (recomendação do INMETRO como margem de segurança do bafômetro) de sangue, será considerado crime de trânsito e o agente o encaminhará à autoridade policial.

Vejam esta tabela que mostra a quantidade de sangue no organismo de alguns indivíduos:

Massa (kg)	Altura (m)	Quantidade de sangue (L)	
		Homens	Mulheres
65	1,70	4,499	4,083
70	1,70	4,660	4,248
75	1,70	4,821	4,414

Situação inicial:

Concentração de álcool no sangue após ingerir bebida alcoólica.

Inteiração:

Buscar informações de como o álcool contido na cerveja é eliminado do organismo e como funciona a lei que pune quem dirige alcoolizado.

Quadro 1 - Informações a respeito da problemática e dados coletados pelo grupo

Fonte: relatório dos estudantes.

Para a resolução do problema, o grupo definiu algumas variáveis e elaboraram algumas hipóteses, conforme consta no Quadro 2.

Matematização e resolução:

Definição de variáveis:

Variável independente: t (tempo em horas)

Variável dependente: Q (quantidade de álcool no organismo em g/L)

Hipóteses:

- O organismo elimina em média 0,10 g/L de álcool no sangue por hora;

- 269 ml de cerveja contém 9,22 g de álcool;

- Se o indivíduo fizer o teste do bafômetro e a concentração for maior do que 0,068 g/L (recomendação do INMETRO como margem de segurança do bafômetro) de sangue, será considerado crime de trânsito.

Quadro 2 - Definição das variáveis e hipóteses da atividade

Fonte: relatório dos estudantes.

Por meio de recorrência, o grupo, na etapa da matematização e resolução, obtiveram o modelo matemático que representasse a queda da quantidade de álcool no sangue com o decorrer do tempo após a ingestão de uma lata de cerveja e construíram alguns gráficos para analisarem visualmente o comportamento dos dados, conforme a Figura 1.

O interpretante imediato, como classificado na semiótica peirceana, trata-se de uma abstração, uma possibilidade de interpretação. No caso desta atividade, este tipo de interpretante foi evidenciado também no momento em que os signos tinham o potencial de transmitir informações aos estudantes, como no caso do gráfico (Figura 1) que representava, por semelhança, o comportamento do fenômeno (quantidade de álcool no corpo de um homem de 75 kg e 1,70 m de altura), sendo o gráfico, portanto, um interpretante imediato, conforme discutido por Drigo (2007).

O interpretante dinâmico, por sua vez, definido por Santaella (2008, p. 24) como “[...] o efeito singular que o signo produz em cada intérprete” foi evidenciado na análise da atividade a partir das ações tomadas pelos estudantes, como a decisão de analisar o comportamento dos dados por meio de recorrência, tomada após a análise do gráfico, conforme explicitado no diálogo a seguir:

E1: analisando este comportamento, acho que podemos encontrar um padrão. Não é?

E2: mas que tipo de padrão?

E1: não sei exatamente, mas se tentarmos por recorrência, pode ser que este padrão apareça.

Vale frisar que o fato de os estudantes terem sintetizados os dados da atividade, conforme apresentado no Quadro 1, também evidencia a presença de interpretantes dinâmicos, dado que tal síntese foi um efeito produzido pelo, então, interpretante imediato.

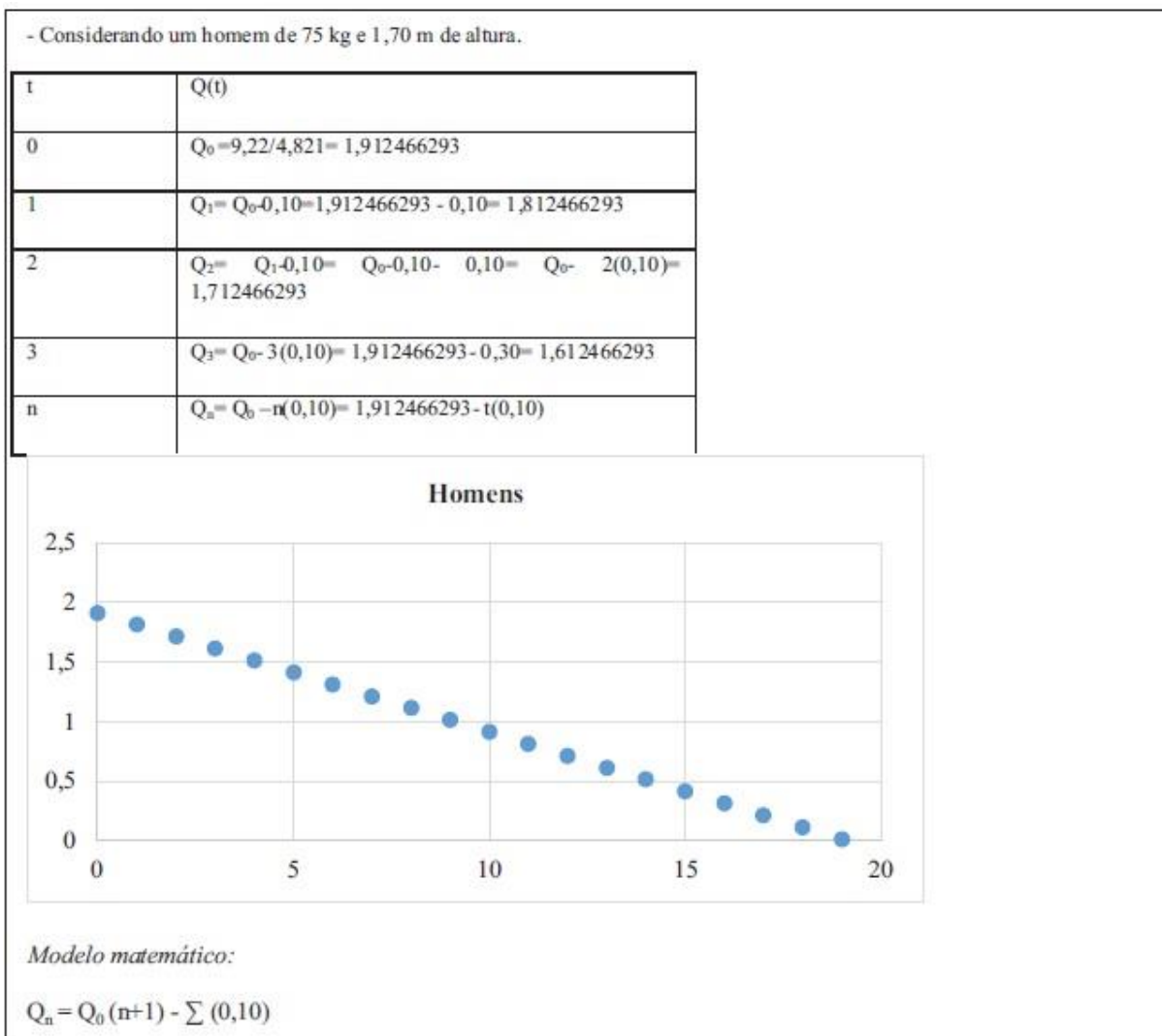


Figura 1 - Modelo matemático obtido pelo grupo na atividade
Fonte: relatório dos estudantes

Além disso, o grupo realizou a interpretação e validação do modelo matemático, conforme Figura 2.

Interpretação e Validação					
t	Q(t)	Validação	t	Q(t)	Validação
0	1,912466	1,9125	0	2,088808	2,0888
1	1,812466	1,8125	1	1,988808	1,9888
2	1,712466	1,7125	2	1,888808	1,8888
3	1,612466	1,6125	3	1,788808	1,7888
4	1,512466	1,5125	4	1,688808	1,6888
5	1,412466	1,4125	5	1,588808	1,5888
6	1,312466	1,3125	6	1,488808	1,4888
7	1,212466	1,2125	7	1,388808	1,3888
8	1,112466	1,1125	8	1,288808	1,2888
9	1,012466	1,0125	9	1,188808	1,1888
10	0,912466	0,9125	10	1,088808	1,0888
11	0,812466	0,8125	11	0,988808	0,9888
12	0,712466	0,7125	12	0,888808	0,8888
13	0,612466	0,6125	13	0,788808	0,7888
14	0,512466	0,5125	14	0,688808	0,6888
15	0,412466	0,4125	15	0,588808	0,5888
16	0,312466	0,3125	16	0,488808	0,4888
17	0,212466	0,2125	17	0,388808	0,3888
18	0,112466	0,1125	18	0,288808	0,2888
19	0,012466	0,0125	19	0,188808	0,1888
20	-0,08753	-0,0875	20	0,088808	0,0888
			21	-0,01119	-0,0112

Um homem de 75kg e 1,70m de altura, após ingerir uma lata de cerveja de 269ml poderá dirigir sem correr riscos de ser detectado no bafômetro após 19horas.

Uma mulher de 75kg e 1,70m de altura, após ingerir uma lata de cerveja de 269ml, poderá ingerir sem riscos de ser detectada no bafômetro após 21horas.

Figura 2 - Interpretação e validação da atividade
Fonte: relatório dos estudantes

À medida que a atividade vai sendo desenvolvida, algumas conclusões a respeito do fenômeno são registradas pelo grupo em seu relatório.

Tais conclusões, adequadas ou não à situação, apresentadas pelos estudantes para a situação-problema explorada a partir dos conhecimentos matemáticos podem ser tomadas como interpretantes finais, uma vez que, tais interpretantes estão relacionados ao “limite pensável da situação”, conforme discutido por Peirce (2005, p. 164).

No caso desta atividade, os interpretantes finais para essa situação dizem respeito ao fato de um homem de 75kg e 1,70m de altura, após ingerir uma lata de cerveja de 269ml, poderá dirigir sem correr risco de ser detectado no bafômetro após 19 horas, enquanto uma mulher, nas mesmas condições, poderá dirigir após 21 horas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A matemática é uma ciência abstrata, isto é, o acesso aos objetos matemáticos só é possível por meio das diferentes representações. Assim, a construção do conhecimento

matemático é determinada pela produção e evolução de diferentes signos interpretantes, sendo estes fundamentais na apresentação e refinamento de conceitos matemáticos (ALMEIDA; SILVA, 2018).

Com relação ao desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, níveis significantes imediatos, dinâmicos e finais foram evidenciados a partir da análise dos signos produzidos ou utilizados pelos estudantes no desenvolvimento da mesma e nas diferentes fases do desenvolvimento da atividade: inteiração, matematização, resolução, interpretação e validação dos resultados.

O interpretante imediato, no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, foi evidenciado nos momentos em que os signos potencialmente poderiam de transmitir alguma informação relevante aos estudantes, por exemplo o gráfico que representava, por semelhança, o comportamento do fenômeno. Assim, na inteiração e matematização este tipo de interpretante foi mais evidente.

O interpretante dinâmico, por sua vez, foram identificados, principalmente, na resolução matemática da atividade, isto é, no momento em que os estudantes lançavam mão de estratégias matemáticas (ações determinadas após a inteiração e matematização) para determinarem um modelo matemático para a situação.

Já as conclusões registradas pelos estudantes para a situação-problema explorada foram consideradas aqui como de interpretantes finais. Assim, este tipo de interpretante teve maior ocorrência na interpretação e validação dos resultados.

A contribuição do texto para o desenvolvimento da Modelagem Matemática na Educação Matemática, se dá principalmente no sentido de explicitar que os procedimentos adotados pelos estudantes no decorrer do desenvolvimento deste tipo de atividades são mediados pelo uso, interpretação e produção de diferentes representações tomadas aqui como signos.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. Atividades de Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir?. **Ciência e Educação (UNESP)**, 11, 1-16, 2005.

ALMEIDA, L.W.; SILVA, K. A. P. A semiotic interpretations of the derivative concept. **ZDM - The International Journal on Mathematics Education**, v. 50, p. 1-14, 2018.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ÄRLEBÄCK, J.; DOERR, H. Moving beyond a single modelling activity. In: **Mathematical Modelling in Education Research and Practice**. Springer International Publishing, p. 293-303, 2015.

BLUM, W. Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? In **The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education: Intellectual and Attitudinal Changes** (pp. 73–96). New York: Springer, 2015.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Qualitative research for education: An introduction to theories and methods**. New York: Pearson Education, 2003.

D'AMORE, B.; FANDIÑO PINILLA, M. I.; IORI, M. **Primeiros elementos de semiótica**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

DOERR, H.; ENGLISH, L. A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. **Journal for Research in Mathematics Education**, 34 (2), 110-136, 2003.

DRIGO, M. O. **Comunicação e cognição: semiose na mente humana**. In: **Comunicação e cognição: semiose na mente humana**. Sulinas, 2007.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM**, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

LESH, R. Tools, Researchable Issues & Conjectures for investigating what it means to Understand Statistics (or Other Topics) Meaningfully. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, Blumenau, v. 1, n. 2, p.16 - 48, 2010.

OTTE, M. Mathematical epistemology from a Peircean semiotic point of view. **Educational Studies in Mathematics**. Springer, v. 61, p. 11-38, 2006.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. 3. ed. São Paulo: Perspectiva, 2005.

SANTAELLA, Lucia. **Semiótica aplicada**. Cengage Learning Editores, 2008.

SILVA, K. A. P.; ALMEIDA, L. M. W. Caminhos do Significado em Atividades de Modelagem Matemática: um olhar sobre os interpretantes. **Boletim de Educação Matemática**, v. 29, n. 52, 2015.

SILVA, K. A. P. Aspectos cognitivos em aulas com modelagem matemática na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. **Experiências em Ensino de Ciências**, v.12, n.2, p.156-170, 2017.