MODELO MATEMÁTICO NA CONSTRUÇÃO DE MANDALAS FEITAS PELO PEIXE *TORQUIGENER ALBOMACULOSUS*

Lyncon Rafael Oliveira
Universidade Estadual Norte do Paraná - (UENP)
lynconoliveira@gmail.com

Ingrid Rodrigues Pimentel
Universidade Estadual Norte do Paraná - (UENP)
ingridr_pimentel@hotmail.com

Jhennyfer Thays Reis
Universidade Estadual Norte do Paraná - (UENP)
jennyferthaysreis@gmail.com

Barbara Nivalda Palharini Alvim Sousa Robim
Universidade Estadual Norte do Paraná - (UENP)
barbara.palharini@uenp.edu.br

Resumo: Este artigo apresenta como a Matemática pode estar presente em um fenômeno natural, as mandalas construídas no fundo do mar pelo peixe Torquigener albomaculosus. Por meio de uma atividade de modelagem matemática desenvolvida na disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias em um curso de Licenciatura em Matemática buscamos descrever por meio de um modelo matemático como esta espécie constrói as mandalas, bem como descrever como se dá o crescimento dessa construção a partir de hipóteses. Neste artigo, apresentamos uma síntese dos dados obtidos sobre a espécie do peixe, assim como características da construção da mandala para a obtenção de dados, variáveis e hipóteses, com isso, detalhamos como se deu a elaboração do modelo matemático e colocamos ênfase na aplicabilidade da Matemática por meio do uso de atividades de modelagem matemática em sala de aula.
Palavras-chave: Modelagem matemática. Modelo matemático. Baiacu-de-manchas-brancas. Torquigener Albomaculosus.

INTRODUÇÃO

Existem várias maneiras de abordar a matemática em situações de nosso cotidiano. Nesse contexto, investigamos o fenômeno marinho em que o peixe Orquigener Albomaculosus, popularmente chamado de Baiacu de Manchas-brancas, constrói uma estrutura circular no seu período reprodutivo – denominada *mandala*. Com o objetivo de investigar o fenômeno por meio da matemática, nos questionamos se existe algum modelo matemático que poderia descrever o crescimento da estrutura circular construída pelo Baiacu. Usando de elementos da modelagem matemática, formulamos hipóteses que auxiliam no processo de obtenção de modelos matemáticos para descrever o fenômeno.

A Modelagem Matemática segundo Burak (2005), começou a ser trabalhada no Brasil, na década de 1980 na Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP – com um grupo de professores, em Biomatemática, coordenado pelo Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi. De acordo com o autor, os primeiros trabalhos focalizando a Modelagem como uma opção para o Ensino de Matemática começou a ser elaborados em formato de dissertações e artigos, a partir de 1987. Em 1999 foi realizada a 1º Conferência Nacional.

De modo geral, para Burak (2005), a Modelagem Matemática pode ser entendida como uma metodologia de ensino que visa desenvolver um fenômeno matematicamente, simulando uma situação real, não necessariamente matemática, tendo entre outros objetivos, efetuar descrições e previsões.

De acordo com Bassanezi (2010), a modelagem matemática pode contribuir na investigação matemática e em sala de aula, apresentando um esquema de modelagem que consiste em partir de um problema não matemático, realizando experimentações, abstrações do problema, estudo de modelo matemático, resolução do estudo analítico numérico, modelando uma solução, aplicando a solução ao problema e validando os dados experimentais.

A construção do conhecimento matemático "é favorecida pelas inúmeras possibilidades de que um mesmo conteúdo pode ser visto várias vezes no decorrer do desenvolvimento de um tema" (BURAK, 2005), neste caso, será feita a análise dos desenhos geométricos construídos pelo peixe Baiacu.

Para tanto, esta modelagem consiste em uma situação inicial (análise do fenômeno, neste caso), uma situação final (resolução de uma problemática) e um conjunto de procedimentos que os pesquisadores realizaram para sair da situação inicial e ir para a situação final (ALMEIDA, 2010).

Uma atividade de modelagem pode ser desenvolvida considerando uma sequência de etapas segundo Bassanezi (2010), que consiste em:

- Experimentação: em que ocorre obtenção de dados.
- Abstração: uso de procedimentos que levam à formulação de modelos matemáticos (seleção de variáveis, a formulação de uma problemática, formulação de hipóteses, e simplificação das informações).
- Resolução: tradução da linguagem nativa para a linguagem matemática.
- Validação: aceitação ou não do modelo matemático deduzido.
- Modificação: a partir dos resultados da validação é feita modificações para que o modelo adquirido se o mais próximo da realidade.

O presente trabalho toma as etapas sugerida por Bassanezi (2010) de modo que essas articulem entre si, não mantendo um caminho restrito só de ida.

Sobre o foco do estudo: *Torquigener Albomaculosu* - Baiacu-de-manchas-brancas

A espécie baiacu é bastante diversa, no qual nota-se essas variações de acordo com algumas características específicas. Analisamos uma espécie em particular, conhecida como Baiacu-de-manchas-brancas, seu nome científico é Torquigener albomaculosus. Etimologia: Torquigener, do Latim, torquere= torcer, generare= nascimento, raça; albomaculosus, popularmente conhecido por ter muitas manchas brancas no corpo. Encontrada nas ilhas Ryukyu, localizada no Japão, é a única entre os baiacus que cria círculos geométricos para o seu acasalamento e ninho de desova, esse processo foi filmado a primeira vez pela British Broadcasting Corporation (BBC1) em novembro de 2014. Comportamento exclusivo dos machos dessa espécie.

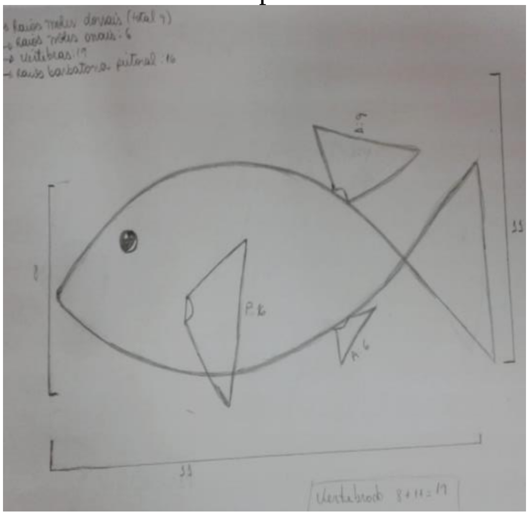
Segundo Keiichi Matsuura (2018) o Baiacu que analisamos tem algumas características próprias, tais como:

> [...] a coloração da cabeça e do corpo, tendo raios da nadadeira dorsal 9, raios da nadadeira anal 6, raios da barbatana peitoral 16, vértebras 8 + 11 = 19, metade dorsal da cabeça e do corpo coberta por finas reticulações marrons e muitas manchas brancas, e também metade ventral da cabeça e corpo prateado branco coberto por muitas manchas brancas do queixo até acima da origem da nadadeira anal, borda dorsal do olho amarelo claro, e muitos espículos de dois enraizamentos na cabeça e no corpo. (MATSUURA, 2018, p.1)

Para melhor compreensão das informações supracitadas, trabalhou-se em parceria com uma aluna do curso de Ciências Biológicas, dispondo os dados apresentados em um esboço que trataria dos detalhes sobre a estrutura do peixe analisado, para melhor identificar as medidas anatômicas, bem como compreender o fenômeno realizado no fundo mar. O resultado desta parceria é a figura 1 que representa sua estrutura detalhada.

[1] Site BBC: http://www.bbc.com/earth/story/20141205-new-pufferfish-named

Figura 1: Medidas anatômicas do peixe Baiacu-de-manchas-brancas.



Fonte: Os autores.

Construção da mandala

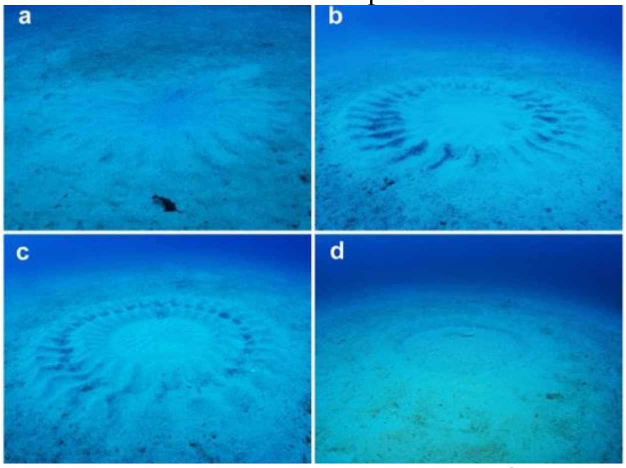
As denominadas mandalas, foram vistas pela primeira vez em 1995, e chamada por mergulhadores de círculo misterioso, mas só foram identificadas após a filmagem feito pela BBC em 2014. Quanto ao tamanho, a mandala tem aproximadamente dois metros de diâmetros, por se tratar de estruturas circulares geométricas. Em relação ao tempo, o Baiacu-de-manchas-brancas leva cerca de 7 a 9 dias para a construir a mandala. Durante a desova o macho fica este período no local, e a fêmea fica apenas um minuto.

Figura 2: Baiacu-de-manchas-brancas macho construindo a mandala.

Fonte: Kawasa, Okata e Ito (2013)

As estruturas construídas pelo Baiacu-de-manchas-brancas são aqui determinadas em 4 estágios, o inicial, o intermediário, o final e o pós desova da fêmea, apresentados conforme figura 3.

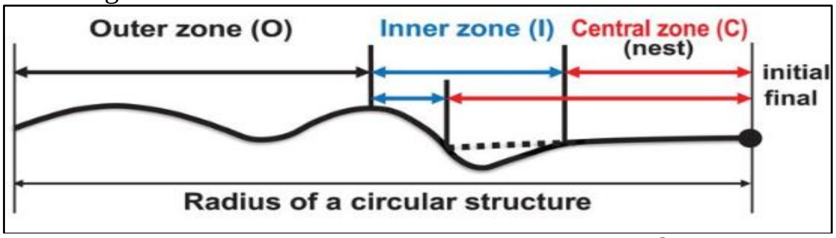
Figura 3: Estágios da estrutura circular construída pelo Baiacu-de-manchas-brancas macho.



Fonte: Kawasa, Okata e Ito (2013)[2].

Já na figura 4 pode ser observada as características de profundidade da estrutura da mandala, vista por um corte alinhado a estrutura.

Figura 4: Corte do vale radialmente alinhado na estrutura circular

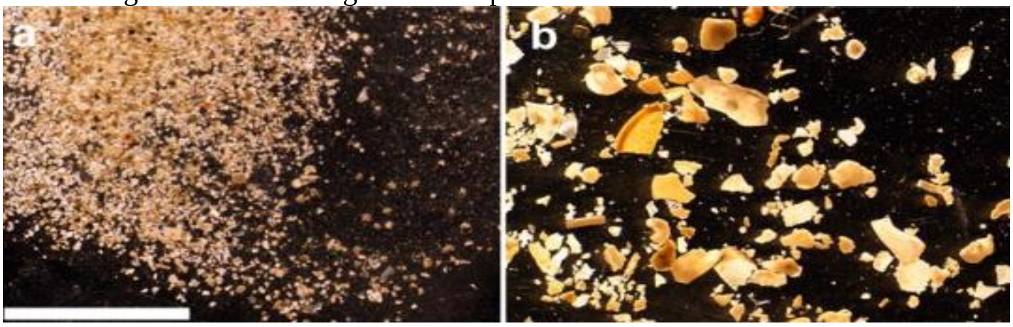


Fonte: Kawasa, Okata e Ito (2013)[3].

À medida que a construção da mandala avança, a largura da zona central aumenta (linha pontilhada). O ninho do baiacu-de-manchas-brancas tem algo incomum e curioso, tais como: picos alinhados criados fora do local do ninho, os mesmos são decorados com pedaços de conchas, e também partículas finas de areia podendo ser encontradas, antes da desova. Consideradas estas particularidades, posteriormente, a fêmea visita o local, elegerá uma das mandalas para ser seu local de desova, porém os motivos pelos quais elas os escolhem ou rejeitam uma mandala ou outra, ainda é desconhecido.

[2] Legenda: *(a) Estágio inicial; *(b) Estágio intermediário; *(c) Estágio final; *(d) Estágio pós desova.
[3] Legenda: *(O) Outer zone; *(l) Inner zone; *(C) Central zone.

Figura 5: Fotomicrográficas das partículas de areia no local do ninho



Fonte: Kawasa, Okata e Ito (2013)

*(a) Coletado no dia anterior à desova;

*(b) Eclosão: Remete o sentido de espalhar.

*Barra branca = 5 mm

Nessa imagem podem ser observados os fragmentos encontrados no local da desova.

Tendo essas informações e curiosidades sobre o Baiacu-de-manchas-brancas, a equipe se motivou em analisar os dados coletados a fim de descrever, matematicamente, o fenômeno, em busca de um modelo que represente este comportamento.

Aporte metodológico

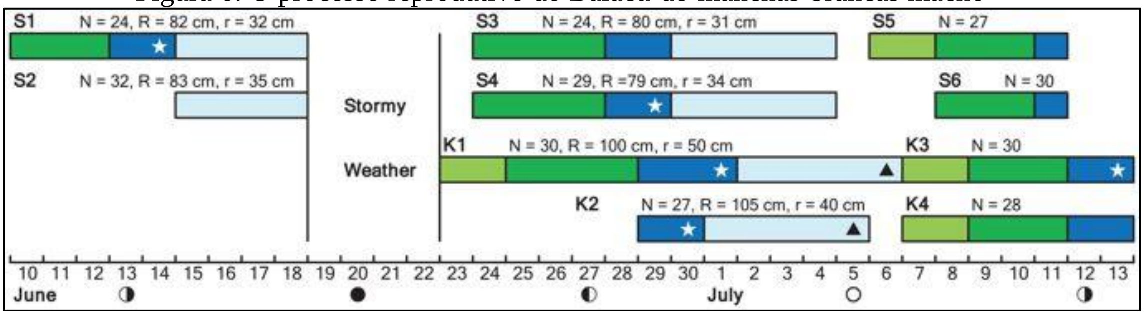
O desenvolvimento dessa pesquisa sobre de modelagem matemática teve seu início por meio de uma proposta feita pela professora da disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias do curso de Licenciatura em Matemática Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Norte do Paraná (UENP). Um grupo de estudos formado pelos autores se inspiraram em alguns fenômenos para realizar pesquisas com a finalidade de encontrar alguma relação matemática. Foi destacado o fenômeno que tem como foco uma espécie de Baiacu que constrói mandalas no fundo do mar, encontrado no Japão.

Após identificarmos e definirmos o fenômeno, o segundo momento foi o de estruturação de informações, as mesmas foram obtidas por meio de artigos e noticiários extraídos do meio eletrônico. Por se tratar de algo consideravelmente "novo", o contato com as informações foi um tanto difícil, pois existem poucas pesquisas desenvolvidas com esse fenômeno, o que nos atraiu ainda mais para a realização dessa análise.

Em síntese, a construção da mandala ou "círculo do amor", realizado pelo peixe Baiacu-de-manchas-brancas é subdividida na literatura em três estágios antes da desova. No primeiro estágio o peixe escolhe o melhor lugar e delimita o espaço em que será trabalhado; no segundo estágio as formas com relevo no círculo começam a ficar nítidas; no terceiro estágio, o toque final acontece, o peixe limpa o trabalho e o decora com conchas (KAWESE; OKATA; ITO, 2018).

Com a figura que sistematiza o processo reprodutivo do Baiacu-de-manchas-brancas macho, analisamos suas variações de períodos e medidas das mandalas construídas por quatro peixes analisados, pois entre as nomenclaturas fictícias S1; S2; S3; S4; K1; K2; S5; S6; K3 E K4 havia indivíduos repetidos. Colunas de verde claro, verde e azul indicam a duração da fase inicial, média e final da construção da estrutura circular, respectivamente (Figura 6):

Figura 6: O processo reprodutivo do Baiacu-de-manchas-brancas macho



Fonte: Kawasa, Okata e Ito (2013)

Modelo matemático

Tendo em vista que os peixes analisados apresentaram um período de construção entre 7 a 9 dias, com a estrutura circular variando o raio da circunferência interna entre 31 cm a 50 cm e o raio da circunferência externa variando entre 79 cm a 105 cm. Com os períodos e as medidas dos raios, o grupo levantou a seguinte hipótese:

Hipótese (H1): Consideramos que o tamanho da mandala varia em função do tempo, e que a construção se dá de maneira circular.

Neste contexto, a tradução para a linguagem matemática indica que como o comprimento da estrutura circular é dado pela equação:

$$C = 2 * \pi * r$$

E a variação dessa estrutura no decorrer do tempo pode ser expressa por:

$$\frac{dC}{dt} = 2.\pi.r$$

Sendo:

$\frac{dC}{dt} = Variação\ do\ crescimento\ da\ estrutura\ circular\ em\ função\ do\ tempo$

$2.\pi = constante$

$$r = raio$$

Se o tamanho da estrutura irá variar em função do tempo, consequentemente as medidas de seus raios também irão variar:

$$\frac{dC}{dt} = 2.\pi.\frac{dr}{dt}$$

Sendo:

$$\frac{dC}{dt} = Variação\ do\ crescimento\ da\ estrutura\ circular\ em\ função\ do\ tempo$$

$$2.\pi = constante$$

$$\frac{dr}{dt} = variação\ do\ raio\ em\ função\ do\ tempo$$

Para análise de $\frac{dr}{dt}$, utilizamos os dados fornecidos pelos pesquisadores. Primeiro analisamos a variação do raio da circunferência menor, em que:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{50 - 31}{9 - 7} = \frac{19}{2} = 9{,}5$$

Na sequência, analisamos o mesmo para a circunferência maior da estrutura:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{105 - 79}{9 - 7} = \frac{26}{2} = 13$$

Com isso, fizemos a média dessas variações:

$$mv = \frac{13 + 9{,}5}{2} = \frac{22{,}5}{2} = 11{,}25$$

Desse valor, atribuímos novamente na função da variação do raio.

$$\frac{dr}{dt} = 11{,}25$$

E para sabermos a função que determina o raio em função do tempo, separamos as variáveis da igualdade e utilizamos o teorema fundamental do cálculo:

$$dr = 11{,}25.dt$$

$$\int dr = \int 11{,}25\,.dt$$

Resultando na seguinte função:

$$r(t) = 11{,}25.t$$

Fazendo a validação dos dados para t=7 e t=9, temos:

$$r(7) = 11{,}25.7 = 78{,}75$$

$$r(9) = 11{,}25.9 = 101{,}25$$

Os valores foram considerados próximos dos dados iniciais. Então inserimos essa função como a variação do raio e o adequamos a função:

$$\frac{dC}{dt} = 2.\pi.(11{,}25.t)$$

Portanto, levando em consideração H1, a variação do comprimento da estrutura circular é dada pelo modelo matemático:

$$\frac{dC}{dt} = 22{,}5.\pi.t$$

O modelo matemático descreve, portanto, o crescimento das mandalas no decorrer do tempo, em particular considerando o estágio final, pós desova da fêmea.

Considerações

Neste trabalho buscou-se analisar e identificar algum fenômeno matemático inserido em um fenômeno da natureza. Elegeu-se um evento natural que ocorre no fundo do mar, em que o peixe baiacu-de-manchas-brancas macho (Torquigener sp) realiza em seu processo de reprodução a construção de uma estrutura circular geométrica. Diante do desafio de tratar as informações e identificar as variáveis pertinentes que trariam alguma aplicabilidade de conceitos matemáticos, procurou-se então elaborar uma hipótese para articular o conhecimento matemático com o fenômeno em estudo.

Diante da proposta que foi dada no contexto desse trabalho, foi possível perceber que a metodologia de ensino Modelagem Matemática pôde contribuir para o aprendizado, uma vez que os alunos tiveram que se desdobrar para encontrar informações que os levassem à uma pesquisa, e pôde contribuir para o ensino, já que o professor age como um mediador dos conceitos que são encontrados pelos alunos ao desenvolver a investigação.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. Um olhar semiótico sobre modelos e modelagem: metáforas como foco de análise. **Zetetiké**, Campinas, v. 18, número temático, p. 379-406, 2010.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 3 ed. São Paulo: Contexto, 2010.

BBC. **Maravilhas da Natureza: novas espécies de baiacu**. Disponível em: <http://www.bbc.com/earth/story/20141205-new-pufferfish-named>. Acesso em: 02 jun. 2018.

KAWESE, H; OKATA, Y; ITO, K. **Papel das estruturas circulares geométricas na reprodução de um baiacu marinho**. Scientific Reports. Disponível em:<https://www.nature.com/articles/srep02106>. Acesso em: 03 jun. 2018.

MATSUURA, K. **Um novo baiacu do gênero Torquigener que constrói "círculos misteriosos" em fundos arenosos nas ilhas Ryukyu**, Japão. Disponível em:<https://www.fishbase.de/summary/67499>. Acesso em: 02 jun. 2018.

MATSUURA, K. **Pesquisa Ictiológica**. Springer Japan, Kyoto-Japão, v. 62, p. 207-212, jan. 2015. Disponível em:<https://link.springer.com/article/10.1007/s10228-014-0428-5>. Acesso em: 02 jun. 2018.

STEWART, J. **Cálculo**. 3. ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2009. v. 2.

ZILL, D. G.; CULLEN, M. R. **Equações diferenciais**. 3. ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 2001. v. 1.