UM ESTUDO DE UM VAIVÉM À LUZ DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA

Gabriel dos Santos e Silva
Universidade Estadual de Londrina - UEL
gabriel.santos22@gmail.com

Ana Carolina Bardaçon
Universidade Estadual de Londrina - UEL
ana.bardacon@gmail.com

Lucas de Souza Venturini
Universidade Estadual de Londrina - UEL
s.lucasventurini@gmail.com

Resumo: Neste artigo, será feita uma análise evidenciando aspectos da Educação Matemática Realística em um instrumento de avaliação conhecido como Vaivém, um instrumento de comunicação escrita entre professor e estudantes. O Vaivém analisado neste artigo foi utilizado em um contexto de formação inicial de professores de Matemática, na Universidade Estadual de Londrina, em uma turma do terceiro ano de graduação de Licenciatura em Matemática. No primeiro dia de aula da disciplina, todos os alunos receberam um pré-teste, uma prova escrita que continha seis questões. O pré-teste, com as resoluções, passou a fazer parte do Vaivém de cada estudante. De maneira geral, pode-se afirmar que o Vaivém, como instrumento de avaliação, permite ao professor conhecer o modo como estudantes lidam com as tarefas e possibilita a retomada de conteúdos para que o erro e o acerto não sejam pontos finais, mas possam ser explorados pelo professor, para que ambos aprendam a partir disto.
Palavras-chave: Educação Matemática Realística. Avaliação da Aprendizagem Escolar. Vaivém.

INTRODUÇÃO

Os integrantes do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação (GEPEMA), grupo no qual os autores deste trabalho fazem parte, tem se dedicado ao estudo da Educação Matemática Realística e da Avaliação da Aprendizagem Escolar, em especial alguns instrumentos de avaliação como a prova-escrita-com-cola, prova em fases, portfolio. Neste artigo, será feita uma análise do instrumento de avaliação conhecido como Vaivém, idealizado pela Profa. Dra. Regina Luzia Corio de Buriasco, coordenadora desse grupo.

O Vaivém analisado neste artigo foi utilizado em um contexto de formação inicial de professores de Matemática, na Universidade Estadual de Londrina, em uma turma do terceiro ano de graduação de Licenciatura em Matemática na disciplina Prática e Metodologia do Ensino de Matemática I: Estágio Supervisionado (MAT). As resoluções de cada estudante, em uma prova escrita realizada no primeiro dia da disciplina, foram o ponto de partida para o estabelecimento de um espaço de comunicação entre professores e estudantes. Nesse sentido, entendendo que o foco de estudo dos autores é a Avaliação da Aprendizagem Escolar e a Educação Matemática Realística, define-se como objetivo deste artigo analisar a utilização do instrumento de avaliação Vaivém, em um contexto de formação inicial de professores de Matemática, evidenciando aspectos da Educação Matemática Realística presentes nessa prática.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA

A Educação Matemática Realística (RME) é uma abordagem para o ensino de matemática estruturada na Holanda no final da década de 60 a partir das ideias de Hans Freudenthal (1905-1990). Nessa época o Movimento da Matemática Moderna estava em alta com sua perspectiva de ensino estruturalista. Outros países também combatiam a perspectiva estruturalista e o Movimento da Matemática Moderna, culminando no surgimento de outras abordagens de ensino e perspectivas, dentre elas, a RME.

Dentre as principais ideias de Freudenthal (1991), está a de que matemática é uma atividade humana. Para esse autor, matemática não é apenas um corpo de conhecimento, "mas a atividade de resolver problemas e de olhar para problemas, e, de uma forma mais geral, a atividade de organizar o lidar com a realidade ou lidar matematicamente - isso ele chamou de matematização" (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2003, p. 11, tradução nossa).

Algumas atividades nas quais se reconhece matematização são:

> • identificar as especificidades matemáticas no contexto geral; • esquematizar; • formular e visualizar o problema; • descobrir relações e regularidades; • reconhecer similaridades em diferentes problemas; • representar uma relação em uma fórmula; • provar regularidades; • refinar e ajustar modelos; • combinar e integrar modelos; • generalizar (DE LANGE, 1999; tradução de BURIASCO; SILVA, 2017).

Seis princípios sustentam a Educação Matemática Realística. Esses princípios são a base e contém características da RME, a saber:

- O *princípio da atividade* se refere aos alunos serem participantes de seus processos de aprendizagem e não apenas receptores de uma Matemática pronta e acabada. Freudenthal (1991) dizia que a Matemática é uma "atividade humana". Sendo assim, a matemática não é apenas um conjunto de conteúdos, mas uma ação: de organização, tratamento de informações realísticas, de generalização.
- O *princípio da realidade* diz a respeito da aplicabilidade da matemática na vida dos alunos. Van den Heuvel-Panhuizen (2010) diz que o aluno deve ser capaz de aplicar

matemática no seu dia a dia não apenas no final do processo de aprendizagem, mas desde o início.

- O *princípio de níveis* relaciona o processo de aprendizagem dos alunos com níveis de compreensão. Van den Heuvel-Panhuizen (2010) afirma que aprender matemática é um processo de passagem por vários níveis. Os alunos passam de uma matemática menos formal para uma mais formal através da matematização, caracterizando a passagem entre os níveis.
- O *princípio do entrelaçamento* se refere à continuidade da Matemática. Os domínios da Matemática não são isolados, eles "conversam" entre si e estão intimamente ligados. Até então, com o Movimento da Matemática Moderna, os domínios eram trabalhados de maneira isolada, como se um não tivesse ligação com outro. Esse princípio sustenta a ideia de que os domínios estão relacionados.
- O *princípio da interatividade* trata o processo de aprendizagem do aluno como algo social e não individual. A aprendizagem da matemática não precisa ser um processo individual, mas pode ser um processo social no qual os alunos compartilham suas estratégias e dúvidas, de modo que eles consigam melhorar suas estratégias o que possibilita a eles um maior nível de entendimento (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2010).
- O *princípio de orientação* traz que os alunos devem ter a oportunidade de "reinventar" a matemática com uma orientação guiada pelo professor (FREUDENTHAL, 1991). Na perspectiva da RME, o professor deve proporcionar um ambiente de aprendizagem favorável para a reinvenção e deve guiar os alunos para "um processo semelhante ao processo pelo qual a matemática foi inventada" (KWON, 2002, p. 3, tradução BURIASCO, SILVA, 2017).

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM ESCOLAR

A avaliação da aprendizagem escolar vem sendo discutida pelos membros do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação (GEPEMA) desde a tese de sua coordenadora, Profa. Dra. Regina Luzia Corio de Buriasco. Segundo a autora, naquela época, "apesar do discurso dominante de educação para todos, como existe uma diferenciada distribuição social do capital cultural na sociedade, também existe uma diferenciada distribuição social do conhecimento nas salas de aula" (BURIASCO, 1999, p. 68) e

> na maioria das nossas escolas, públicas ou não, a avaliação é eminentemente somativa, preocupada com os resultados finais que levam a situações irreversíveis no que diz respeito ao desempenho dos alunos, sem que sejam levadas em conta as muitas implicações, inclusive sociais, de um processo decisório fatal do ponto de vista educacional (ibid, p. 73).

Ainda hoje, a preocupação com que a avaliação em Matemática deixe de ser encarada como somativa e passe a ter um papel relevante na formação dos sujeitos, tem sido pauta de discussão entre pesquisadores da área.

Muitas vezes, os únicos instrumentos de avaliação utilizados em sala de aula (na Educação Básica e no Ensino Superior) são a prova escrita, os trabalhos escritos e seminários. Poucas vezes o uso que se faz desses instrumentos pode ser profícuo à formação dos alunos, dando a eles a possibilidade de aprender, pesquisar, refletir, matematizar. Não pela baixa potencialidade de cada instrumento, mas pela forma como se trabalha com eles. Em geral, se utilizados ao final do processo, sem intervenções genuínas nas produções do aluno, sem a oportunidade de aprenderem com seus erros e com suas próprias produções, pouca ênfase se dá ao caráter formativo dos instrumentos.

Em relação aos instrumentos de avaliação, Hadji (1994) afirma que qualquer instrumento de avaliação pode ter um caráter formativo, uma vez que o "formativo" está no uso que se faz dele e não nele em si. Em outras palavras, "o que é formativo é a decisão de pôr a avaliação ao serviço de uma progressão do aluno e de procurar todos os meios susceptíveis de agir nesse sentido" (HADJI, 1994, p. 165).

Desse modo, é importante que a avaliação possibilite que os sujeitos aprendam por meio dos instrumentos. A nota, nesse cenário, se torna "figurante" e não precisa ser um elemento presente na aplicação de todos os instrumentos.

Além disso, o erro passa a ser encarado como um objeto de reflexão para que os estudantes e professores aprendam e não mais é um motivo de punição ou perda de nota. Erro e acerto são valorizados, tornando-se pontos de partida para matematização e reflexão para a reinvenção de conteúdos.

VAIVÉM

Um dos instrumentos de avaliação que pode auxiliar o professor na busca por uma prática avaliativa cujo foco é a formação dos estudantes é o Vaivém. Silva (2018) afirma que o instrumento

> consiste no estabelecimento de um espaço de comunicação (por escrito) entre professor e estudantes (individualmente). De maneira geral, pode-se dizer que no vaivém, o professor faz uma pergunta para toda a classe e cada estudante responde em uma folha de papel. A partir da resposta individual de cada estudante, o professor faz outras perguntas, comentários ao estudante (SILVA, 2018, p. 57).

Tal instrumento começou em aulas da Profa. Dra. Regina Luzia Corio de Buriasco na Universidade Estadual de Londrina de disciplinas de Graduação e Pós-Graduação. Convencionou-se (na prática da professora e na tese de Silva (2018)) o uso de um saco transparente nomeado com duas folhas de sulfite, uma à frente e outra atrás cobrindo o conteúdo das folhas que contém o diálogo, a fim de manter certa confidencialidade entre professor e estudantes.

A confidencialidade é estabelecida para que os alunos tenham à disposição no Vaivém a liberdade de fazer perguntas ao professor, responder aos questionamentos contidos ali, falar abertamente, sem a exposição aos demais colegas e sem a criação de uma cultura em que só o que é correto que deve ser expresso. Entretanto, os estudantes podem quebrar a confidencialidade com os colegas por decisão própria.

De maneira geral, a pergunta inicial do Vaivém pode ser de caráter pessoal, relacionada ao contexto de ensino ou de cunho matemático. Silva (2018), em sua tese, apresenta o uso de um Vaivém no Ensino Superior a partir da pergunta “para você, como deve ser uma boa aula de geometria?” que está relacionada ao contexto de ensino. Rodrigues (2019), em sua tese, apresenta uma discussão a respeito de um Vaivém no Ensino Superior a partir da pergunta “como você se define?” que tem caráter pessoal. Neste artigo, discutiremos as intervenções feitas em um Vaivém no Ensino Superior a partir de uma tarefa de matemática denominada Maças (retirada do banco de itens do PISA)[1].

No ínterim da aplicação, as perguntas são respondidas pelos alunos em prazos combinados e devolvidas ao professor que faz intervenções nas produções e, em prazos determinados, devolve aos alunos.

É essencial que o professor chame a atenção dos alunos aos aspectos importantes de sua produção e utilize o que os estudantes escreveram como ponto de partida para reflexão e estudo. Entretanto, o professor também pode iniciar novos assuntos, dar tarefas aos alunos e até mesmo mudar o foco da discussão. O mesmo vale para os estudantes, que podem fazer perguntas (de cunho pessoal, de contexto de ensino ou de cunho matemático) ao professor e até mesmo

[1] A tarefa será apresentada na seção seguinte.

intervenções em sua escrita. Isso evidencia mais ainda o papel ativo que o estudante pode desempenhar no processo de avaliação.

O MÉTODO

O programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática exige que os alunos de mestrado e doutorado que possuem Bolsa do Programa de Demanda Social da CAPES/MEC cumpram 2 e 4 créditos, respectivamente, referentes ao Estágio de Docência na graduação, que correspondem a 30 e 60 horas em sala de aula. O primeiro autor deste artigo permitiu que a segunda autora, juntamente com outras duas mestrandas do PECEM[2], realizasse o Estágio de Docência em uma das disciplinas que ele ministrava, intitulada Prática e Metodologia do Ensino de Matemática I: Estágio Supervisionado (MAT) de código 2EST314, disciplina em que o terceiro autor está matriculado no ano de 2019.

Essa disciplina é ofertada no terceiro ano do curso de Matemática da UEL, habilitação Licenciatura, e tem carga horária total 210 horas, sendo 120 horas destinadas à parte teórica e 90 horas destinadas às atividades práticas, entre elas o Estágio de Observação, o Estágio de Regência, a preparação dos planos de oficina do Estágio de Regência e a elaboração dos Relatórios dos Estágios de Observação e Regência. A carga horária teórica da disciplina é dividida em dois dias e para cada um desses dias há um docente da UEL diferente para ministrá-la, sendo um desses dias a quinta-feira no período das 19h15 às 22h50, dia e horário em que a segunda autora realiza seu Estágio de Docência, vinculado ao PECEM.

No primeiro dia de aula da disciplina, todos os alunos receberam um pré-teste, uma prova escrita que continha seis questões, que deveria ser realizada em 1h40. O pré-teste, com as resoluções, passou a fazer parte do Vaivém de cada estudante. A segunda autora[3] fez intervenções em Vaivéns de nove[4] estudantes e o Vaivém que será analisado neste artigo é o do terceiro autor.

O primeiro dia de intervenção foi no dia 21 de março de 2019 e será feita a análise com relação ao conteúdo produzido, no Vaivém, até o dia 13 de junho de 2019. No dia 21 de março, o instrumento foi entregue ao estudante com algumas intervenções e ele teria que devolvê-lo, respondido, uma semana depois, no dia 28 de março e assim foi feito isso a cada semana até o

[2] Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática.
[3] Na análise deste artigo, a segunda autora será denominada "professora" e o terceiro, "estudante".
[4] Os Vaivéns dos outros estudantes ficaram sob responsabilidade de outras duas mestrandas do PECEM que também fazem o Estágio de Docência na disciplina.

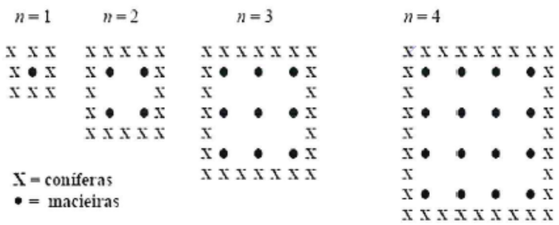
dia 13 de junho, dia em que todos os Vaivéns foram recolhidos pelo professor da turma. O trabalho com os Vaivéns continuará no segundo semestre letivo. Para fins de análise, foi escolhida a tarefa intitulada Maçãs, visto que as intervenções iniciais foram realizadas nessa tarefa.

UMA ANÁLISE DO VAIVÉM

A professora iniciou as intervenções nos Vaivéns no dia 21 de março a partir da tarefa intitulada Maçãs, como combinado com o professor da turma. Nas figuras 1 e 2, apresentam-se as resoluções do estudante nas três questões da tarefa Maçãs.

MAÇÃS

Um fazendeiro planta macieiras em uma área quadrada. Para protege-las contra o vento, ele planta coníferas ao redor do pomar. O diagrama abaixo mostra essa situação, na qual se pode ver as macieiras e as coníferas para um número (n) de filas de macieiras.



QUESTÃO 1: Complete a tabela abaixo: 3

n=	Número de macieiras	Número de coníferas
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

QUESTÃO 2: Existem duas fórmulas que você pode usar para calcular o número de macieiras e o número de coníferas no padrão descrito acima:
Número de macieiras = n^2
Número de coníferas = 8.n
onde n é o número de fileiras de macieiras.
Existe um valor n para o qual o número de macieiras é igual ao número de coníferas. Encontre o valor de n, mostrando o método usado para fazer os cálculos

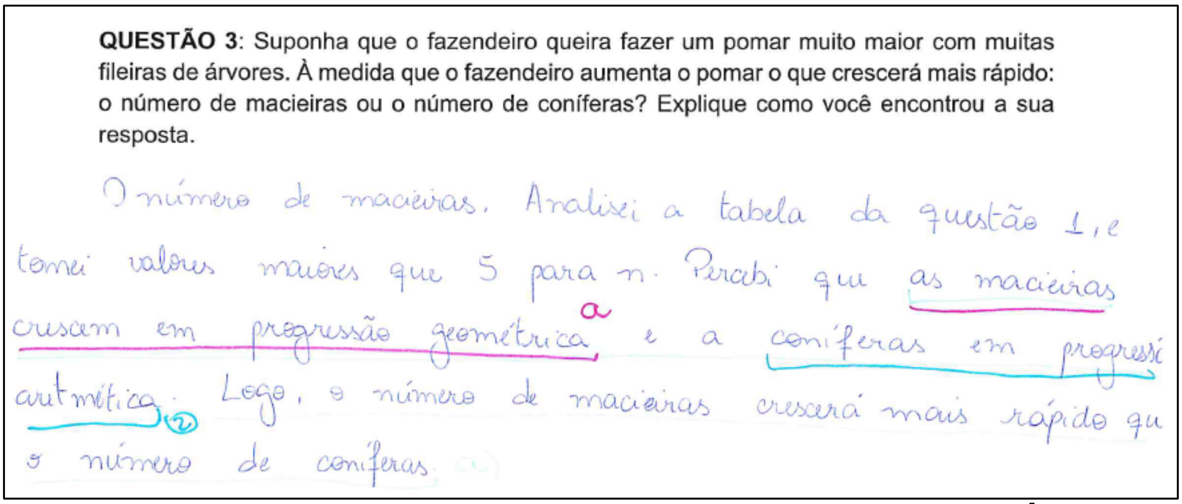
$n^2 = 8n$

$\frac{n^2}{n} = 8$

$n = 8$

Figura 1 – Questões 1 e 2 da tarefa Maçãs resolvida por Lucas Venturini
Fonte: os autores

Na questão 2, o estudante fez uma divisão por n (número de filas de macieiras determinado pelo problema) durante a resolução de uma equação do segundo grau e a professora questionou se era possível realizar aquela divisão, tentando problematizar o caso em que $n = 0$, visto que outros estudantes consideraram a possibilidade de existir zero filas de macieiras. Em resposta a essa intervenção, o estudante disse que n deveria ser diferente de zero, pois caso $n = 0$ não haveria macieiras. Isso ocorreu porque *as intervenções não precisam ser, necessariamente, direcionadas aos erros dos estudantes*, como nessa situação, em que a ideia era promover a reflexão a respeito da divisão no contexto da resolução de equações.


QUESTÃO 3: Suponha que o fazendeiro queira fazer um pomar muito maior com muitas fileiras de árvores. À medida que o fazendeiro aumenta o pomar o que crescerá mais rápido: o número de macieiras ou o número de coníferas? Explique como você encontrou a sua resposta.

O número de macieiras. Analisei a tabela da questão 1, e tomei valores maiores que 5 para n. Percebi que as macieiras crescem em progressão geométrica a e a coníferas em progressão aritmética. ② Logo, o número de macieiras crescerá mais rápido que o número de coníferas. a)

Figura 2 – Questão 3 da tarefa Maçãs resolvida por Lucas Venturini[5]
Fonte: os autores

Acerca da questão 3, o estudante afirmou que as macieiras cresciam em progressão geométrica e as coníferas em progressão aritmética e concluiu que, por esse fato, o número de macieiras cresceria mais rápido do que o número de coníferas. A partir dessa afirmação infere-se que o estudante pensa que, se tratando de sequências crescentes, os termos de uma progressão geométrica (P.G) crescem mais rápido do que os termos de uma progressão aritmética (P.A). Para promover uma reflexão a respeito dessa questão, a professora perguntou ao estudante se toda P.G cresce mais rápido do que uma P.A e o estudante prontamente respondeu que se a P.G for decrescente ela não crescerá mais rápido. Entretanto, a intenção da pergunta era que o estudante generalizasse ou encontrasse um contraexemplo da afirmação que fez, então a professora colocou em questão o caso em que ambas as sequências são crescentes e além disso, perguntou qual o entendimento dele a respeito da expressão “cresce mais rápido”.

[5] As anotações em canetas coloridas foram feitas pela professora a fim de chamar a atenção do estudante para algum trecho que seria mote para alguma pergunta ou intervenção.

Para o estudante, uma P.G cresce mais rápido do que uma P.A, pois a diferença de um número para seu antecessor na P.G é maior que na P.A, em um momento específico. Então, uma possível pergunta futura que a professora pode fazer para que o estudante pense a respeito de sua afirmação é “sejam duas sequências, uma P.A e uma P.G, que possuem o mesmo termo inicial $a_1 = 1$, e que a razão da P.A (r) é arbitrariamente grande e a razão da P.G (q) é um número maior que um, tal que $q = 1 + \varepsilon$, em que ε é um número positivo suficientemente pequeno. Em algum momento específico, a diferença entre os termos da P.G será maior que a diferença entre os termos da P.A?”

Com essas intervenções iniciais e as possíveis intervenções supracitadas, *o foco da discussão passa ser os conteúdos matemáticos envolvidos na resolução do estudante e deixa de estar somente na busca pela resolução correta da tarefa.*

Com o objetivo de retornar para o contexto do problema, a professora perguntou ao estudante qual é o primeiro termo e a razão da sequência de macieiras que ele acreditava ser uma progressão geométrica. *Ao invés de corrigir o erro do estudante de imediato, a professora* explorou algumas ideias a respeito de sequências e, *elaborou um questionamento de forma que o estudante identificasse seu erro* quando fosse encontrar a razão da sequência de macieiras, como ilustrado na figura 3.

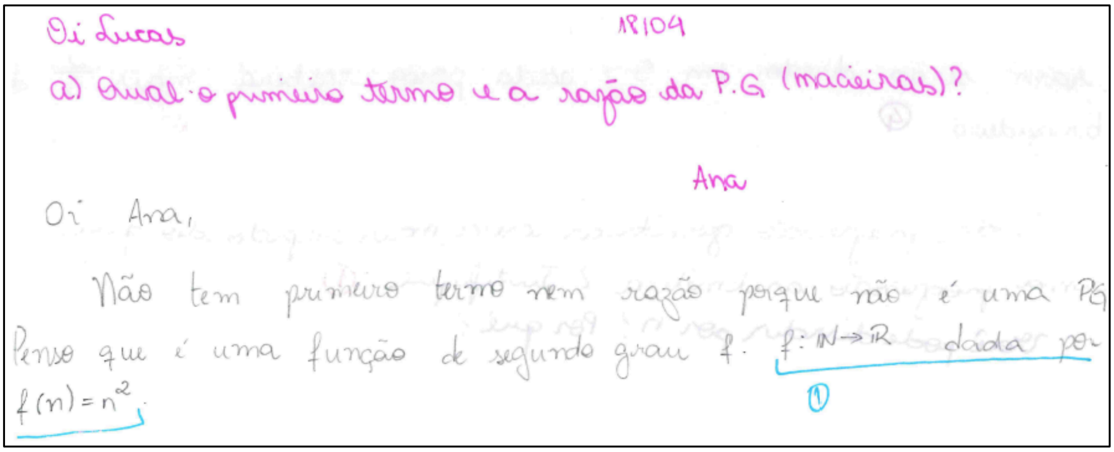

Oi Lucas 18/04
a) Qual o primeiro termo e a razão da P.G (macieiras)?
Ana
Oi Ana,
Não tem primeiro termo nem razão porque não é uma PG
Penso que é uma função de segundo grau f: f: N→R dada por
f(n) = n².
①

Figura 3 – Intervenção no Vaivém do estudante a respeito de Progressão Geométrica
Fonte: os autores

Por meio da intervenção, o estudante percebeu que a sequência de macieiras pode ser definida pela função $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ tal que $f(n) = n^2$, em que $\mathbb{N}$ denota o conjunto dos números naturais e $\mathbb{R}$ o conjunto dos números reais e não por uma progressão geométrica como havia afirmado no início. Com relação a essa função, a professora perguntou “a função que você definiu é injetora? E sobrejetora?”. A resposta do estudante apresenta-se na figura 4.

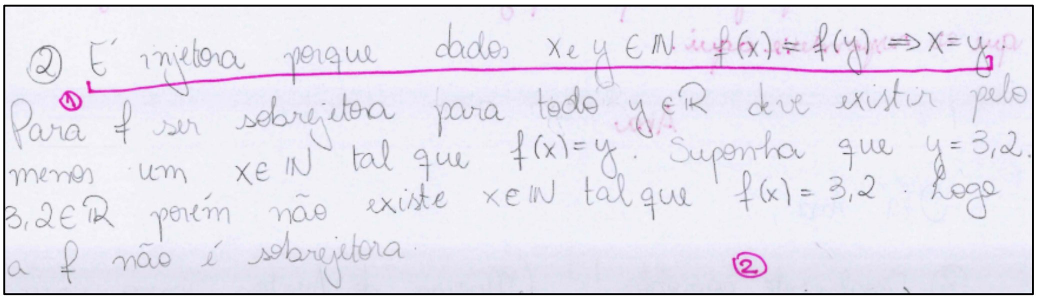


Figura 4 – Resposta do estudante à intervenção sobre injetividade e sobrejetividade da função
Fonte: os autores

Em sua resposta, o estudante apresentou a definição de injetividade de uma função, mas não mostrou que a função definida por ele de fato é injetora. Então a professor propôs uma tarefa, apresentada na figura 5.

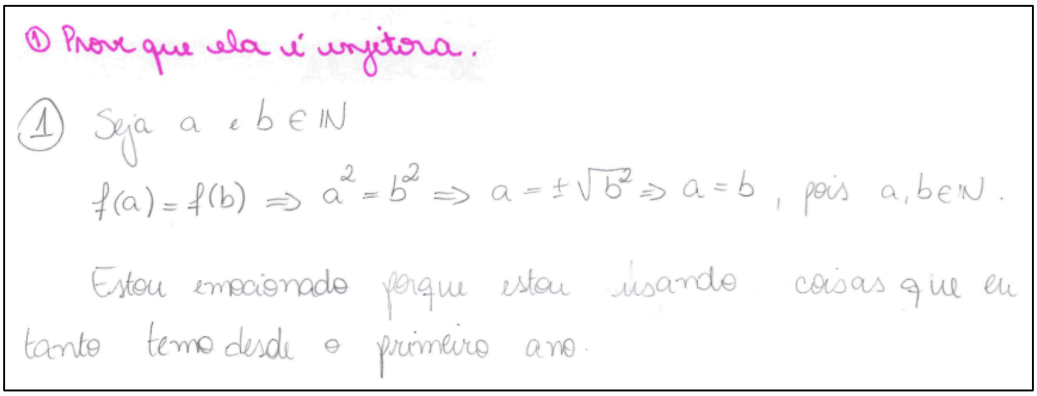


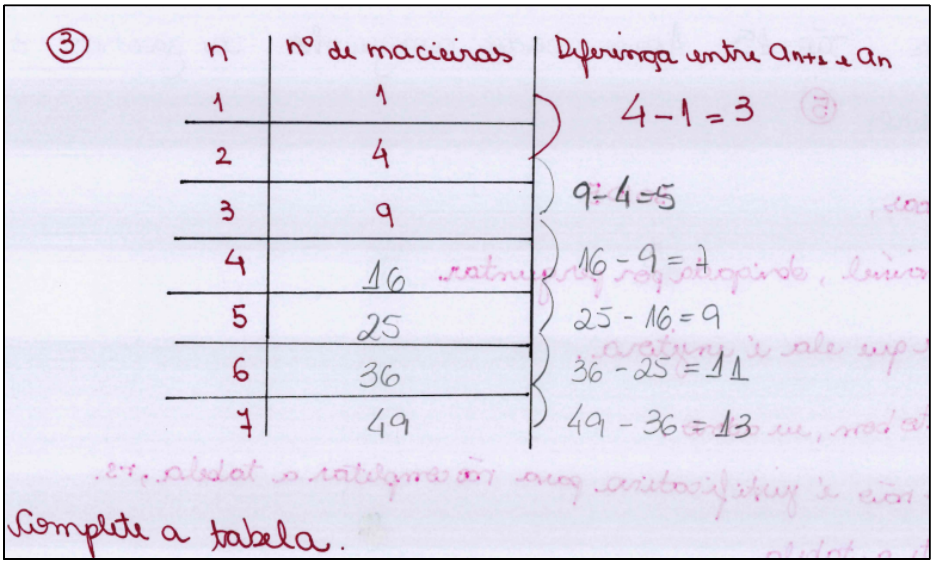
Figura 5 – Intervenção e resposta sobre injetividade da função
Fonte: os autores

Na Educação Matemática Realística, *o professor tem papel de fazer intervenções que podem* ser perguntas e até mesmo *tarefas para que o estudante tenha a oportunidade de investigar, refletir, pesquisar, argumentar*, o que é uma evidência do princípio da orientação.

Na resposta do estudante, há elementos de Análise Real para justificar que a função é injetora, mas não é sobrejetora. A partir da produção escrita, é possível observar que o estudante fica eufórico ao lidar com a formalidade presente em sua resolução, que ele mesmo imaginou não ser capaz. Pode-se inferir, por meio das intervenções feitas pela professora e pelo fato de que o estudante iniciou o trabalho em um nível informal até chegar à utilização de elementos mais formais para lidar com os conteúdos matemáticos, que *o instrumento possibilitou um processo de formalização caracterizado pelo princípio de níveis*.

No que se refere à função f definida pelo estudante, ele percebeu que a sequência de macieiras é na verdade uma função do tipo quadrática com seu domínio restrito ao conjunto dos Números Naturais. Por esse motivo, a professor pediu para que o estudante elaborasse uma tabela contendo: a quantidade de filas de macieiras, a quantidade de macieiras e a diferença entre os termos a_{n+1} e a_n, em que a_{n+1} e a_n são termos da sequência de quantidades de macieiras. A intenção da tabela é que o estudante perceba a relação entre as progressões aritméticas e a função quadrática. Ele já reconhece, com na produção escrita evidenciada pela figura a, que os termos caracterizam uma função quadrática, mas infere-se que ele não relaciona essa caracterização às progressões aritméticas, uma vez que ele afirma não ser capaz de completar a tabela, já que “o número de macieiras não cresce em progressão aritmética”.

No dia 30/05/2019, a professora pediu para o estudante completar a tabela, ainda que ele pensasse que o número de macieiras não cresce em progressão aritmética. Então, no dia 13/06/2019 (último dia que os estudantes responderam às intervenções feitas até a escrita deste artigo), o estudante preencheu a tabela, como ilustrado na figura 6.


③

n	nº de macieiras	Diferença entre a_{n+1} e a_n
1	1	4 − 1 = 3
2	4	9 − 4 = 5
3	9	16 − 9 = 7
4	16	25 − 16 = 9
5	25	36 − 25 = 11
6	36	49 − 36 = 13
7	49	

Complete a tabela.

Figura 6 – Tabela criada pela professora e preenchida pelo estudante sobre tarefa Maçãs
Fonte: os autores

A coluna das diferenças entre os termos a_{n+1} e a_n pode receber, então, uma intervenção do tipo “o que você pode perceber com relação a esses termos? Existe algum padrão?”. A intenção da intervenção é que o aluno note que as diferenças sucessivas entre os termos da sequência formam uma P.A, para que ele possa formalizar a caracterização desse tipo de função. De acordo, segundo Lima *et al.* (2012), uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ contínua é chamada de função quadrática se, e somente se, toda progressão aritmética não constante $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ seja transformada por f numa progressão aritmética de segunda ordem[6] $y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), \dots, y_n = f(x_n), \dots$. No quadro 1, apresenta-se a caracterização da função quadrática

[6] Uma progressão aritmética de segunda ordem “[...] é uma sequência $y_1, y_2, y_3, y_4, \dots$ tal que as diferenças sucessivas $d_1 = y_2 - y_1, d_2 = y_3 - y_2, \dots$ formam uma progressão aritmética usual.” (LIMA *et al.*, 2012, p. 165).

como uma transformação de progressão aritmética em uma progressão aritmética de segunda ordem no contexto da tarefa Maças.

Número de filas de macieiras (n)	1	2	3	4	5	6	7
Número de macieiras $(\boldsymbol{f(n)})$	1	4	9	16	25	36	49

Quadro 1 – Caracterização de uma função quadrática
Fonte: os autores

Essa sistematização que possivelmente será feita com o estudante no segundo semestre letivo tem a intenção de que ele formalize a definição apresentada por Lima (2012). Por meio dessas intervenções e das produções realizadas pelo estudante, é possível identificar indícios de atividades como "esquematizar", "descobrir relações e regularidades", "representar uma relação em uma fórmula", "generalizar". Isso indica que o instrumento Vaivém *pode oferecer oportunidades para o estudante matematizar*.

Além disso, o Vaivém do estudante contém perguntas e conversas de cunho pessoal, como evidenciado na figura 7.

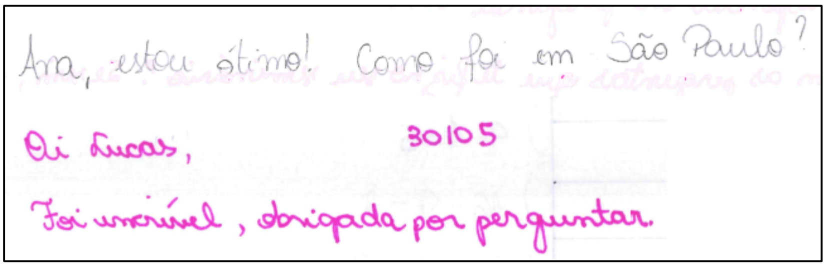


Figura 7 – Pergunta feita pelo estudante e respondida pela professora
Fonte: os autores

A figura mostra que o vaivém é um instrumento formativo tanto para o professor que realiza intervenções, quanto para o estudante que responde e faz perguntas ao professor. Além disso, o instrumento *possibilita a aproximação, comunicação e interação entre professor aluno*, por meio de perguntas de cunho pessoal e diálogos informais, algo que os outros instrumentos mais utilizados tradicionalmente, como a prova escrita e seminários, podem não oportunizar.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste artigo era analisar a utilização do instrumento de avaliação Vaivém, em um contexto de formação inicial de professores de Matemática, evidenciando aspectos da Educação Matemática Realística presentes nessa prática. Para tanto, foram apresentadas intervenções feitas no Vaivém de um estudante do curso de Licenciatura em Matemática da

Universidade Estadual de Londrina a fim de evidenciar relações com os aspectos da Educação Matemática Realística.

De maneira geral, a análise feita neste artigo mostrou que, no Vaivém, as intervenções não precisam ser, necessariamente, direcionadas aos erros dos estudantes; o foco das discussões com o estudante pode mudar de acordo com as intenções do professor; ao invés de corrigir o erro do estudante de imediato, pode-se elaborar questionamentos de forma que o estudante identifique seu erro; as intervenções do professor podem ser perguntas e até mesmo tarefas para que o estudante tenha a oportunidade de investigar, refletir, pesquisar, argumentar; pode-se criar um espaço profícuo à formalização caracterizado pelo princípio de níveis; pode oferecer oportunidades para o estudante matematizar; é possível a aproximação, comunicação e interação entre professor aluno.

Nesse sentido, o Vaivém constitui-se como um espaço para comunicação e interação entre professor e alunos em que tarefas podem ser desenvolvidas a fim de que os estudantes possam matematizar e reinventar novos conteúdos de matemática. Por meio das intervenções do professor e com a possibilidade de responder com tempo e em casa, o Vaivém permite que os estudantes realizem ações que muitas vezes não são possíveis de serem feitas em sala de aula, dado o tempo limitado e os recursos disponíveis.

Como instrumento de avaliação, permite ao professor conhecer o modo como estudantes lidam com as tarefas e possibilita a retomada de conteúdos para que o erro e o acerto não sejam pontos finais, mas possam ser explorados pelo professor, para que ambos aprendam a partir disto. Caracteriza-se, então, como um instrumento profícuo à formação dos estudantes.

Espera-se que artigo participe da discussão a respeito de instrumentos de avaliação e o Vaivém ajude na prática avaliativa de professores de Matemática que buscam auxiliar os alunos em seus processos de formação.

REFERÊNCIAS

BURIASCO, R. L. C. de. **Avaliação em Matemática:** um estudo das respostas dos alunos e professores. Marília, 1999. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Marília, 1999.

BURIASCO, R. L. C. de, SILVA, G. dos S. e. Aspectos da Educação Matemática Realística, **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, Cascavel, v. 1, n. 1, p. 1-15, dez. 2017.

DE LANGE, J. **Framework for classroom assessment in mathematics**. Madison: WCER, 1999.

FERREIRA, P. E. A., BURIASCO, R. L. C. de, Educação matemática realística: uma abordagem para os processos de ensino e aprendizagem. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 18, n. 1, p. 237-252, 2016.

FREUDENTHAL, H. **Revisiting Mathematics Education**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.

HADJI, C. **A avaliação, regras do jogo:** das intenções aos instrumentos. 4. ed. Portugal: Porto, 1994. 190p.

KWON, O. N. Conceptualizing the realistic mathematics education approach in the teaching and learning of ordinary differential equations. **Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics at the Undergraduate Level. Hersonissos.** Greece. University of Crete, 2002.

LIMA, E. L., CARVALHO, P. C. P. WAGNER, E., MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio**. 10. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012. v. 1. (Coleção do Professor de Matemática, 13).

RODRIGUES, P. H. **Um estudo sobre a Identidade Profissional de futuros professores de Matemática**. 2019. 191 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2019.

SILVA, G. dos S. e. **Um olhar para os processos de aprendizagem e de ensino por meio de uma trajetória de avaliação**. 2018. 166f. Tese de Doutorado (Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. **Educational Studies in Mathematics**, n. 1, v. 54, p. 09-35, 2003.

______. Reform under attack – Forty Years of Working on Better Mathematics Education thrown on the Scrapheap? No Way! In: SPARROW, L.; KISSANE, B.; HURST, C. (Eds.). **Proceedings of the 33th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia**. Fremantle: MERGA, 2010. s.p.