POR UM "NÃO NIVELAMENTO" E UM "NÃO CURSO DE PRÉ-CÁLCULO": REFLEXÕES DE DIFICULDADES DE ESTUDANTES DE CÁLCULO COM BASE EM UMA PROVA DIGNÓSTICA

Roberta Marcelino de Almeida Alves
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
ralves@alunos.utfpr.edu.br

André Luis Trevisan
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
andrelt@utfpr.edu.br

Marcele Tavares Mendes
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
marceletavares@utfpr.edu.br

Resumo: Este artigo apresenta reflexões sobre o ensino de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) com base em resultados obtidos em uma prova diagnóstica. A prova diagnóstica composta por 11 questões (das quais 4 são aqui analisadas) foi resolvida por 31 alunos de um curso de Engenharia de uma universidade federal do Paraná. Embora o currículo das instituições, geralmente, assume como pré-requisito que o aluno deva estar "situado" no estrato funcional, verificou-se que parte significativa dos alunos estava no estrato numérico e outra no estrato algébrico. Nosso objetivo foi, a partir do conceito de estratos do conhecimento matemático, discutir possibilidades para lidar com esse cenário e impulsionar os alunos a obterem um novo estrato, sem a necessidade da criação de cursos "remediais".
Palavras-chave: Ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Ensino de Matemática. Prova diagnóstica. Análise de Produção Escrita.

INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, muito se fala (em conversas de corredor, colegiados de curso, assim como no campo da pesquisa na área de Ensino) acerca da defasagem matemática de alunos recém-ingressos em cursos do Ensino Superior em que a Matemática faz parte do currículo base, por exemplo as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) dos cursos de Engenharia.

Essa defasagem repercute em altos índices de reprovação, no baixo rendimento acadêmico e nas dificuldades enfrentadas pelos alunos. Com respeito a essas dificuldades, Artigue (1995) aponta que uma das razões é a ruptura álgebra/cálculo, uma consequente "brecha" entre o pensamento analítico e o algébrico. Reconhecendo esse contexto, teoricamente e em nossa prática, interessa-nos analisar produções escritas de alunos recém-ingressos na universidade, para então discutir possibilidades de organização da disciplina de CDI que leve em conta nosso aluno "real".

O caminho escolhido para recolha de produções escritas dos alunos foi uma prova diagnóstica no início do semestre. Essa prova foi formulada com questões que lidam com vários estratos do conhecimento matemático (VALLEJO; MARTÍNEZ; PLUVINAGE, 2012), a partir de uma lista hierárquica de "idiomas" matemáticos a serem percorridos pelos estudantes: numérico (domínio dos números inteiros e racionais e uso correto das quatro operações), algébrico (uso adequado do sistema matemático de signos da álgebra) e funcional (uso de relações funcionais). Nessa perspectiva, o objetivo desse artigo é olhar como os alunos resolvem questões que contemplam propriedades algébricas, numéricas e sua articulação e então, discutir possibilidades para lidar com esse cenário e impulsionar os alunos a obterem um novo estrato, sem a necessidade da criação de cursos "remediais".

O presente texto está dividido em seções. A seção seguinte a essa introdução apresenta perspectivas teóricas relacionadas ao ensino de Cálculo, articulando a utilização da prova diagnóstica como uma prática avaliativa de investigação. Seguem, nas seções seguintes, os procedimentos metodológicos para a coleta de dados e uma análise quantitativa dos dados coletados (estratos). Por fim, a partir dos dados coletados, apresentamos reflexões sobre desafios e possibilidades para um curso de CDI que vão de encontro às práticas usuais, as quais defendem a oferta de curso de "nivelamento" ou de Pré-Cálculo.

Ensino de CDI

Em geral, os alunos que ingressam nas turmas de CDI apresentam uma dinâmica de estudo, desenvolvida na Educação Básica, que prioriza aspectos relacionados à memorização e à mecanização de estratégias e procedimentos. Essas características, juntamente com as dificuldades enfrentadas pelos estudantes do Ensino Superior não podem ser tratadas como algo isolado (REZENDE, 2003), já que existem outros fatores que influenciam a aprendizagem, como o contexto de ensino e aprendizagem e os métodos de ensino utilizados.

Trevisan e Mendes (2018) destacam como

> falta de experiências anteriores com tarefas de carácter investigativo; expectativa de aula expositivas, sucedidas pela resolução de tarefas similares aos exemplos apresentados pelo professor; concepções equivocadas acerca de alguns conceitos matemáticos (muitas vezes decorridas do foco na mecanização de processos, em vez de compreensão e atribuição de significado); hábito de trabalhar, na maioria das vezes, de forma individual, tendo dificuldades em expor e discutir suas ideias em grupo ou para toda a sala (TREVISAN, MENDES, 2018, p. 213).

De encontro a essa perspectiva, propostas no âmbito da Educação Matemática envolvem abordagens metodológicas nas quais os estudantes tenham um papel ativo, trabalhando, quando possível, em grupos e em tarefas não precedidas de exemplos, que sejam desencadeadoras de discussões e que contribuam para elaborações conceituais. Uma possibilidade é o trabalho em ambientes de ensino e de aprendizagem pautados em episódios de resolução de tarefas. A expressão foi uma adaptação de *shift problem lessons*, proposta por Palha, Dekker Gravemeijer e Van Hout-Wolters (2013) e Palha, Dekker e Gravemeijer (2015). O trabalho com episódios de resolução de tarefas tem se mostrado como uma proposta factível levando em conta condições reais de ensino (turmas numerosas, ementa extensa) que inviabilizam a realização de um trabalho que atenda plenamente, ao longo de todo o curso, pressupostos de tendências para o ensino apontadas pela Educação Matemática (TREVISAN; MENDES, 2018).

> Um dos pressupostos dessa forma de trabalho é que as tarefas não sejam precedidas da apresentação de conceitos. A reorganização dos conteúdos deve, assim, permitir que, ao invés de se introduzir um conceito mediante sua definição formal, o estudante seja convidado, por meio da realização dessas tarefas, a explorá-lo intuitivamente, levando em conta suas concepções e imagens conceituais prévias. Em seguida, por meio das intervenções do professor e da discussão no grupo, "refinar" os conceitos subjacentes [...]; por fim, a partir da sistematização coletiva, mediada pelo professor, elabora-se uma definição formal (que, muitas vezes, ainda é restrita a casos particulares, mas é revisada e ampliada ao longo do curso). Mostra-se fundamental que os estudantes tenham um papel ativo, trabalhando, quando possível, em grupos e em tarefas não precedidas de exemplos, que sejam desencadeadoras de discussões e que contribuam para elaborações conceituais. O papel do professor, ao invés de sempre fornecer explicações, é incentivá-los a apresentarem e discutirem suas ideias durante as realizações das tarefas propostas, bem como conduzir a sistematização dos conceitos a elas subjacentes (TREVISAN, MENDES, 2017, p. 365).

Nesse ambiente de ensino e de aprendizagem, o aluno é convidado a explorar as tarefas a partir de suas concepções e imagens conceituais prévias, ou seja, seu modo de comunicar e lidar com situações. Nessa comunicação, conforme apontam Vallejo e Pluvinage (2013), podem ser consideradas diferentes línguas específicas, ou *idiomas matemáticos*. Como forma de melhor conhecer características desses idiomas, Vallejo e Pluvinage (2013) realizaram uma distinção em estratos, conforme especificado nos itens que seguem:

- *Estrato numérico:* Domínio dos conjuntos dos números inteiros e racionais, e uso correto das quatro operações aritméticas envolvendo elementos desses conjuntos;
- *Estrato racional:* Domínio de razões e proporções, capacidade de interpretar instruções que levam a cálculos de produto e quocientes de números racionais positivos ou negativos;
- *Estrato algébrico:* Uso apropriado do sistema matemático dos símbolos de álgebra;

- *Estrato Funcional:* Uso de relações funcionais e de cálculo.

Especificamente neste trabalho, interessa-nos, por meio da análise da produção escrita dos alunos, em quatro questões de uma prova diagnóstica aplicada a alunos de CDI, investigar o modo como os alunos lidam com questões que requerem utilização de elementos dos estratos numérico e algébrico. Antes de realizarmos essa análise apresentamos uma breve discussão acerca da avaliação e do potencial da prova diagnóstica enquanto recurso para reorientar práticas pedagógicas.

PRÁTICAS AVALIATIVAS E ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA

Uma concepção de avaliação ancorada em práticas avaliativas em que o propósito primeiro é subsidiar os processos de ensino e de aprendizagem, assumida neste trabalho, é discutida amplamente na literatura (HADJI, 1994; ESTEBAN, 2000, 2003; BARLOW, 2006; BURIASCO, 1999, 2000, 2002; BURIASCO, SOARES, 2008; BURIASCO, FERREIRA, CIANI, 2009; MENDES, 2014; MENDES, TREVISAN, 2018; MENDES, TREVISAN, ELIAS, 2018). Apesar de avanços significativos ao longo das últimas décadas, novas questões surgem no contexto da sala de aula, assim como teoricamente, relacionadas às maneiras de implementar práticas avaliativas e como interpretar o desempenho e as informações recolhidas na direção de fornecer orientações e indicações esclarecedoras para a aprendizagem dos alunos.

A avaliação, enquanto processo sistemático, dinâmico e contínuo, deveria ocorrer a serviço da aprendizagem (BURIASCO; FERREIRA; CIANI, 2009), uma vez que informações por meio dela obtidas deveriam reorientar o professor em relação a sua prática escolar, e oferecer subsídios para que o aluno regule sua aprendizagem.

Na pesquisa relatada neste artigo, uma prova diagnóstica é tomada como instrumento que possibilita ao professor assumir a avaliação como uma prática de investigação, ao assumi-la como meio para obter informações sobre o conhecimento, o nível de proficiência dos alunos e assim traçar ações pedagógicas que podem auxiliar na superação de suas dificuldades. Essa prova diagnóstica, conforme Hadji (1994, p. 62), possibilita

> explorar ou identificar algumas características de um aprendente (por exemplo, as representações ou os conhecimentos adquiridos) com vista a escolher a sequência de formação mais bem adaptada às suas características. De qualquer forma, trata-se de articular, de maneira adequada, um perfil individual ou um perfil de formação. Antes de iniciar qualquer acção de formação, é nisto que reside o interesse em captar traços daquilo que se denomina como o perfil de partida dos formandos.

Buriasco, Ferreira e Ciani (2009, p. 78) apontam que

> ao assumir uma postura investigativa, o professor pode questionar-se a respeito de qual matemática os seus estudantes estão aprendendo, que entendimentos estão tendo do que está sendo trabalhado em sala de aula, do que já sabem, que dificuldades encontram, e o que pode ser feito para auxiliá-los na superação destas.

Buriasco (2004) ainda afirma que ao analisar uma produção escrita, o professor consegue discorrer sobre as respostas fornecidas, indagar-se sobre sua configuração, procurar encontrar quais relações às constituem. Sendo assim, a produção escrita deixa de ser uma forma de avaliação e passa a ser uma forma de comunicação e, como tal, deve receber atenção especial por parte dos professores, uma vez que, frequentemente, essa é a única forma de diálogo entre alunos e professores.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este provém de um contexto de pesquisa de mestrado da primeira autora, no qual orientador (segundo autor) e coorientadora (terceira autora) tem há alguns anos assumido o desafio de pensar em propostas referenciadas teoricamente, que sejam factíveis para salas de aulas regulares e que possibilitem, em alguma medida, contribuir com a superação das dificuldades no que tange o Ensino de CDI (TREVISAN; MENDES, 2017). Insere-se no âmbito de um projeto de pesquisa intitulado “Conceitos mobilizados por estudantes de Cálculo Diferencial e Integral no trabalho em episódios de resolução de tarefas de aprendizagem”, apoiado pela Fundação Araucária.

Os procedimentos metodológicos apresentados serviram a uma pesquisa qualitativa de cunho interpretativo, em que a problemática foi utilizar uma prova diagnóstica para investigar a produção escrita dos alunos recém-ingressos na universidade, visando recolher informações acerca de seus modos de lidar, e planejar intervenções pedagógicas ao longo do período letivo. Os sujeitos dessa pesquisa foram 31 alunos matriculados na disciplina de CDI 1 em um curso de Engenharia de Universidade Federal paranaense no primeiro semestre de 2019.

Uma prova diagnóstica, composta de 11 questões de múltipla escolha, envolvendo os estratos numérico, racional e algébrico (VALLEJO; MARTÍNEZ; PLUVINAGE, 2012), foi resolvida individualmente pelos estudantes em sala de aula, no primeiro encontro da disciplina. A discussão realizada neste artigo baseia-se nas quatro primeiras questões da prova, apresentadas no Quadro 1.

1. Calcular $\frac{3}{4} + \frac{5}{7}$

a. ( ) $\frac{8}{11}$ b. ( ) $\frac{21}{20}$ c. ( ) $\frac{15}{28}$ d. ( ) $\frac{41}{28}$ e. ( ) outra solução

2. Calcular $\frac{1}{2n-2} - \frac{1}{2n}$

a. ( ) 0 b. ( ) $\frac{1}{n(n-1)}$ c. ( ) $-\frac{1}{2}$ $d.$ ( ) $\frac{2n-1}{2n(n-1)}$ e. ( ) outra solução

3. Calcule o valor da expressão $3(5-8)^2 + 3[2(4+2) - 5(2-6)]$

a. ( ) 29 b. ( ) 43 $c.$ ( ) 83 de. ( ) 32 e.( ) outra solução

4. Qual a forma reduzida da expressão $2a(a-2b)^2 + 5b[2a(b+a) - b(2a-b)]$?

a. ( ) $5a^2 + 56ab + 55b^2$ b. ( )$2a^3 + 2a^2b + 8ab^2 - 5b^3$
c. ( ) $-150b^3 + 98ab^2 - 2a^2b + 6a^2$ d. ( )$150b^3 + 68ab^2 - 21a^2b + 6a$
e. ( ) outra solução

Quadro 1 – Questões selecionadas.
Fonte: Vallajo, Martínez e Pluvinage (2012).

Essas questões exigem uma proficiência de reprodução acerca de: mínimo múltiplo comum; soma e subtração de frações; ordem da realização das operações em expressões numéricas e algébricas; produtos notáveis. Na Tabela 2, é apresentado o percentual de respostas dos alunos em cada questão e em negrito destacou-se o percentual das respostas corretas.

	a.	*b.*	*c.*	*d.*	*e.*	*Não fez*
Q1	13%	7%	0%	**77%**	3%	0%
Q2	3%	7%	10%	10%	**35%**	35%
Q3	0%	3%	6%	6%	**69%**	16%
Q4	0%	36%	0%	3%	**32%**	29%

Tabela 2 – Porcentual de respostas em cada item das alternativas escolhidas pelos alunos.
Fonte: os autores

Por meio desses dados é possível reconhecer que existe uma discrepância entre o número de acertos entre as questões numéricas (Q1 – 77% e Q3 – 69%), assim como entre as questões algébricas (Q2 – 35% e Q4 – 32%).

A análise realizada partiu de agrupamentos de soluções. Foi realizado um primeiro agrupamento com base em critérios de avaliação (Certo, Parcialmente, Errado e Não fez) conforme apresentado no Quadro 2. Foi considerada correta a produção sem equívocos; parcialmente correta, a produção com evidências de uma proficiência em pelo menos um dos procedimentos requeridos; incorreta, a produção em que o aluno não realizou nenhum cálculo correto; não fez, para o aluno que não apresentou produção alguma.

Estrato	Questões	Grade de correção	Quantidade de Alunos	Proficiência
NUMÉRICO	1	Certo	23	
		Parcialmente	1	Mínimo Múltiplo Comum - MMC Adição e subtração de frações Simplificação de fração
		Errado	7	
		Não fez	0	
	2	Certo	8	
		Parcialmente	5	MMC Adição e subtração de frações Simplificação de fração
		Errado	6	
		Não fez	12	
ALGÉBRICO	3	Certo	4	
		Parcialmente	13	Ordem de resolução de operações Regra de sinais Produtos notáveis Operações Algébricas
		Errado	2	
		Não fez	12	
	4	Certo	2	
		Parcialmente	15	Ordem de resolução de operações Regra de sinais Produtos notáveis Operações Algébricas
		Errado	1	
		Não fez	13	

Quadro 2 – Agrupamento das produções escritas com base nos critérios de correção.
Fonte: Arquivo dos autores.

Tendo em vista essa configuração quantitativa, que fornece indícios que os alunos lidaram melhor com as questões do estrato numérico, em especial quando comparado com o estrato algébrico, seguimos nossa discussão apresentando uma possibilidade de como lidar com os resultados de uma prova diagnóstica, e de como práticas pedagógicas podem ser planejadas para regular a aprendizagem dos alunos que realizaram essa prova diagnóstica. Ressalta-se que essa discussão não é prescritiva e nem esgota as possibilidades.

A PROVA DIAGNÓSTICA – ALGUNS RESULTADOS

O processo de análise de dados começou ao investigar as produções escritas dos estudantes, indagando sobre sua configuração e procurando encontrar quais relações as constituem. Esse indagar e procurar revela um modo de lidar com uma prova diagnóstica, um modo investigativo.

Em uma primeira análise, percebeu-se uma diferença entre a maneira que operam no estrato aritmético para o estrato algébrico. No Quadro 3, para representar essa dificuldade, são apresentadas produções escritas de um mesmo aluno.

Questão 1	Questão 2
$\frac{3}{4} + \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{21+20}{28} = \frac{41}{28}$	$\frac{1}{2n-2} - \frac{1}{2n} \Rightarrow \frac{1-(-2)}{2n-2} = \frac{3}{2n-2}$

Quadro 3 – Aluno com dificuldade em transitar entre o estrato numérico para o estrato algébrico
Fonte: Arquivo dos autores

No processo de reprodução da questão 1, o aluno mostrou ter habilidade em desenvolver mínimo múltiplo comum e a soma de frações, ou seja, demonstra domínio nos procedimentos aritméticos com números inteiros e racionais - estrato numérico. Já na questão 2, algébrica, sua produção mostra que não foi capaz de generalizar o procedimento para o cálculo de um múltiplo comum em expressões algébricas (como produto dos denominadores), acarretando o “erro” da questão.

Questão 1	Questão 2
$\frac{3}{4} + \frac{5}{7} \rightarrow \frac{3.7+5.4}{28} \rightarrow \frac{21+20}{28} \rightarrow \boxed{\frac{41}{28}}$	$\frac{2N-(2N+2)}{4N^2-4N} \rightarrow \frac{+2}{4N^2-4N} \rightarrow \frac{+1}{2N^2-2N} \rightarrow \boxed{\frac{+1}{2N(N-1)}}$

Quadro 4 – Produção do aluno no estrato algébrico
Fonte: Arquivo dos autores

Na produção apresentada no Quadro 4, o aluno mostrou ter uma habilidade em transitar do estrato numérico para o estrato algébrico. O aluno atingiu a proficiência que cada questão exigia. Na questão 1 ele desenvolveu o MMC e efetuou corretamente a regra para soma de frações. Na questão 2, foi obtido um múltiplo comum para as frações algébricas, além de apresentar sua resposta na forma reduzida, com uso de simplificação de frações.

Questão 1	Questão 2
$\frac{\times 7}{\times 7}\ \frac{3}{4} = \frac{21}{28} + \frac{5}{7} = \frac{84+5}{7} = \frac{89}{7}$	$= \frac{2n-(2n-2)}{(2n-2)2n} = \frac{2}{4n(n-1)} = \frac{1}{n(n-1)}$

Quadro 5 – Produção do aluno que não atingiu o estrato numérico e o estrato algébrico
Fonte: Arquivo dos autores

Na produção mostrada do Quadro 5, o aluno apresenta erro no estrato numérico e não desenvolve corretamente o estrato algébrico. O aluno apresentou erro ao calcular o MMC, porém desenvolveu a soma de frações na questão 1. Na questão 2 o aluno não conseguiu desenvolver corretamente a simplificação de frações.

Em outra produção escrita, apresentada no Quadro 6, o aluno realiza corretamente a ordem das operações aritméticas e regra de sinais na questão 3. Já na questão 4, o aluno desenvolveu produtos notáveis, seguiu a ordem de resolução das operações, porém apresentou erro no uso de regra de sinais com expressões algébricas (embora tenha utilizado corretamente na expressão numérica). Assim como ele, 36% dos alunos erraram regra de sinais e 29% não fizeram essa questão.

Questão 3	**Questão 4**
$3(5-8)^2 + 3[2(4+2)-5(2-6)] \to 3(-3)^2 + 3[2(6)-5(2-6)] \to$ $3.(9)+3[12-5(-4)] \to 27+3[12+20] \to 27+3.32 \to 27+96 \to$ $\boxed{123}$	$2a(a^2-4ab+4b^2)+5b(2a^2-b^2) \to 2a^3-8a^2b+4ab^2+10a^2b-5b^3$ $2a^3+2a^2b+4ab^2-5b^3$

Quadro 6 – Alunos no estrato numérico
Fonte: Arquivo dos autores

Por fim, no Quadro 7, é apresentada a produção do aluno que realizou corretamente a ordem das operações aritméticas e regra de sinais na questão 3 e na questão 4, o aluno desenvolveu produtos notáveis, seguiu a ordem de resolução e usou corretamente a regra de sinais com expressões algébricas.

Questão 3	**Questão 4**
$3(9)+3[2(6)-5(-4)]$ $27+3[12+20]$ $27+3(32)=123$	$(a-2b).(a-2b)$ $2a(a^2-2ab-2ab+4b^2)$ $2a^3-4a^2b-4a^2b+8ab^2$ $2a^3-8a^2b+8ab^2$ $2a^3+2a^2b+8ab^2+5b^3$

Quadro 7 – Alunos que atingiu o estrato algébrico
Fonte: Arquivo dos autores

IMPLICAÇÕES - COMO PENSAR UM CURSO DE CDI?

Em geral, do modo como está organizado no currículo das instituições, o ensino de CDI traz como pré-requisito o conhecimento dos conceitos matemáticos pressupondo que o aluno deva estar "situado" no estrato funcional. O que não é o caso dos estudantes analisados, pois na interpretação dos dados, verificou-se que parte significativa dos alunos está no estrato numérico e outra no estrato algébrico. Tal fato reforça a importância de tomarmos como pressuposto, na organização de um ambiente de ensino e aprendizagem, que os estudantes do ambiente real de ensino em geral não se encontram no estrato funcional (não podendo, portanto, assumi-lo como "pré-requisito"), uma vez que isso será alcançado e consolidado no próprio trabalho na disciplina de CDI, conforme indicam Vallejo e Pluvinage (2013).

Uma reflexão que levantamos, nesse sentido, é a efetividade de cursos de "nivelamento" (que propõem-se quase que, "milagrosamente" revisar todo conteúdo de Matemática da Educação Básica em algumas poucas aulas – como se os estudantes o tivessem aprendido), ou disciplinas do tipo Pré-Cálculo, que em sua ementa apresentam, de forma desarticulada, tópicos isolados da Matemática da Educação Básica. Nossos dados sugerem que uma dificuldade apresentada por nossos estudantes é estabelecer conexões entre conceitos de diferentes estratos.

Nesse cenário, a partir de dados obtidos nessa prova diagnóstica, deve-se pensá-la como ferramenta para o professor orientar sua prática e orientar os alunos em seus processos de aprendizagem, analisando os dados por tal prova, obtidos como uma oportunidade de verificar dificuldades que eles apresentam.

Um desafio, e ao mesmo tempo demanda urgente que se coloca, é experienciar e investigar propostas de estrutura curricular não-usuais para a disciplina de CDI, que possibilitem ao estudante tanto explorar elementos de estratos do conhecimento matemático ainda não consolidados, quanto avançar no estudo de tópicos do currículo de CDI. A organização dos conteúdos da disciplina em formato de espiral (TREVISAN; MENDES, 2017), associada à metodologia de trabalho com episódios de resolução de tarefas, mostra-se como uma possibilidade.

É possível, em diferentes momentos do trabalho com conceitos do CDI, retomar e aprofundar conceitos como os abordados na prova diagnóstica, articulando elementos dos estratos numérico, racional, algébrico e funcional. Pode-se, por exemplo, pensar uma estrutura curricular em que os estudantes tenham a oportunidade de elaborar inicialmente uma definição "provisória" (MOISE, 1972) de integral e de derivada apenas para funções do tipo potência (a partir do trabalho com sequências de diferenças e somas acumuladas), a partir da exploração de aplicações como cálculo de máximos, mínimos e áreas sob curvas, articulando o estudo dessas funções com aspectos dos estratos numéricos (como operações com frações) e algébrico (envolvendo monômios e polinômios mais "simples"), e ampliando seu estrato funcional.

Gradativamente, podem ser abordadas regras mais gerais de derivação e integração, de forma articulada (por exemplo, Regra de derivação do produto e Integração por partes, ou

Regra da Cadeia e Integração por substituição simples), ainda restritas às funções polinomiais, e inserindo nesse estudo procedimentos algébricos como produtos notáveis e fatorações mais "elaboradas".

Nesse sentido, os estudantes têm a oportunidade em (re)construir elementos dos estratos numérico e algébrico, tornando significativo o trabalho com expressões numéricas e algébricas já inseridas no contexto de CDI, e não como conceitos "soltos", como usualmente ocorre em cursos de Pré-Cálculo. Outras famílias de funções (exponenciais, logarítmicas e trigonométricas) ampliarão seu estrato funcional, e serão apresentadas em um momento no qual os estudantes disponham de ferramentas "robustas" (os conceitos de derivada e integral, e suas regras), tornando muito mais significativo o trabalho com tais funções (sem que haja a necessidade de se recorrer a "tabelas numéricas" para o estudo de seus gráficos – como ocorre, usualmente, em cursos de Pré-Cálculo).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Práticas avaliativas podem subsidiar reflexões acerca de práticas de ensino quando não são reconhecidas apenas como "um resultado", ou apenas lidas de modo superficial. Neste estudo, a prova diagnóstica foi reconhecida como um meio de analisar e interpretar o estudante "real" que ingressa no curso de CDI, e a partir disso tecer considerações para o ensino dessa disciplina.

Tendo em vista o que foi apresentado, o que se entende por "defasagem" dos estudantes que chegam no Ensino Superior é uma situação de demanda um olhar mais acurado, pesquisa fundamentada e investigações para além de soluções "remediais" que em pouco (ou nada) tem sido efetivas. Os nossos alunos apresentam dificuldades naturais em transitar entre estratos do conhecimento, e um trabalho usualmente realizado em cursos de nivelamento e Pré-Cálculo que exploram de forma desarticulada e linear elementos desses estratos acaba por aumentar ainda mais essas dificuldades.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas.** Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1995, p. 193-217.

BARLOW, M. **Avaliação escolar**: mitos e realidades. Porto Alegre: Artmed, 2006.

BURIASCO, R. L. C. **Avaliação em Matemática: um estudo das respostas de alunos e professores.** 1999. 238f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Marília, 1999.

BURIASCO, R. L. C. de. Algumas considerações sobre avaliação educacional. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, n. 22, p.155-177, jul. /dez. 2000.

BURIASCO, R. L. C. de. Sobre Avaliação em Matemática: uma reflexão. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n. 36, p. 255-263, dez. 2002.

BURIASCO, R. L. C. de. Análise da Produção Escrita: a busca do conhecimento escondido. In: XII ENDIPE - Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino, 2004, v.3, Curitiba. **Anais**... Curitiba: Champagnat, 2004. p. 243-251. Disponível em: < http://endipe.pro.br/site/eventos-anteriores/>. Acesso em: 20 jul. 2019.

BURIASCO, R. L. C.; SOARES, M. T. C. Avaliação de sistemas escolares: da classificação dos alunos à perspectivas de análise de sua produção matemática. In: VALENTE, W. R. (Org.). **Avaliação em Matemática: história e perspectivas atuais**. Campinas: Papirus, 2008. p. 101-142.

BURIASCO, R. L. C.; FERREIRA, P. E. A.; CIANI, A. B. Avaliação como prática de investigação (alguns apontamentos). **BOLEMA - Boletim de Educação Matemática**, UNESP - Rio Claro, v. 22, n. 33, p. 69-96, 2009.

ESTEBAN, M. T. Avaliar: ato tecido pelas imprecisões do cotidiano. In: GARCIA, R.L. (Org.). **Novos olhares sobre a alfabetização.** São Paulo: Cortez, 2000. p. 175-192.

ESTEBAN, M. T. A avaliação no cotidiano escolar. In: ESTEBAN, M. T. et al. **Avaliação: uma prática em busca de novos sentidos**. Rio de Janeiro: DP & A, 2003. p. 7-28.
FERNANDES, Domingos. A avaliação em educação: uma discussão de algumas questões críticas e desafios a enfrentar nos próximos anos. **Ensaio**, Rio de Janeiro, v. 21, n. 78, p. 11-34, 2013.

HADJI, C. **A avaliação, regras do jogo**: das intenções aos instrumentos. Tradução Júlia Lopes Ferreira e José Manuel Cláudio. 4. ed. Portugal: Porto, 1994.

MENDES, M. T. **Utilização da Prova em fases como recurso para aprendizagem em aulas de Cálculo**. 2014. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

MENDES, M. T.; TREVISAN, A. L.; ELIAS, H. R. A utilização de TDIC em tarefas de avaliação: uma possibilidade para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral. **Debates em Educação**, 2018, vol. 10, no 22, p. 140-163.

MOISE, E. E. **Cálculo: um curso universitário** – volume 1 – tradução de Dorival A. Mello e Renate G. Watanabe sob coordenação de Elza Furtado Gomide. São Paulo: Editora Edgar Blucher, 1972.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico.** Lisboa: DGIDC, 2009.

PALHA, S. A. G; DEKKER, Rijkje: GRAVEMEIJER, K.; VAN HOUT-WOLTERS, B. Developing shift problems to foster geometrical proof and understanding. The Journal of Mathematical Behavior. **Springer**, v. 32, p. 141 – 159, 2013.

PALHA, S. A. G.; DEKKER, R.; GRAVEMEIJER, K. The effect of shift-problem lessons in the Mathematics classroom. **International Journal of Science and Mathematics Education**, v. 13, 2015.

REZENDE, W. M. O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2003, Santos. **Anais**... Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, II, Santos: SBEM, p. 1-20. Disponível em: < http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/sipem >. Acesso em: 20 jul. 2019.

TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. Integral antes de derivada? Derivada antes de integral? Limite, no final? Uma proposta para organizar um curso de Cálculo. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 19, n. 3, 2017

TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. Ambientes de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral pautados em episódios de resolução de tarefas: uma proposta de caracterização**. Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 11, n. 1, 2018.

VALLEJO, C. A. A.; MARTÍNEZ, M.; PLUVINAGE, F. Promeoviendo el pensamiento funcional en la enseñanza de Cálculo. **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives**, v. 17, p. 137-169, 2012.

VALLEJO, C. A. A.; PLUVINAGE, F. Investigaciones sobre la enseñanza del Cálculo. **El Cálculo y su Enseñanza, Cinvestav-IPN**, v. 4, p. 57-82, 2013.