ARTICULAÇÕES ENTRE OS REGISTROS SIMBÓLICO ALGÉBRICO E GRÁFICO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS UTILIZANDO O GEOGEBRA

Wellington Fernando Delvechio Gama Garcia
Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR
wellingtondelvechio@gmail.com

Lisiane Cristina Amplatz
Universidade Estadual do Oeste do Paraná - UNIOESTE
lisianeca@gmail.com

Veridiana Rezende
Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR
rezendeveridiana@gmail.com

Resumo: O objetivo desta pesquisa é investigar o desempenho de alunos do 3º ano do Ensino Médio durante a resolução de atividades de função quadrática envolvendo a conversão entre os registros de representação simbólico algébrico e gráfico. A elaboração das atividades e as análises foram embasadas na abordagem de interpretação global, proposta por Raymond Duval e resolvidas pelos alunos com apoio do aplicativo *GeoGebra*, para smartphones. Para isso, foram selecionadas e adaptadas cinco atividades propostas por Maia (2007) em sua dissertação de Mestrado. As atividades foram aplicadas com 31 alunos de 3º Ano do Ensino Médio durante cinco encontros. Neste artigo apresentamos as análises e considerações apenas da primeira atividade cujo objetivo era estudar a representação gráfica da função quadrática a partir das variações do coeficiente *a*. Concluímos que alguns grupos de alunos conseguiram visualizar e compreender a relação entre as unidades significativas da expressão algébrica e as respectivas variáveis visuais da expressão gráfica. As maiores dificuldades dos alunos foram transpor as ideias discutidas oralmente para um relato escrito e a compreensão dos conceitos de domínio e imagem da função quadrática.

Palavras-chave: Registros de Representação Semiótica. Abordagem de Interpretação Global. Função Quadrática. GeoGebra.

INTRODUÇÃO

O conceito de função é um dos mais importantes na Matemática, porém é, também, um dos mais complexos, pois o seu estudo envolve "[...] diversos outros conceitos, propriedades, símbolos, representações, diferentes situações (tarefas matemáticas)" (BERNARDINO; GARCIA; REZENDE, 2017, p. 1).

Para Duval (2003) o pensamento em matemática é diferente em relação às outras áreas do conhecimento. Em Química ou Física, por exemplo, podemos observar, medir e, algumas vezes, até manipular os seus objetos de estudo. Porém, de acordo com Duval (2003), na

Matemática não conseguimos ter acesso ao objeto de estudo em si, a não ser pelas suas representações, o que torna o seu estudo abstrato, gerando dificuldades na sua compreensão, tanto para os alunos quanto para professores. Em pesquisas como de Pires, Merline e Magina (2015), Souza e Henriques (2014), Zuffi e Pacca (2000) e Rossini (2007) são relatadas diversas dificuldades que circundam professores e futuros professores de matemática, tais como: a elaboração e escrita de problemas e exercícios que contemplem o conceito de função de forma adequada, priorização de técnicas prontas e engessadas para resolução de exercícios e, ainda, a priorização da conversão do registro de representação simbólico algébrico para o registro de representação gráfico.

Neste contexto, Duval (2011) salienta sobre a necessidade de implementar atividades matemáticas que permitam uma *interpretação global*, ou seja, proceder de forma a privilegiar a congruência entre dois registros de representação, para que o aluno possa perceber que a modificação em uma unidade significativa na expressão algébrica determinará uma modificação na variável visual da representação gráfica. Esta prática pode ser favorecida a partir do uso de ferramentas tecnológicas, as quais permitem a realização de experimentos diversos e novas formas de investigação.

Com base nestas considerações, nos propusemos *a investigar o desempenho de alunos do 3º ano do Ensino Médio durante a resolução de atividades de função quadrática envolvendo a conversão entre os registros de representação simbólico algébrico e gráfico. A elaboração das atividades e as análises foram embasadas na abordagem de interpretação global, proposta por Raymond Duval e resolvidas pelos alunos com apoio do aplicativo GeoGebra, para smartphones.*

Para isso, selecionamos as atividades desenvolvidas e propostas por Maia (2007) em sua dissertação, titulada como *Função Quadrática: um estudo didático de uma abordagem computacional*, que teve por objetivo complementar estudos já realizados sobre a aprendizagem da função quadrática e a utilização de software computacional para este fim, a partir da aplicação de uma sequência didática para alunos de 9º ano do Ensino Fundamental.

Estas atividades, após as adaptações realizadas por nós autores, foram aplicadas em uma turma de 31 alunos de 3º Ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública do Paraná. Os alunos, dispostos em duplas ou trios e com o aplicativo *GeoGebra* instalado nos seus *smartphones*, realizaram as atividades em 5 encontros de 50 minutos cada.

Neste artigo, por conta do número de páginas, apresentaremos as análises e considerações a respeito da aplicação da primeira atividade, cujo objetivo era estudar a representação gráfica da função quadrática $f(x) = ax^2$ a partir das variações do coeficiente a, por meio do software *GeoGebra*. Na sequência, abordaremos brevemente sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, a qual fundamenta teoricamente nossas análises e considerações.

REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E O CONCEITO DE FUNÇÃO AFIM

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) enfatiza sobre a importância do estudo das funções na Educação Básica. O documento ressalta que os estudantes devem aprender sobre funções e seus gráficos, não apenas como métodos de cálculos, mas também para a análise das funções, tanto quantitativas quanto qualitativas, para

> [...] interpretar situações econômicas, sociais das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais (BRASIL, 2018, p. 533).

Além disso, a BNCC argumenta de forma positiva sobre a utilização de diferentes registros de representação no trabalho com o conceito de Função, tanto no Ensino Fundamental como no Ensino Médio, pois é fundamental para a compreensão de fatos, ideias e conceitos, bem como para a comunicação de resultados de uma atividade. Ainda, aponta que o trânsito entre os diversos registros de representação permite maior flexibilidade e fluidez na área, bem como favorece o desenvolvimento do raciocínio.

No decorrer de suas pesquisas em psicologia cognitiva desde os anos de 1970, Raymond Duval enfatizou que as "[...] dificuldades de compreensão na aprendizagem da matemática não estão relacionadas aos conceitos, mas à variedade de representações semióticas utilizadas e o uso confuso que fazem delas" (DUVAL; FREITAS; REZENDE, 2013, p. 15). Para o autor, aprendizagem matemática depende de uma atividade de produção semiótica, pois "[...] não existe acesso perceptivo, direto ou instrumental [...] aos números, às funções, às relações geométricas, ou seja, aos objetos matemáticos" (DUVAL; FREITAS; REZENDE, 2013, p. 16).

Duval (2009) alerta sobre a necessidade de se trabalhar as diferentes representações de um conceito, pois a estrita ligação a apenas uma representação poderá levar o aluno a confundir o objeto matemático com a sua representação e isso faz com que o conhecimento adquirido torne-se rapidamente inutilizado, "[...] seja por falta de atenção, seja porque eles tornam-se representações inertes não sugerindo tratamento produtor" (DUVAL, 2009, p. 14).

Ao reconhecer diferentes representações de um mesmo objeto matemático, o aluno pode optar pelo modo mais econômico e mais eficaz para se resolver a tarefa proposta, pois, "[...] tendo mais registros, há um aumento potencial de possibilidades de trocas e, por conseguinte, há um aumento também na escolha mais econômica" (MORETTI, 2002, p. 346).

Na Matemática, há grande variedade de representações, o enunciado de um problema, por exemplo, pode ser representado em língua natural e suas resoluções podem ser a partir de cálculos algébricos, numéricos, gráficos ou figuras. Duval (2003) classifica quatro grandes tipos de registros de representação, a saber: linguagem natural (associações verbais, conceituais, forma de raciocinar), sistemas de escritas - simbólico (numéricas e algébricas), figuras geométricas planas ou em perspectivas (operação operatória e não somente discursiva, construção com instrumentos) e os gráficos cartesianos (mudanças de sistemas de coordenadas, interpolação, extrapolação).

"A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação" (DUVAL, 2003, p. 14). Desta forma, Duval (2003) salienta que na resolução de um problema, um registro pode aparecer mais que outro de forma explícita e privilegiada, porém sempre deve haver a possibilidade de passar de um registro a outro. Assim, tem como hipótese fundamental que "[...] a compreensão matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas" (DUVAL, 2003, p. 15).

Para tanto, Duval (2003) argumenta sobre a necessidade de realizar transformações entre estas representações semióticas, ações classificadas pelo pesquisador em dois tipos: *tratamentos* e *conversões*. Para Damm (1999) um tratamento em uma representação "[...] é a transformação dessa representação no próprio registro onde ela foi formada" (DAMM, 1999, p. 145), ou seja, é interno a um registro. Já a conversão de uma representação "[...] é a transformação desta em uma representação em um outro registro conservando a totalidade ou uma parte do objeto matemático em questão" (DAMM, 1999, p. 146).

Dentre as dificuldades apresentadas pelos estudantes com vistas para o conceito de Função, destacamos aquelas, citadas por Duval (2011), que permeiam as representações semióticas simbólica algébrica e gráfica. O autor destaca que o ensino "[…] atém-se a passagem da equação para a sua representação gráfica com a construção ponto a ponto, esquece-se que é a passagem inversa que traz problema" (DUVAL, 2011, p. 97), ou seja, a maioria das atividades pedagógicas, sejam de livros didáticos ou materiais afins, voltam-se para a correspondência entre a representação algébrica para a representação gráfica, sem operar o processo inverso, tornando as representações gráficas “[...] obscuras para a maioria dos alunos” (DUVAL, 2011, p. 98).

Duval (2011) explica que há três abordagens possíveis para a representação gráfica, sendo que estas não operam com os mesmos dados visuais do gráfico. A *abordagem ponto a ponto*, mais comum entre as atividades pedagógicas, é utilizada para introduzir a construção gráfica a partir da associação de um par de números a um ponto no gráfico e vice-versa. Esta estratégia, não permite boa interpretação do gráfico e pode causar problemas quando se trata de passar do registro gráfico para o registro simbólico algébrico, pois se detém apenas aos pontos determinados e não ao conceito de função em si.

A *abordagem de extensão do traçado efetuado* refere-se a uma ampliação da abordagem anterior, pois não se limita aos pontos determinados previamente, mas se refere a um conjunto infinito de pontos em potencial. As duas abordagens citadas, consideram prioritariamente os dados do traçado e “[...] não as variáveis visuais pertinentes da representação gráfica” (DUVAL, 2011, p. 99). Assim, “[...] o tratamento se mantém orientado na busca de valores particulares sem se ocupar com a forma da expressão algébrica” (DUVAL, 2011, p. 99).

Em atividades cujo objetivo é partir da representação gráfica para a representação algébrica correspondente, Duval (2011) privilegia a *abordagem de interpretação global de propriedades figurais*, ou seja, é uma abordagem que requer um trabalho de congruência entre os dois registros de apresentação de um objeto, neste caso, um trabalho envolvendo a representação gráfica e algébrica da Função concomitantemente. Concordamos que a

> [...] prática sistemática da abordagem ponto a ponto não favorece a abordagem de interpretação global que é em geral deixada de lado no ensino uma vez que depende de análise semiótica visual e algébrica. Compreende-se porque a maioria dos alunos fica aquém de uma utilização correta das representações gráficas (DUVAL, 2011, p. 99).

Moretti (2003) destaca que este tipo de procedimento permite ao aluno identificar as modificações possíveis na imagem gráfica e na expressão algébrica conjuntamente. Para Duval (2011), neste tipo de abordagem busca-se perceber a associação de uma *variável visual de representação* com sua *unidade significativa da expressão algébrica*, prática que não ocorre nas abordagens anteriores visto que tiram a atenção das variáveis visuais. As unidades significativas, em uma expressão algébrica, correspondem a cada um dos símbolos, por exemplo, >, <, =, variável, símbolos de operações e sinais +, - , entre outros. O objetivo central desta abordagem é “[...] corresponder variáveis visuais pertinentes do gráfico com unidades significativas da expressão algébrica” (DUVAL, 2011, p. 100).

Esta última abordagem apresentada por Duval (2011) pode ser trabalhada em sala de aula a partir de práticas metodológicas diferenciadas, que permitam o aluno interagir e experienciar com os conceitos matemáticos e as suas diferentes representações. É neste contexto que podemos buscar apoio no uso de ferramentas tecnológicas, pois tais instrumentos favorecem as experimentações matemáticas e potencializam formas de investigação e resolução de problemas.

Com base nessas considerações, apresentamos na sequência os encaminhamentos metodológicos desta pesquisa, bem como as análises do experimento e suas considerações.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para contemplar o objetivo desta investigação tomamos as atividades apresentadas por Maia (2007) em sua dissertação *Função Quadrática: um estudo didático de uma abordagem computacional*, cujos objetivos eram: 1) abordar as construções gráficas da Função Quadrática por meio do software *Winplot*, utilizando o procedimento de interpretação global das propriedades figurais descrito por Raymond Duval; e 2) introduzir as noções de intervalo e domínio da função utilizando uma abordagem lúdica.

Participaram da pesquisa de Maia (2007) oito alunos da 8ª série do Ensino Fundamental (atualmente 9º ano) de uma escola particular situada em São Bernardo do Campo – SP, em contra turno as aulas regulares. Esta série foi escolhida pela pesquisadora, pois é onde se introduz o conceito de função e construção de gráficos de funções polinomiais de 1º e 2º graus. Os alunos trabalharam em duplas no laboratório de informática da escola durante os sete encontros com a pesquisadora. O software escolhido para a realização das tarefas fora o *Winplot*, uma vez que os alunos já o haviam utilizado em atividades sobre função polinomial de 1º grau em suas aulas regulares.

Após a análise das atividades propostas por Maia (2007), realizamos adaptações que julgamos serem necessárias. Procuramos enfatizar o que as modificações no registro algébrico levavam ao registro gráfico e as consequentes alterações no domínio e na imagem da função, fato que não foi explorado por Maia (2007). Também, incluímos seis funções nas três primeiras atividades, seguindo o mesmo padrão da autora, pois concordamos que um maior número de funções, e com o apoio do *GeoGebra*, poderia auxiliar na identificação das regras de correspondência entre os registros simbólico algébrico e gráfico.

A coleta de dados ocorreu no mês de março de 2019, em uma turma de alunos de 3º Ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública do Paraná. A turma foi indicada pela professora de Matemática da escola, a qual demonstrou interesse em colaborar com esta pesquisa. A turma dispunha de 31 alunos, os quais foram organizados em quinze grupos (duplas ou trios) durante a aplicação das atividades, ação realizada pelo primeiro autor desta pesquisa.

Durante os 5 encontros de 50 minutos cada, os alunos dispunham de materiais básicos como lápis, borracha, calculadora e foram convidados a utilizarem seus smartphones com o aplicativo *GeoGebra* instalado. Para a nossa posterior análise, todas as atividades propostas foram disponibilizadas para os alunos de forma impressa, onde puderam realizar os seus registros, e que foram recolhidas ao final de cada aula. Em virtude do número limitado de páginas para este artigo, apresentaremos as análises e considerações apenas da primeira atividade aplicada, disposta no tópico a seguir.

DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

A primeira atividade aplicada teve como objetivo estudar a representação gráfica da função quadrática $f(x) = ax^2$, a partir das variações do coeficiente a, bem como seu domínio e imagem, a partir da *abordagem de interpretação global*, proposta por Raymond Duval. Para isso, os alunos foram convidados a instalar o aplicativo *GeoGebra* em seus smartphones, para que pudessem visualizar as representações gráficas de funções quadráticas indicadas na atividade, cujo coeficiente a assumia diferentes valores positivos, negativos, inteiros e fracionários, e perceber as mudanças que ocorrem no registro gráfico a cada alteração no registro algébrico. Desta forma, enfatizamos um trabalho de correspondência entre as unidades significativas da expressão algébrica com as variáveis visuais da representação gráfica.

Atividade 1

1. Num mesmo par de eixos cartesianos desenhe, utilizando o *GeoGebra* o gráfico de:

a. $f_1(x) = x^2$
b. $f_2(x) = \frac{1}{2}x^2$
c. $f_3(x) = 5x^2$
d. $f_4(x) = 10x^2$
e. $f_5(x) = \frac{1}{4}x^2$
f. $f_6(x) = 20x^2$
g. $f_7(x) = \frac{1}{20}x^2$
h. $f_8(x) = -x^2$
i. $f_9(x) = -\frac{1}{2}x^2$
j. $f_{10}(x) = -5x^2$
k. $f_{11}(x) = -10x^2$
l. $f_{12}(x) = -\frac{1}{4}x^2$
m. $f_{13}(x) = 20x^2$
n. $f_{14}(x) = \frac{1}{20}x^2$

2. Analisando os gráficos:
a) O que é possível concluir a respeito do coeficiente de x^2 ser um número maior que zero? E menor que zero?
b) O que é possível concluir quando o valor do coeficiente *a* cresce?
c) Os gráficos possuem algum ponto em comum? Em caso positivo indique o ponto.
d) Comparando os gráficos do exercício 1, o que se pode concluir?
e) Qual é o Domínio e a Imagem das funções em cada caso?
f) O que acontece com o Domínio e com a Imagem conforme alteramos os valores dos coeficientes?

A figura 1, a seguir, apresenta a tela do aplicativo *GeoGebra* no smartphone do aluno, após a inserção das funções quadráticas descritas na atividade 1.

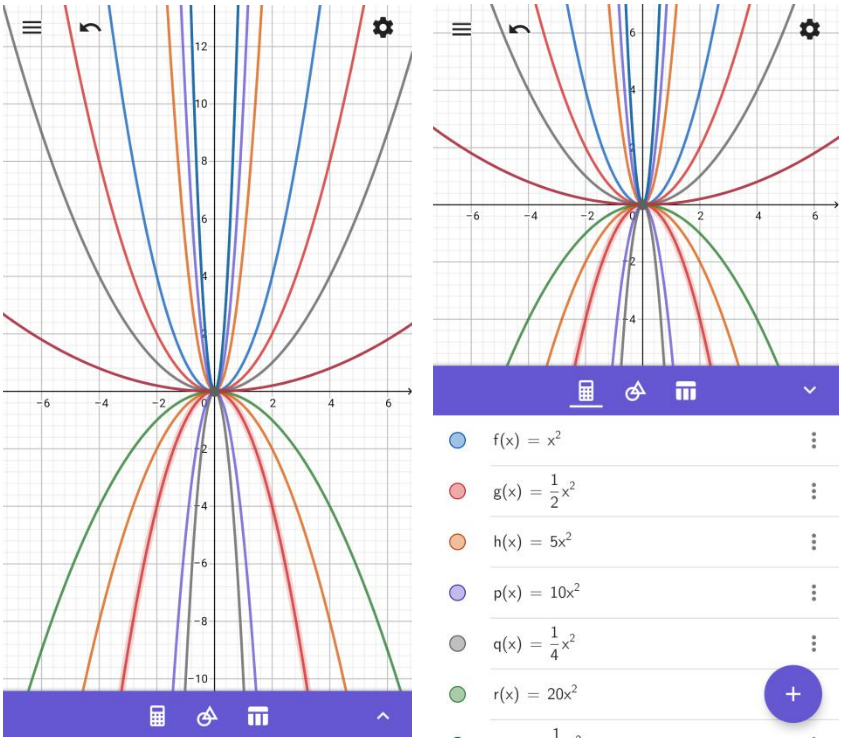


Figura 1 – apresentação das funções da atividade 1 no aplicativo *GeoGebra* no smartphone
Fonte: os autores

Na atividade 2, item (a), dos quinze grupos que realizaram a atividade neste dia, apenas seis concluíram de forma correta. Os grupos 2, 3, 4, 10, 13 e 15 perceberam, de modo adequado, a relação entre a unidade significativa da expressão algébrica, neste caso o sinal do coeficiente *a*, para a sua correspondente variável visual de representação, a concavidade para cima ou para baixo da parábola da função quadrática. Estes grupos detalharam que se o coeficiente *a* é positivo, então a representação gráfica da parábola da função quadrática é voltada para cima e quando o coeficiente *a* é negativo, a representação da parábola da função é voltada para baixo.

Os grupos 6, 8, 12 responderam, de modo incorreto, que, se o coeficiente *a* é maior que zero então a parábola é positiva, caso contrário a parábola é negativa. De forma semelhante, os grupos 5 e 7, ainda complementaram que se o coeficiente *a* é maior que zero, a parábola é positiva e crescente, se for menor que zero a parábola é negativa e decrescente. Percebemos que estes grupos não compreendem o significado do coeficiente *a*, tanto na representação algébrica quanto na gráfica, nem identificam intervalos crescentes e decrescentes ou intervalos onde o valor da função é positivo ou negativo a partir da representação gráfica da função quadrática. Em nossa análise, estes alunos associam que se a unidade significativa da expressão algébrica é positiva ou negativa, então a variável visual correspondente, parábola voltada para cima ou para baixo, também recebe esta designação. O grupo 14 nos parece ter entendimento semelhante aos grupos supracitados. Para eles "*quando for função negativa a parábola vai ter ponto máximo e a função positiva pontos mínimo*" (GRUPO 14), ou seja, novamente a associação do termo positivo ou negativo do coeficiente *a* à concavidade da parábola para cima, como positiva, e para baixo, como negativa.

Não foi possível analisar as respostas dos grupos 1 e 9, pois apresentam dados de forma incompleta, sem justificativas. O grupo 1 apenas respondeu que "*quando o coeficiente é negativo ou positivo*" (GRUPO 1) e o grupo 9 mencionou "$x > 0 = y > 0$ *e* $x < 0 = y < 0$" (GRUPO 9). Consideramos que estes não compreenderam a atividade ou não conseguiram perceber e associar a unidade significativa em questão à variável visual. O grupo 11 não apresentou resposta.

No item (b), as respostas dos grupos foram variadas e a maioria insuficiente para análise. Identificamos que apenas os grupos 2, 3, 7, 8, 9 e 15 visualizaram corretamente que a unidade significativa da expressão algébrica, neste caso o valor para o coeficiente *a* está associado a variável visual de representação abertura da concavidade da parábola, de acordo com o seu valor, ou seja, quanto maior o valor para o coeficiente *a*, sendo este positivo, menor será a abertura da parábola da função quadrática. Esta observação se deu pelos termos utilizados pelos alunos em suas respostas, tais como: "*concavidade menor*", "*mais fechada*", "*foi se achatando*", "*formato do gráfico é menor*", "*fica mais fino*" e "*a parábola não fica com aspecto de bacia*".

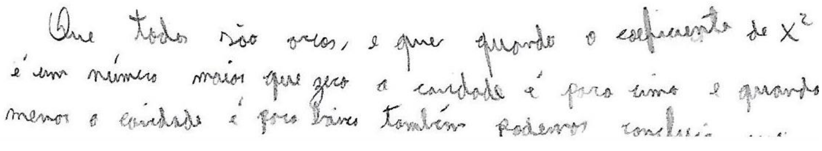
A partir da resposta dada pelo grupo 12, identificamos que estes não estabeleceram a correspondência entre a unidade significativa da expressão algébrica e a variável visual de representação em questão. Concluíram apenas que "*o gráfico permanece positivo*" (GRUPO 12) e não mencionaram outras observações. As respostas dadas pelos grupos 5, 6 e 10 são insuficientes para a nossa análise, uma vez que podem levar a diferentes interpretações. Ambos os grupos responderam que quando o valor para o coeficiente *a* aumenta, a parábola cresce, mas não justificam a que se refere ou como acontece este crescimento. Neste caso, seria necessário mais um instrumento para análise, como uma entrevista ou a gravação das discussões entre os grupos, a fim de que pudéssemos realizar uma leitura mais detalhada.

As respostas dadas pelos grupos 1, 4, 13 e 14 não condizem com o esperado para este item, pois se referem a outros elementos pertinentes as funções, como o caso do grupo 1 que mencionou que a função é constante; o grupo 4 relacionou que "*quando o coeficiente não é elevado ao quadrado a linha fica reta, e quando o coeficiente é elevado a linha vira uma parábola*" (GRUPO 4); e os grupos 13 e 14 concluíram que "*quando o x é maior que zero a parábola fica positiva e para cima*" (GRUPOS 13 e 14). O grupo 11 não respondeu o item (b).

A respeito do ponto em comum entre os gráficos, assunto abordado no item (c), treze grupos responderam que o ponto em comum é o 0. Neste caso, percebemos que os alunos não identificam os pontos da parábola como coordenadas no plano cartesiano. Apenas o grupo 8 apresentou a resposta em coordenadas, como sendo o ponto (0,0). Ainda, consideramos que o grupo 7 interpretou este item erroneamente, pois mencionaram a característica comum entre os gráficos "*o ponto em comum é que ele possui os mesmos formatos tanto positivo quanto negativo*" (GRUPO 7) e não se referiram ao ponto.

O objetivo do item (d) desta atividade era incentivar os alunos a mencionar o máximo de características observadas na variação do coeficiente *a*, a fim de que pudéssemos perceber quais correspondências entre as unidades significativas da expressão algébrica e as variáveis visuais de representação foram notadas. Em nossa análise, o grupo 2 contemplou com mais detalhes suas observações por considerar todos os itens estudados anteriormente. Retomaram as ideias de que os gráficos são arcos, que mesmo tendo utilizado a terminologia incorreta, perceberam que os gráficos são curvas e não retas. Além disso, associaram o sinal do coeficiente *a* a concavidade da parábola, bem como identificaram que o valor crescente do coeficiente *a* modifica a abertura da parábola, como mostra a resposta do grupo 2 para o item *d*.

"Que todas são arcos, e que quando o coeficiente x² é um número maior que zero a concavidade é para cima e quando menor a concavidade é para baixo também podemos concluir que quanto maior o coeficiente menor a cavidade do arco e vice-versa, o que todos os gráficos tem em comum é o ponto 0 (zero)"


Que todos são arcos, e que quando o coeficiente de x^2 é um número maior que zero a cavidade é para cima e quando menor a cavidade é para baixo também podemos conclui ...

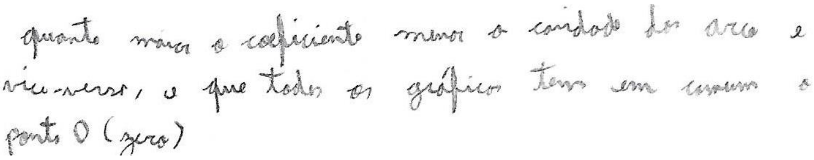


Figura 2 – Resposta para o item (d) do grupo 2.
Fonte: os autores

Os demais grupos mencionaram, ainda para o item (d), diferentes situações, como: os grupos 13, 14 e 15 abordaram apenas que todos os gráficos são parábolas, pois possuem x^2; os grupos 3, 4, 5, 8, 9 e 12 mencionaram, especificamente, sobre a variação do coeficiente *a*, destacando que as parábolas são diferentes a depender do valor para este coeficiente e retomando a ideia de que quanto maior o valor para o coeficiente *a*, menor será a abertura da parábola da função quadrática; o grupo 10 apenas mencionou que cada parábola possui uma curvatura diferente, bem como o grupo 1, que citou que as funções são crescentes e decrescentes, ambos sem justificarem suas respostas; os grupos 6 e 7 apresentam suas observações com erros, entre eles "*as parábolas podem ser positivas ou negativas*" (GRUPO 6) e "*concluímos que ambos possuem o mesmo formato só que quando está positivo ele está crescente e negativo ele está decrescente*" (GRUPO 7). Salientamos novamente que, em nossa análise, os alunos destes dois últimos grupos atribuem a mesma designação, positivo ou negativo, tanto para a unidade significativa de expressão algébrica do coeficiente *a*, quanto para a variável visual de representação concavidade da parábola. O grupo 11 não respondeu este item.

Quando lhes questionado sobre domínio e imagem, referente ao item (e), parte dos alunos da turma não sabia responder por desconhecerem os conceitos. Assim, o pesquisador, ao invés de lhes apresentar as definições, permitiu que os grupos buscassem, através da pesquisa na internet, o que eram matematicamente tais conceitos, ação que influenciou nas respostas. Assim, os grupos 3, 9, 10, 13, 15 mencionaram em suas respostas as próprias definições de domínio e imagem encontrados nos sites pesquisados.

Os grupos 2, 8 e 14 responderam diretamente que domínio e imagem nestas funções são infinitos. Porém, os grupos 2 e 14 aprofundaram suas discussões e concluíram que todas as funções quadráticas apresentadas possuem domínios infinitos, mas as funções das alternativas (a) até (g) possuem imagens infinitas e positivas e as funções das alternativas (h) até (n) possuem imagens infinitas e negativas. O grupo 14 foi o único grupo que mencionou corretamente sobre o domínio e imagem das funções como conjuntos pertencentes aos Números Reais.

Os grupos 7 e 12 apenas indicaram que o domínio está em x e a imagem em y a partir de notações diferentes, sem estabelecer relação com a funções da atividade. Os grupos 1, 4, 5 e 6 apresentaram respostas incoerentes ou insuficientes para nossa análise, como "*as funções são infinitas*" (GRUPO 4) e "*não é possível calcular o domínio e a imagem, pois as parábolas são infinitas*" (GRUPO 6). O grupo 11 não respondeu este item.

Finalmente, para o item (f), que buscava relacionar o domínio e a imagem frente às variações do coeficiente *a*, os grupos apresentaram respostas incompletas e inconsistentes, sem justificativas. Apenas os grupos 1, 3, 5, 6 e 15 perceberam que os valores para o domínio e a imagem são diferentes na medida em que o coeficiente *a* assume outros valores, mas não especificaram intervalos de valores ou justificativas para a resposta. Os grupos 4, 13 e 14, diferente dos anteriores, responderam afirmativamente, ou seja, que os valores para o domínio e a imagem continuam iguais, mesmo o coeficiente *a* assumindo valores diferentes. As respostas dos grupos 7, 9 e 10 são insuficientes para uma análise mais detalhada, pois não condizem com a proposta da tarefa. O grupo 2 respondeu igualmente ao item (e); o 12 definiu os conceitos de domínio e imagem e o 11 não respondeu novamente.

CONSIDERAÇÕES

Após analisar todos os protocolos da primeira atividade, de forma geral, consideramos que apenas os grupos, 2, 3 e 15 conseguiram visualizar e compreender integralmente a relação entre as unidades significativas da expressão algébrica envolvidas no coeficiente *a* da função quadrática $f(x) = ax^2$ e as respectivas variáveis visuais da representação gráfica. Os demais grupos tiveram uma percepção parcial, a partir da identificação de alguns elementos pertinentes a função quadrática, como o sinal do coeficiente *a* que implica na parábola ser voltada para cima ou para baixo.

A utilização do aplicativo *GeoGebra* nos smartphones dos alunos foi significativo durante a aplicação das atividades. Em todas elas pudemos perceber momentos em que os alunos, em seus próprios grupos, discutiam oralmente as suas percepções quanto ao que observavam no aplicativo. Porém, durante a análise dos protocolos, percebemos que uma das maiores dificuldades dos grupos foi transpor suas ideias verbalizadas oralmente para o papel, ou seja, após as experiências e a interação proporcionada pelo aplicativo *GeoGebra*, que permitiu a visualização das representações gráficas a partir das mudanças ocorridas nas expressões algébricas correspondentes, os alunos apresentaram dificuldades em relatar por escrito as observações realizadas pelos grupos, especialmente quanto a utilização de termos matemáticos.

Maia (2007) em sua pesquisa, concluiu que nesta primeira atividade, todos os alunos participantes perceberam que o coeficiente de x^2 implica na mudança de abertura da parábola, bem como, na concavidade voltada para cima ou para baixo. No entanto, no item (c) referente ao ponto em comum entre os gráficos, a pesquisadora também relatou que os alunos não enxergaram o ponto como coordenadas e responderam simplesmente o ponto zero, caso ocorrido em nossa pesquisa, onde 13 grupos tiveram a mesma resposta e apenas um grupo especificou o ponto comum como (0,0).

Em relação as questões referentes ao domínio e imagem da função quadrática, parte não contemplada por Maia (2007), constatamos que muitos alunos possuíam dificuldades em relação a esses conceitos, o que acarretou em respostas incoerentes e que não condiziam com o que estava sendo perguntando, como o caso das respostas dos grupos 1, 4, 5 e 6 referentes ao item (e), mencionados anteriormente.

A partir dos resultados levantados, destacamos a importância da realização de outras pesquisas que tratam da elaboração de tarefas matemáticas que enfatizem a abordagem de interpretação global, os elementos associados ao conceito de função e o estudo dos conceitos de domínio e imagem, as quais permitam ao aluno a aprendizagem de tais conceitos.

Por fim, salientamos a importância dos resultados desta pesquisa, referentes à construção e interpretação de gráficos da função quadrática junto às suas expressões algébricas, para que os professores de matemática levem em consideração as dificuldades e os erros apresentados pelos alunos durante as atividades propostas, a fim de que possam planejar e implementar ações pedagógicas diferenciadas, cujo objetivo principal remeta à aprendizagem do aluno.

REFERÊNCIAS

BERNARDINO, F.; GARCIA, W. F. D.; REZENDE, V. Pesquisas sobre Funções Afim e Quadrática publicadas em periódicos científicos de Educação Matemática. In: XIV EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática, 2017, Cascavel. **Anais** do XIV EPREM, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio.** Brasília: MEC, 2018.

DAMM, R.F. Registros de Representação. In: MACHADO, S. D. A et al. **Educação Matemática:** uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999. p. 135-153.

DUVAL, R. Registros de Representação Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em Matemática:** Registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano:** registros semióticos e aprendizagens intelectuais (fascículo I). Trad. de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. Trad. Méricles Thadeu Moretti. **REVEMAT**, Florianópolis (SC), v. 6, n. 2, p. 96-112, 2011.

DUVAL, R.; FREITAS, J. L. M.; REZENDE, V. Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 2, n. 3, jul-dez, p. 10-34, 2013.

MAIA, D. **Função Quadrática: Um estudo didático de uma abordagem computacional**. 2007. 120 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MORETTI, M. T. O papel dos Registros de Representação na aprendizagem de matemática. **Contrapontos**: Revista de Educação da Universidade do Vale do Itajaí. a. 2, n. 6, p. 343-362, Itajaí, set./dez. 2002.

MORETTI, M. T. A translação como recurso no esboço de curvas por meio da Interpretação Global de propriedades figurais. In: MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em Matemática:** Registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p. 149-160.

PIRES, R. F.; MERLINE, V. L.; MAGINA, S. M. P. Função: Concepções Manifestadas por um Grupo de Professores. **Educação Matemática em Revista**, v. 20, n. 44, p. 21-29, 2015.

ROSSINI, R. Evolução das organizações matemáticas e didáticas construídas em torno do conceito de função em uma formação de professores. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.9, n.2, p.205-247, 2007.

SOUZA, H.; HENRIQUES, A. Modelagem Matemática de Situações Reais utilizando Funções Quadráticas. **Revista Perspectiva da Educação Matemática**, v.7, n.15, p. 493-512, 2014.

ZUFFI, E. M.; PACCA, J. L. de A. Sobre funções e a Linguagem Matemática de Professores do Ensino Médio. **Revista Zetetiké**, v.8, n.13-14, p.7-28, 2000.