



O PROBLEMA DA DUPLICAÇÃO DO CUBO NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Kamila Gonçalves Celestino
Universidade Estadual do Centro-Oeste - UNICENTRO
kamilauab@hotmail.com

Márcio André Martins
Universidade Estadual do Centro-Oeste - UNICENTRO
prof.mmartins@gmail.com

Resumo: O presente relato trata de uma atividade realizada com acadêmicos do 2º ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO), com o objetivo de apresentar aos estudantes um contexto histórico do problema da duplicação do cubo e instrumentaliza-los, por meio da História da Matemática e também de uma atividade prática, para que eles possam aplicar atividades como esta na Educação Básica. Esta atividade foi realizada em três encontros: no primeiro foi proposto o problema da duplicação do cubo para os acadêmicos resolverem; no segundo foi apresentado o histórico do problema, discutidas as soluções dadas por eles e feita a resolução coletiva por meio da construção de cubos e, no terceiro encontro houve uma conversa com os acadêmicos para que eles pudessem expor suas impressões acerca desta experiência. Neste diálogo o grupo demonstrou ter gostado da prática e percebeu-se também a intenção de alguns em reproduzir a atividade com seus alunos no futuro.

Palavras-chave: História da Matemática. Ensino de Matemática. Geometria. Problemas Clássicos da Grécia Antiga.

INTRODUÇÃO

A História da Matemática tem se mostrado um tema de interesse crescente, o que é comprovado pelas diversas fontes e publicações já acessíveis. Nas últimas cinco décadas observa-se um crescente desenvolvimento de pesquisas relacionadas à História das Ciências e, em particular, a História da Matemática (CHAQUIAM, 2015).

Esta metodologia de ensino, ainda de acordo com Chaquiam (2015), é um elemento que pode melhorar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Neste sentido, encontra-se a História da Matemática nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), nas Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (DCE) e também na Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Os PCN (BRASIL, 1997) a destacam como um recurso didático para ser utilizado em sala de aula, que em muitas situações:

pode esclarecer ideias Matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês” e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento (BRASIL, 1997, p.34).

Por outro lado, as DCE do Estado do Paraná (PARANÁ, 2008) tratam a História da Matemática como um encaminhamento metodológico, ou um:

elemento orientador na elaboração de atividades, na criação das situações-problema, na busca de referências para compreender melhor os conceitos matemáticos. Possibilita ao aluno analisar e discutir razões para aceitação de determinados fatos, raciocínios e procedimentos (PARANÁ, 2008, p.66).

Já a BNCC do Ensino Fundamental, reforça que “é importante incluir a História da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática” (BRASIL, 2017, p.296).

No entanto a História da Matemática não é desenvolvida dentro da sala de aula, muitas vezes com justificativas relacionadas ao longo rol de conteúdos curriculares a ser cumprido anualmente, além de alguns professores não terem cursado nenhuma disciplina relacionada a esta tendência metodológica em sua formação inicial (FERNANDES *et al.*, 2011).

Neste sentido, de acordo com um levantamento realizado por Gomes e Araman (2015) sobre a oferta da História da Matemática como disciplina nos cursos de Licenciatura em Matemática do Paraná, sabe-se que dentre 23 instituições (entre públicas e privadas) que ofertam o curso, 16 possuem a disciplina de História da Matemática e 2 têm a disciplina de História da Ciência. Assim, percebe-se que cerca de 70% dos cursos oferecem aos acadêmicos algum contato com a História da Matemática durante a graduação. No entanto, a ementa trabalhada em tais cursos se preocupa em propiciar “uma visão geral de como a Matemática se desenvolveu, partindo dos primórdios (babilônios e egípcios) até a chegada do século XX” (GOMES e ARAMAN, 2015, p.11).

Dessa forma, analisando o estudo dos autores supracitados, percebe-se que a disciplina de História da Matemática que vem sendo ofertada aos acadêmicos não possui um caráter didático e com foco no Ensino de Matemática. Assim, parece haver uma divergência entre o que é proposto nos PCN, DCE e BNCC e o que é, de fato, desenvolvido em sala de aula, pois alguns professores nunca tiveram contato com a História da Matemática e os que tiveram estudaram a evolução da Matemática e não métodos de intervenção em sala de aula por meio da História da Matemática.

Diante disso, o que se propõe aqui é uma atividade que possibilite aos acadêmicos terem contato com formas de se utilizar a História da Matemática em sala de aula. Esta

proposta foi desenvolvida com acadêmicos do 2º ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO) durante as aulas da disciplina de “Fundamentos da Geometria Euclidiana”. Por este motivo foi escolhido o problema da duplicação do cubo para ser trabalhado com os acadêmicos, que é um dos problemas clássicos da geometria grega antiga.

A DUPLICAÇÃO DO CUBO: BREVE HISTÓRICO DO PROBLEMA

Os antigos matemáticos gregos ocuparam-se com vários tipos e problemas, determinar um cubo com o dobro do volume de um cubo dado foi um deles. Tal desafio era muito famoso entre os gregos e ficou conhecido como um dos Problemas Clássicos da Grécia Antiga.

Algumas histórias são contadas a respeito do surgimento deste problema uma delas é sobre a “insatisfação do Rei Minos com o tamanho do túmulo erguido para seu filho Glauco. Minos ordenou que o tamanho do túmulo fosse dobrado” (EVES, 2011, p.135). A outra é relacionada à mitologia grega,

quando uma peste assolou Atenas, dizimando cerca de um quarto de sua população, inclusive fazendo uma de suas vítimas Péricles. Então os habitantes, desesperados, enviaram uma delegação em busca de auxílio para a ilha de Delos, mais precisamente ao templo de Apolo. Neste templo havia um altar em forma de cubo e em troca do fim da peste, a divindade fez um pedido: *erguei-me um altar igual ao dobro do já existente e a peste cessará.* (CONTADOR, 2012, p.248)

Esta última história é a responsável pelo problema da duplicação do cubo ser chamado também de problema *deliano*. Mas, seja qual for a história verdadeira, o fato é que a solução parecia ser muito óbvia e a primeira ideia foi dobrar as arestas do cubo dado. Mas logo foi percebido que dobrando-se a aresta de um cubo o volume do novo cubo seria oito vezes maior que o volume do original e não o dobro dele. Este fato começou a intrigar os geômetras que, de acordo com Eves (2011), abraçaram o problema de como dobrar um sólido dado mantendo sua forma.

Todavia, para os matemáticos da época, a resolução deveria ser feita sob algumas condições: o problema deveria ser resolvido usando apenas régua não graduada e compasso, sendo que a régua poderia ser usada para traçar uma linha por dois pontos dados e o compasso para desenhar uma circunferência com centro em um ponto dado e passando por um segundo ponto dado.

Muitas foram as tentativas de se resolver o problema, mas, para Eves (2011), o primeiro progresso real foi de Hipócrates (c.440 a.C.) na construção de duas médias proporcionais entre dois segmentos de reta de comprimentos s e $2s$. Se as médias proporcionais são x e y , então $s:x = x:y = y:2s$, daí resulta que $x^2 = sy$ e $y^2 = 2sx$ e, substituindo $y = \frac{x^2}{s}$ na segunda equação, tem-se que $x^3 = 2s^3$. Então pode-se entender que x é a aresta de um cubo cujo volume é o dobro do de um cubo de aresta s .

Uma das soluções mais notáveis, foi dada por Arquitas (c.400 a.C.), “sua solução consiste em achar um ponto de intersecção de um cilindro circular reto, um toro de diâmetro interior zero e um cone circular reto!” (EVES, 2011, p.135). Ainda segundo Eves (2011), Menaecmo (c. 350 a.C.) deu duas soluções para o problema da duplicação e, possivelmente, inventou as secções cônicas para este fim.

De acordo com Berlinghoff e Gouvêa (2010), os matemáticos gregos eventualmente conseguiram resolver o problema, porém as soluções dadas envolviam algum recurso auxiliar, além da régua e do compasso. De fato, era muito difícil conseguir uma solução apenas com régua e compasso para o problema, aliás era impossível, conforme foi comprovado no século XIX. É provável que “alguns matemáticos gregos sabiam (ou suspeitavam) disso também, embora não pudessem demonstrar” (BERLINGHOFF; GOUVÊA, 2010, p.21).

Assim, percebe-se que, apesar da impossibilidade de resolver o problema obedecendo as regras impostas, as diversas tentativas feitas pelos matemáticos gregos da Antiguidade foram responsáveis pela invenção de vários conceitos matemáticos.

METODOLOGIA

Esta experiência teve o objetivo de propor aos acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática, uma atividade que os possibilitasse o contato com uma forma de utilizar a História da Matemática em sala de aula.

A proposta se enquadra no campo da pesquisa qualitativa que, segundo Fiorentini e Lorenzato (2012, p.106) “é aquela na qual a coleta de dados é realizada diretamente no local em que o problema ou fenômeno acontece”. Na literatura encontram-se várias técnicas para se realizar uma pesquisa qualitativa, entre elas destaca-se aqui o estudo de caso, que foi a metodologia que mais se adequou à esta experiência.

De acordo com Merriam (1988) *apud* Bogdan e Biklen (1994) “o estudo de caso consiste na observação detalhada de um contexto, ou indivíduo, de uma única fonte de

documentos ou de um acontecimento específico”. Já no ponto de vista de Fiorentini e Lorenzato (2012) o estudo de caso procura mostrar a realidade da maneira mais completa possível interpretando o objeto de estudo no contexto em que ele se encontra.

A atividade aqui relatada foi realizada em 5 etapas, sendo elas: 1) Aplicação da atividade; 2) Análise e categorização das respostas; 3) Apresentação e discussão das respostas e do contexto do problema com os estudantes participantes; 4) Desenvolvimento de uma atividade prática; e 5) Conversa com os acadêmicos acerca da atividade realizada.

A primeira etapa foi realizada nas aulas de “Fundamentos da Geometria Euclidiana” e teve duas partes: a primeira consistiu em propor um problema, que envolvia a duplicação de um cubo, para os acadêmicos resolverem. Já na segunda parte eles deveriam responder se conheciam o problema e classifica-lo de acordo com o nível de dificuldade.

Na sequência, foi realizada a análise e classificação das respostas dadas pelos estudantes. Esta etapa foi executada apenas pela autora, fora das aulas da disciplina.

Na terceira etapa, retornou-se às aulas de “Fundamentos da Geometria Euclidiana” para discutir com os acadêmicos as respostas que eles deram ao problema, bem como apresentar o contexto histórico do mesmo.

Em seguida, a quarta etapa constituiu-se de uma nova atividade sobre a duplicação do cubo, mas desta vez uma atividade prática para determinar qual deve ser a razão usada entre as arestas para construir um cubo que tenha o dobro do volume de um cubo dado.

Por fim, o último momento desta prática, foi uma conversa com os participantes para que eles pudessem expor suas opiniões sobre a atividade realizada.

DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE

A atividade aqui descrita foi realizada com 15 acadêmicos do 2º ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do centro-Oeste (UNICENTRO), durante as aulas da disciplina de “Fundamentos da Geometria Euclidiana”. A escolha do problema da duplicação do cubo se deu pelo fato de se tratar de uma disciplina de geometria, por este motivo escolheu-se trabalhar com um dos problemas clássicos da Grécia Antiga.

O desenvolvimento da atividade se deu em três encontros que totalizaram cinco horas aula. O primeiro encontro teve duração de uma hora aula e nele foi realizada a etapa 1. O segundo encontro consistiu de três horas aula nas quais foram desenvolvidas as etapas 3 e 4. O último encontro também foi de uma hora aula e neste foi executada a etapa 5 da proposta.

Primeiro Encontro (aula 1)

Na primeira aula ocorreu a etapa 1. Inicialmente houve uma breve apresentação da atividade para a turma, na qual foi explicado que eles resolveriam a tarefa em duas partes. Na sequência foi entregue à eles a primeira parte com o seguinte problema:

Você trabalha em uma fábrica de embalagens e está produzindo caixas de formato cúbico para um cliente. No meio da produção o cliente liga pra você e diz que precisa de mais uma leva de caixas, ainda de formato cúbico, mas que comportem o dobro de produto que as anteriores. Descreva como você modificaria as dimensões da primeira caixa para atender o pedido do cliente.

Os acadêmicos resolveram o problema da forma que acharam adequado e quando terminaram e entregaram sua resposta receberam a segunda parte. A segunda parte era composta por algumas questões sobre o problema que foi proposto na primeira parte bem como uma tarefa para o próximo encontro:

- 1) *Você já viu, ou ouviu falar em algum problema semelhante ao da parte 1?*
- 2) *O que você achou do nível de dificuldade do problema da parte 1 (muito fácil, fácil, intermediário, difícil ou muito difícil)? Explique por que o problema se enquadra na classificação escolhida por você.*
- 3) *Pesquise sobre “Problemas clássicos da matemática” ou “Problemas clássicos da geometria” para discutirmos no próximo encontro.*

O primeiro encontro se encerrou com a entrega destas questões, todos os acadêmicos participaram e responderam às questões propostas.

Análise e Categorização das Respostas

Após o primeiro encontro, se deu a etapa 2, que foi realizada pela pesquisadora fora das aulas de “Fundamentos da Geometria Euclidiana”.

Primeiramente foi feita análise das respostas dadas ao problema e, na categorização, observou-se 6 tipos diferentes de resposta entre os 15 acadêmicos participantes:

Resposta tipo 1: *Duplicar a aresta inicial. (8 alunos)*

Resposta tipo 2: *Dobrar o tamanho de apenas uma aresta. (3 alunos)*

Resposta tipo 3 (resposta correta): *Multiplicar a aresta inicial por $\sqrt[3]{2}$. (1 aluno)*

Resposta tipo 4: *Somar $\frac{a}{2}$ a aresta inicial. (1 aluno)*

Resposta tipo 5: Somar $\frac{2V}{3}$ a aresta inicial. (1 aluno)

Resposta tipo 6: Quando dobra o tamanho de uma aresta o volume não vai apenas dobrar. (1 aluno)

Pôde-se perceber aqui que a maioria dos acadêmicos teve a mesma ideia inicial dos matemáticos gregos para resolver o problema: duplicar a aresta. No entanto, diferentemente dos gregos, eles não fizeram a “prova real” de suas respostas, não percebendo assim, o equívoco que cometeram.

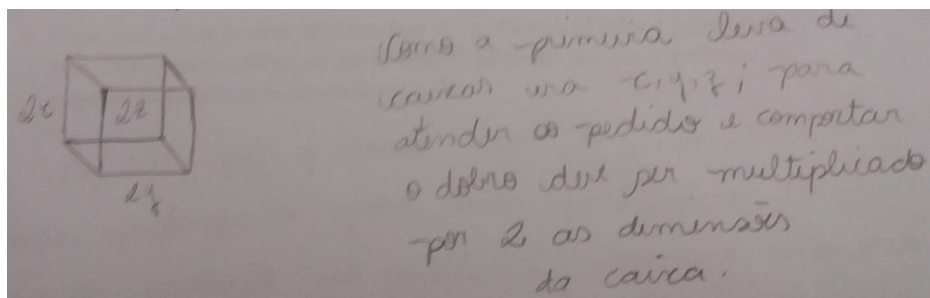


Figura 1 – Exemplo de resposta do tipo 1 dada por um dos acadêmicos participantes
Fonte: os autores

Os estudantes que responderam desta forma encontraram um segundo cubo, mas não com o dobro do volume e sim com um volume oito vezes maior que o primeiro.

Já nas respostas do tipo 2, alguns acadêmicos responderam que deveria ser duplicada apenas uma das arestas do cubo.

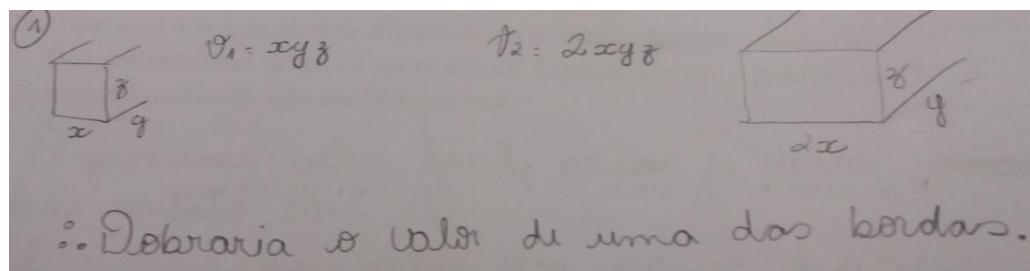


Figura 2 – Exemplo de resposta do tipo 2 dada por um dos acadêmicos participantes
Fonte: os autores

Contudo, neste tipo de resposta, os estudantes não se atentaram ao fato de que duplicando-se apenas uma aresta, teriam um sólido com o dobro do volume mas não de formato cúbico, pois as dimensões ficam diferentes.

A resposta do tipo 3, que continha a razão correta a ser usada na aresta do cubo inicial para se encontrar um segundo cubo com o dobro do volume, foi apresentada por apenas um dos estudantes.

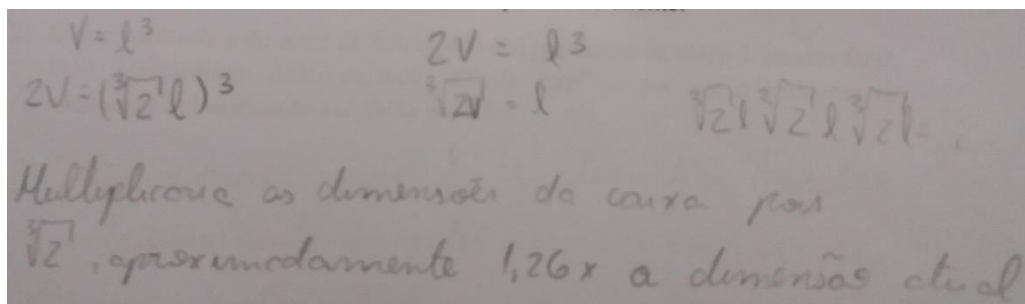


Figura 3 – Resposta do tipo 3 dada por um dos acadêmicos participantes
Fonte: os autores

É possível perceber, pela figura 3, que o acadêmico determinou que a razão correta é $\sqrt[3]{2}$ e fez a conferência para verificar que, de fato, substituindo a aresta inicial l por $\sqrt[3]{2}l$ tem-se um cubo com o dobro do volume inicial.

Outra resposta interessante é a do tipo 6 que, de certa forma, também está correta, apesar de não responder como se dobraria o volume do cubo inicial.

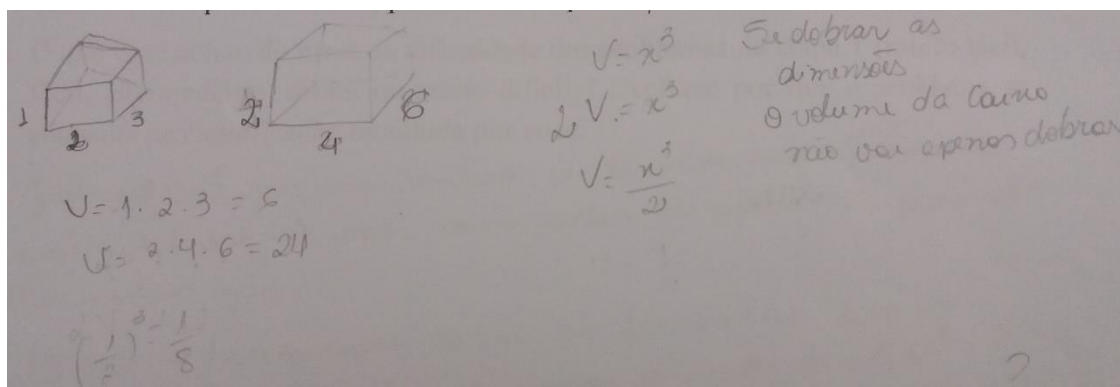


Figura 4 – Resposta do tipo 6 dada por um dos acadêmicos participantes
Fonte: os autores

Percebe-se que, embora o estudante não tenha encontrado a razão $\sqrt[3]{2}$, ele observou que se dobrasse todas as dimensões o volume do segundo cubo não teria apenas o dobro do volume do cubo inicial.

Pelas respostas dadas ao problema da parte 1, foi possível notar que os estudantes tiveram algumas dificuldades na resolução, principalmente na interpretação do problema, pois, nas respostas dos tipos 1 e 2, se os acadêmicos tivessem se atentado ao fato de que eram duas condições (manter a forma cúbica e dobrar o volume), talvez tivessem encontrado a resposta correta.

Na sequência, observou-se as questões da parte 2 da atividade. Para a primeira questão, 12 estudantes responderam que, de alguma forma, já conheciam o problema e 3 falaram que nunca o tinham visto. Dos acadêmicos que conheciam o problema, 2 citaram uma

atividade que fizeram em outra disciplina na qual havia um problema semelhante e 1 estudante respondeu que era “o problema de dobrar a área de um templo”, possivelmente se referindo à história do dobrar o altar de Apolo. O restante apenas disse que conhecia mas não explicou como.

A segunda questão da parte 2 se referia ao nível de dificuldade do problema, no ponto de vista dos acadêmicos. Para esta pergunta, 2 estudantes disseram que o problema era fácil, mas estas duas pessoas solucionaram o problema com respostas do tipo 1 e tipo 2. Um destes alunos respondeu da seguinte forma:

Aluno 2: É fácil, o que dificulta muitas vezes é a falta de compreensão do que o exercício pede. Falta de interpretação do aluno.

A maioria dos acadêmicos, 10 no total, disse que o problema era intermediário:

Aluno 1: Intermediário, pois a falta de entendimento do conteúdo dificulta na resolução, podendo ser distração no momento da interpretação.

Aluno 4: Intermediário, pois precisamos ler e entender o que o problema pede, podendo confundir o raciocínio.

Aluno 8: Intermediário, pois a matemática nele é relativamente simples, porém o resultado é contra intuitivo e não é um número racional.

Aluno 9: Intermediário, pois não lembro de ter visto nada assim, aprendi muitas fórmulas mas como partir de problemas para usar fórmulas não. No Ensino Básico aprende-se as fórmulas e como usá-las nos problemas, mas o inverso não.

Aluno 13: Intermediário, pois além do conhecimento matemático necessário para a resolução, o exercício necessita de um pouco de interpretação.

Aluno 15: Intermediário, pois na teoria parece ser uma coisa simples de resolver, porém na prática, mudar a medida da caixa é um pouco difícil, pois é complicado para manter a exatidão das medidas.

As respostas deste grupo de estudantes foram variadas e o aluno 8 foi o que deu a resposta correta (tipo 3).

Os outros 3 acadêmicos classificaram o problema como difícil:

Aluno 3: Difícil, muito confuso, pois na hora que fala em dobrar, geralmente se pensa em multiplicar por 2, mas nesse problema o volume do primeiro cubo seria $V = xyz$ e se multiplicar por 2 cada lado teríamos $V = 8xyz$ que seria mais que o dobro.

O aluno 3, que fez o comentário acima, mesmo tendo encontrado que o volume seria multiplicado por 8, caso as arestas fossem dobradas, solucionou o problema com uma resposta do tipo 1.

De forma geral, independentemente da classificação que os estudantes deram ao problema ficou claro, pelos comentários, que eles tiveram dificuldades na interpretação do problema.

Segundo Encontro (aulas 2, 3 e 4)

Este encontro iniciou com a discussão sobre a pesquisa que foi solicitada aos acadêmicos sobre os problemas clássicos, eles haviam encontrado informações sobre os problemas da duplicação do cubo, trisseção do ângulo e quadratura do círculo e identificaram o problema proposto no encontro anterior como sendo uma duplicação do cubo. Com a pesquisa os estudantes perceberam que o problema é muito famoso, mas não falaram sobre sua história, as informações que eles trouxeram eram a respeito da definição de cada problema.

Esta primeira discussão foi breve, pois nem todos os acadêmicos fizeram a pesquisa que foi solicitada, e os que fizeram não falaram muito a respeito. Então, partiu-se para a apresentação do contexto histórico do problema. Por meio de uma apresentação de slides foram mostradas as histórias sobre o surgimento do problema da duplicação do cubo bem como as soluções que os matemáticos gregos deram. Neste momento os acadêmicos se identificaram com os antigos matemáticos gregos por terem também pensado em dobrar a aresta do cubo na tentativa de dobrar seu volume.

Também foram apresentadas aos participantes os tipos de respostas que a turma deu e eles mesmos comentaram os equívocos que cometeram na resolução. Aqui os estudantes demonstraram estar conscientes dos erros e, principalmente, entenderam o porquê de suas respostas estarem incorretas. Quando foram feitas as verificações das respostas do tipo 1 e 2, os acadêmicos puderam visualizar que estas respostas não atendiam às regras do problema, que eram duplicar o volume e manter o formato cúbico.

Ao final do segundo encontro, foi sugerida uma atividade prática sobre a duplicação do cubo, a qual foi baseada em um experimento disponível no portal “Matemática Multimídia”¹ da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP).

A atividade teve o objetivo de obter a aresta de um cubo, que possui o dobro do volume de um outro cubo de aresta já conhecida. Primeiramente os acadêmicos se dividiram em 5 grupos e cada grupo recebeu uma quantidade diferente de massa de modelar. Com o material em mãos, foi solicitado que eles construíssem dois cubos de forma que um tivesse o dobro do volume do outro.

A divisão da massa de modelar para construir os cubos se deu de forma muito rápida, pois alguns grupos sugeriram que a massa fosse dividida em três partes iguais, dessa forma um cubo seria construído com uma parte e o outro com duas partes, assim um teria o dobro do volume do outro.

Na sequência cada grupo construiu seus cubos, com o auxílio de uma régua para conferir se as medidas das arestas estavam iguais. Feito isto, cada grupo mediu as arestas de seus dois cubos e os valores foram anotados no quadro. Por último foi solicitado que eles calculassem a razão entre as arestas da maior para a menor, neste último passo os estudantes puderam perceber que todas as razões, das diferentes duplas de cubos, se aproximavam do valor 1,26, assim com auxílio de uma calculadora foi possível determinar que este valor é aproximadamente $\sqrt[3]{2}$, que foi a razão determinada nas soluções da duplicação do cubo.

Assim, este segundo encontro foi encerrado, voltando a discussão da impossibilidade da solução com régua e compasso, que se deve ao fato de que a razão procurada para duplicar um cubo é um número irracional, ou seja, conforme os gregos costumavam dizer, é um número incomensurável, o qual não pode ser medido, logo não pode ser construído.



Figura 5 – Cubos construídos pelos acadêmicos participantes
Fonte: os autores

¹ Disponível em <<https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1007>>. Acesso em: 18.nov.2018.

Terceiro Encontro (aula 5)

O último encontro consistiu em uma conversa aberta com os acadêmicos acerca das atividades realizadas. Nesta fala, os alunos expuseram suas opiniões sobre os dois encontros anteriores. A conversa foi guiada por algumas perguntas elaboradas pelos pesquisadores para incentivar os alunos a falarem.

Primeiramente os alunos foram questionados novamente sobre seu conhecimento prévio do problema. Eles comentaram que já haviam resolvido o problema da duplicação do altar cúbico de Apolo em outra disciplina, no entanto não sabiam, até o encontro anterior, que era um problema famoso da Grécia Antiga.

Com relação ao contexto histórico do problema, os estudantes comentaram que foi interessante conhecer suas origens:

Aluno 8: É mais fácil de lembrar do problema por saber o contexto histórico.

Quanto às dificuldades encontradas na resolução do problema, os acadêmicos destacaram a dificuldade que tiveram na interpretação:

Aluno 3: Na interpretação a gente sempre tem uma dificuldade.

Neste aspecto, surgiu a sugestão de melhorar o enunciado do problema, reescreve-lo de forma mais objetiva para tentar sanar a dificuldade de interpretação dos estudantes.

Sobre o experimento feito no segundo encontro, os acadêmicos se mostraram interessados e disseram que gostaram de ter a vivência com uma atividade prática que pode ser levada para sala de aula:

Aluno 3: Eu acho que se for para aplicar na sala de aula fica bem interessante por que daí já tem o contexto.

Aluno 7: Um dos pontos positivos é a praticidade porque você não precisa envolver muita coisa e pode explicar um conceito bem interessante que eles (os estudantes do Ensino Básico) vão conseguir enxergar [...] e também porque sempre que se pensa na forma lúdica são aplicados jogos e assim é uma forma de exemplificar bem mais sucinta.

Aluno 10: Quando você trabalha com educação eles sempre falam que o concreto é muito importante, mas o concreto só é trabalhado até certa idade. Por exemplo, no Ensino Médio

isso já não acontece [...] porque o professor realmente não tem tempo [...] então essa atividade ela demanda de uma aula, eu acredito que eles (os estudantes do Ensino Básico) já consigam fazer a atividade e ela é simples, precisa de pouco material e é uma coisa concreta com a qual os alunos vão conseguir absorver melhor o conteúdo.

Sobre o encaminhamento das atividades e a sequência que foi utilizada, os participantes acharam adequado para o estudo realizado:

Aluno 3: Eu acho que ficou bom porque começou com um exercício, daí deu para esclarecer com a introdução que a professora deu da história [...] eu acho que na sala de aula isso é importante, começar com uma coisa mais direta e depois explicar o motivo porque isso é importante.

De forma geral os acadêmicos fizeram poucos comentários, mas durante a conversa foi possível perceber que eles ficaram motivados com a experiência realizada e enxergaram a possibilidade de levar a atividade para o Ensino Básico, principalmente pelos comentários feitos de que é uma prática simples que demanda de poucos materiais e um tempo não muito extenso para sua aplicação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com esta experiência foi possível perceber que, participar de uma atividade que usou a História da Matemática para contextualizar a importância de um problema geométrico e teve uma prática para concretizar o conceito estudado, motivou os estudantes. Foi possível esclarecer dúvidas sobre o problema, por meio da análise das respostas e mostrar aos acadêmicos que a ideia que eles tiveram de duplicar a aresta do cubo também foi o primeiro passo dado pelos matemáticos gregos para resolver o problema.

Verificou-se também a importância do material concreto, como foi comentado por um dos acadêmicos no último encontro. Ainda que os estudantes sejam graduandos, o uso do material permitiu a eles uma melhor visualização e entendimento da razão procurada para a duplicação do cubo.

Assim, percebe-se que fazendo este tipo de experiência com os estudantes da graduação pode-se incentivá-los a levar as atividades das quais participaram para as suas futuras salas de aula do Ensino Básico.

REFERÊNCIAS

BERLINGOFF, W.P.; GOUVÊA, F.Q. **A matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas**. Trad. ELZA GOMIDE, ELENA CASTRO. São Paulo: Edgard Blucher, 2010.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>>. Acesso em: 24.mar.2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 09.out.2017.

CHAQUIAM, M. **História da Matemática em Sala de Aula: proposta para integração aos conteúdos matemáticos**. Série História da Matemática para o Ensino, volume 10. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

CONTADOR, P. R. M. **Matemática, uma breve história, volume 1**. São Paulo: Livraria da Física, 2012.

EVES, H. W. **Introdução à História da Matemática**. Trad. HYGINO H. DOMINGUES. Campinas: Unicamp, 2011.

FERNANDES, E. S.; RAMOS, A. L.; MIRANDA, P. R. **A História da Matemática como Caráter Motivador no Ensino Fundamental**. Revista de Educação Matemática da UFOP, v. I, p. 139-141, 2011.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3 ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

GOMES, L. F.; ARAMAN, E. M. O. História da Matemática nos Cursos de Licenciatura em Matemática do Estado do Paraná. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2015, Ponta Grossa. **Anais...** Ponta Grossa: SBEM/PR, 2015. Disponível em: <<http://sbemparana.com.br/arquivos/anais/epremxiii/index.html>>. Acesso em: 28.jun.2019.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná: Matemática**. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/diretrizes/dce_mat.pdf>. Acesso em: 09.out.2017.