



REFLEÇÕES DA PRÁTICA PEDAGÓGICA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA AO DELINEAR UMA TRAJETÓRIA DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM

Cleiton Antonio Marino
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
cleitonmarino@gmail.com

Marcele Tavares Mendes
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
marceletavares@utfpr.edu.br

Resumo: Este trabalho é um recorte de uma pesquisa de mestrado que descreve e analisa uma pesquisa com uma Trajetória de Ensino e de Aprendizagem (TEA), aplicada a alunos matriculados no 6º ano do Ensino Fundamental. O objetivo geral da pesquisa foi refletir acerca de aspectos do ensino de matemática que emergem para o professor ao delinear uma Trajetória de Ensino e de Aprendizagem para o 6º ano do Ensino Fundamental à luz da Educação Matemática Realística (RME). Esta pesquisa é de natureza qualitativa de cunho interpretativo em que se utilizou de três ciclos de iteração da Pesquisa de Desenvolvimento (*Design Research*) para implementação, aplicação e revisão da TEA, composta por treze tarefas matemáticas em sua versão final, que, em comum, possuem o contexto de plantas baixas e abordam conhecimentos matemáticos classificados em conteúdos estruturantes distintos. Neste trabalho é apresentado o processo de delineamento de uma das tarefas que compõe a TEA para fazer uma análise descritiva particularizada. Reconheceu-se nessa pesquisa que o professor tem oportunidade de refletir acerca de suas ações pedagógicas, assim como planejá-las ao delinear uma TEA.

Palavras-chave: Educação Matemática. Educação Matemática Realística. Trajetória de Ensino e de Aprendizagem. Plantas Baixas.

INTRODUÇÃO

Uma das demandas emergentes na área da Educação de Matemática é o desenvolvimento de propostas didáticas que levem os alunos a desencadear processos de organização e que os levem a reconhecer a necessidade de instrumentos matemáticos e de sua manipulação correta. As tarefas que os alunos desenvolvem, em sala de aula ou em casa, aliadas a uma abordagem de ensino coerente, precisam ser selecionadas ou elaboradas de modo que possuam potencial para que os alunos explorem possibilidades de encaminhamentos, desenvolvam estratégias para resolver, analisem a relação do contexto da tarefa com a matemática e, até mesmo, a redescubram (FREUDENTHAL, 1973; SMITH; STEIN, 1998; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2010).

O modo como os conhecimentos matemáticos são trabalhados tradicionalmente pode dificultar o processo de ensino e de aprendizagem, pois, muitas vezes, são priorizados os domínios de técnicas e algoritmos para resolver exercícios e problemas, sem que seja ofertada ao aluno a possibilidade de refletir como essa matemática pode emergir a partir de ações cotidianas nos mais diversos contextos (GRAVEMEIJER, 2005).

Nessa direção, a pesquisa de mestrado, da qual esse trabalho é um recorte, apresenta análises dos aspectos que emergiram no processo de delineamento de um material didático que poderá subsidiar (ou ao menos inspirar) o trabalho pedagógico, particularmente para o 6º ano do Ensino Fundamental. Desse modo particular esse texto apresenta o contexto da pesquisa desenvolvida e o processo de delineamento de uma das tarefas com a intenção de reconhecer o potencial para a reflexão, o planejamento pedagógico e ações do professor. A questão analisada faz parte de uma Trajetória de Ensino e de Aprendizagem (TEA), um produto educacional¹ direcionado ao 6º ano do Ensino Fundamental, que aborda conteúdos de domínios matemáticos distintos² baseados no contexto de plantas baixas³.

Como uma abordagem de ensino divergente à tradicional, a Educação Matemática Realística (Realistic Mathematic Education – RME), preconizada pelo imigrante alemão Hans Freudenthal (1905-1990), na década de 1970, na Holanda, foi selecionada para o desenvolvimento da pesquisa. Nessa abordagem, o professor assume a posição de companheiro e guia do processo de aprendizagem, buscando promover o protagonismo do aluno, estimulando-o a desenvolver uma matemática própria, na direção dos objetivos curriculares.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES ACERCA DA RME

Nos anos 1960, ocorreram, na Holanda, importantes mudanças na forma de ensino e no currículo de matemática. Tais mudanças tiveram como seu principal idealizador o imigrante alemão, descendente de judeus, Hans Freudenthal (1905 - 1990), que, contrário à forma estruturalista do ensino de matemática em muitos países, decorrente do Movimento Matemática Moderna, participou ativamente no processo de elaboração de uma abordagem de ensino para o contexto holandês - a Educação Matemática Realística.

¹Disponível em: http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/3900/2/LD_PPGMAT_M_Marino%20Cleiton%20Antonio_2018_1.pdf

² Área e perímetro; conversão de medidas (metros em centímetros); adição, subtração e multiplicação de números decimais e noção intuitiva de proporcionalidade

³ Neste trabalho foi tomada como um desenho que representa às divisões dos cômodos de uma casa vista de cima.

Nessa abordagem, a matemática é vista como atividade humana (FREUDENTHAL, 1971, 1979), um produto da atividade social, construído pela humanidade para atender à necessidade de resolver problemas. Conseqüentemente, a matemática escolar não deve ser vista ou vivenciada como uma ciência pronta e acabada, uma lista de conteúdos que precisam ser trabalhados com base em conceitos e em relações matemáticas já sistematizadas. Os conhecimentos matemáticos precisam ser encarados como ferramentas que favorecem a organização de diversas situações ou contextos. Esse processo de organização foi denominado matematização (FREUDENTHAL, 1983).

É necessário que o aluno desenvolva o processo de matematização em diferentes contextos para que surjam os conceitos, propriedades, relações e teoremas matemáticos (FERREIRA; BURIASCO, 2016). Os processos de ensino e de aprendizagem precisam ser planejados de um modo que a sala de aula se transforme e seja: um ambiente de aprendizagem com tarefas que propiciem aos estudantes a oportunidade de desenvolver a matemática de forma flexível em situações que sejam significativas para eles e que tais tarefas sejam o veículo por meio do qual o professor ensine e oportunize a aprendizagem aos seus estudantes (MENDES, 2014, p. 28). As situações pelas quais podem emergir a matemática sistematizada, ou seja, que podem contribuir para que ocorra o processo de matematização na perspectiva da Educação Matemática Realística, são os contextos reais ou imagináveis para os alunos, que doravante serão denominados, nesta pesquisa, contextos realísticos.

TRAJETÓRIA DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM

A inovação curricular é moldada pelo professor ao fazer uso da abordagem de ensino RME (GRAVEMEIJER, 2005), pois ao planejar uma aula ou uma sequência de aulas, o professor escolhe um material didático, ou até mesmo elabora tarefas com uma intenção pedagógica definida e relacionada às expectativas do que o aluno deve aprender naquele dado momento. É preciso, também, prever como serão os modos de lidar dos alunos ao realizarem as tarefas, para que eles possam refletir e construir conhecimento. Ao escolher as tarefas o professor faz o exercício de reconhecer parte do currículo e como poderá ser desenvolvido em sala de aula. Não elege ou elenca a partir de um item de uma lista que compõe um documento oficial, mas avalia o potencial da tarefa e a relaciona aos itens desse currículo que podem ser abordados.

Essa forma de planejamento docente vem ao encontro do que Van den Heuvel-Panhuizen (2002, p. 32) apresenta como propósitos entrelaçados para uma TEA:

Uma trajetória de ensino e de aprendizagem tem três propósitos entrelaçados: uma trajetória de aprendizagem, uma visão geral dos processos de aprendizagem dos estudantes; uma trajetória de ensino com indicações didáticas que descrevem um ensino que articula e estimula a aprendizagem e um esboço do assunto do currículo de matemática a ser ensinado.

Apesar dessa previsão, os conteúdos selecionados pelo professor no momento do planejamento podem não ser os mesmos que os alunos irão utilizar ao lidar com a tarefa. Portanto, no planejamento docente, a TEA deve ser um instrumento que lhe proporcione uma visão global de como poderão ocorrer os processos de ensino e de aprendizagem por meio do lidar dos alunos com as tarefas que compõem a TEA, mas não ser um manual de instrução. Nessa ocasião, o professor precisa ter em mente que

[...] as Trajetórias de Ensino e Aprendizagem não são descrições rígidas dos procedimentos a serem adotados pelo professor, nem devem ser seguidas como receitas, uma vez que os estudantes podem utilizar estratégias que o professor não havia previsto, dando margem à possibilidade de reinvenção de outros conteúdos que o professor não havia descrito em sua TEA (PIRES; SILVA, 2016, p.46).

Neste trabalho, Trajetória de Ensino e de Aprendizagem (TEA) foi considerada como o conjunto de tarefas, elaboradas ou escolhidas, que são trabalhadas com um ou mais objetivos em comum, associadas ao planejamento das ações de professores e alunos e aos conteúdos que serão abordados por meio do lidar do aluno com as tarefas (MARINO, 2018).

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A análise dos dados da pesquisa aqui apresentada é de natureza qualitativa de cunho interpretativo. O fato de recolher dados no ambiente natural em que as ações ocorrem (sala de aula), descrever as situações vividas pelos participantes e refletir e interpretar os significados que estes lhes atribuem justifica a realização de uma abordagem qualitativa. O processo de delineamento da TEA se deu à luz da Pesquisa de Desenvolvimento (MATTA, SILVA, BOAVENTURA, 2014), conhecida internacionalmente como Design Research, Design-based Research ou Development Research.

No contexto da área de ensino, o estudo inicia-se com a definição do problema, com uma consulta entre os sujeitos envolvidos; passa pela formulação da questão de pesquisa; em seguida, ocorre o estudo do contexto e da literatura. Em um segundo momento, ocorre o desenvolvimento do produto, embasado em uma construção teórica, visando apresentar uma

solução para o problema definido. Posteriormente, o produto deverá ser testado, ou seja, aplicado no contexto definido. Após a implementação, os pesquisadores observam quais são as modificações necessárias, a fim de aprimorar o produto por meio de análises, avaliações e validações. As alterações são realizadas e, novamente, ocorre a utilização do produto com o público-alvo (MATTA, SILVA, BOAVENTURA, 2014). Esse ciclo pode ser repetido várias vezes com a finalidade de refinar cada vez mais o produto.

No Quadro 1, apresenta-se um resumo do caminho metodológico seguido à luz da Pesquisa Desenvolvimento.

Fase da Pesquisa	Tópicos	Passos Metodológicos da Pesquisa
Fase 1: Análise do problema por investigadores, usuários e/ou demais sujeitos envolvidos na colaboração.	Definição do problema.	Discussão entre o professor-pesquisador e sua orientadora sobre a práxis docente do orientando.
	Consulta recíproca entre sujeitos engajados na práxis e investigadores.	Apresentação e aprovação da problematização com professores que atuam no 6º ano do Ensino Fundamental.
	Questões de pesquisa.	Que aspectos a respeito do ensino de matemática emergem ao professor delinear uma Trajetória de Ensino e de Aprendizagem para o 6º ano do Ensino Fundamental à luz da Educação Matemática Realística?
	Contextualização e/ou revisão de literatura.	Definição da abordagem da RME para o produto educacional e revisão da literatura.
Fase da Pesquisa	Tópicos	Passos Metodológicos da Pesquisa
Fase 2: Desenvolvimento da proposta de solução responsiva aos princípios de <i>design</i> , às técnicas de inovação e à colaboração de todos os envolvidos.	Construção Teórica.	Estudo de textos científicos sobre a abordagem RME.
	Desenvolvimento do projeto de princípio para a orientação do plano de intervenção.	Desenvolvimento da TEA durante o curso de especialização ⁴ .
	Descrição da proposta de intervenção.	Conclusão da proposta didática, sem implementação com os alunos.
Fase 3: Ciclos iterativos de aplicação e refinamento em práxis da solução.	Implementação da intervenção (primeira iteração)	Escola em que o professor-pesquisador trabalha.
	Participantes.	Oito alunos de 6º ano do Ensino Fundamental em turmas nas quais o professor-pesquisador não atua como regente.
	Coleta de informações.	Produção escrita do aluno, diário do professor-pesquisador e gravação de áudio dos diálogos entre os sujeitos.
	Análise das informações.	Análise da produção escrita.
	Implementação da intervenção (segunda iteração)	Nova iteração após reformulação do produto.
	Participantes.	Uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental de 34 alunos na qual o professor-pesquisador é regente.
	Coleta de informações.	Produção escrita do aluno, diário do professor-pesquisador e gravação de áudio dos diálogos entre

⁴ Especialização em Educação em Matemática e Ciências da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, *Câmpus* Londrina.

		os sujeitos.
	Análise das informações.	Análise da produção escrita.
	Implementação da intervenção (terceira iteração)	Última iteração após reformulação do produto educacional na mesma instituição.
	Participantes.	Uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental de 33 alunos na qual o professor-pesquisador é regente.
	Coleta de informações.	Produção escrita do aluno, diário do professor-pesquisador e gravação de áudio dos diálogos entre os sujeitos.
	Análise das informações.	Análise da produção escrita.
Fase 4: Reflexão para produzir os “Princípios de <i>Design</i> ” e melhorar implementação da situação.	Princípios de <i>design</i> . Artefato(s) implementado(s). Desenvolvimento profissional.	Professores e investigadores obterão uma nova concepção do produto educacional após o processo de delineamento.

Quadro 1 – Caminho Metodológico embasado nas Fases da Pesquisa DBR

Fonte: (Marino, 2018, p. 28)

A proposta de problematização emergiu da práxis do professor-pesquisador que em discussões com sua orientadora, reconheceu uma fragmentação curricular de conteúdos matemáticos abordados no 6º ano de Ensino Fundamental, série em que atua há mais de cinco anos. Esse reconhecimento foi discutido e compartilhado em seu contexto escolar, e houve uma aprovação da problematização com os professores e com a equipe pedagógica, os sujeitos da práxis.

O objetivo geral da pesquisa foi assim definido: analisar o processo de desenvolvimento de uma Trajetória de Ensino e de Aprendizagem (TEA) que se configura como produto educacional, adequado aos processos de ensino e de aprendizagem e direcionado ao 6º ano do Ensino Fundamental, que aborde conteúdos de domínios matemáticos distintos baseados no contexto de plantas baixas.

O primeiro ciclo iterativo de aplicação (Fase 3 do Quadro 1) foi realizado no segundo semestre de 2017 com um grupo de 8 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual do Paraná na cidade de Londrina. A formação do grupo de alunos se deu por meio de convite feito pelos professores das turmas de 6º ano (turmas em que o professor-pesquisador não era regente) para participarem de uma atividade em período de contraturno de seus estudos regulares, e 8 alunos aceitaram o convite. A aplicação da TEA realizou-se em quatro encontros de uma hora e trinta minutos cada um.

Os dados coletados para a análise, a partir das aplicações da TEA, foram os registros no diário do professor-pesquisador, na produção escrita dos alunos e em arquivos de áudio. Os pais dos alunos e a direção da escola assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para a utilização e a divulgação dos dados. Os alunos foram renomeados, de

acordo com a ordem alfabética, para Aluno A1, Aluno A2, Aluno A3 e assim sucessivamente, sendo a letra “A” referente à primeira aplicação.

As produções dos alunos foram analisadas por meio da Análise de Produção Escrita que possibilita “compreender como eles lidam com as questões abertas de matemática, ou seja, investigar e analisar o modo como eles interpretam os enunciados das questões, as estratégias que elaboram e quais procedimentos utilizam.” (VIOLA DOS SANTOS, 2007 p.14). Houve a escuta dos áudios e a análise do diário do professor-pesquisador. Após as reflexões a partir dos dados das tarefas da TEA, e com base nelas, foram realizadas as alterações necessárias.

A segunda aplicação da TEA ocorreu no primeiro semestre de 2018, em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental em que o professor-pesquisador era o docente responsável pela disciplina de Matemática. Essa etapa ocorreu no município de Londrina em um colégio público distinto da primeira aplicação, e participaram 34 alunos matriculados. A direção do colégio concedeu a autorização e os pais de todos os alunos assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para a utilização dos dados recolhidos para fins de pesquisa. Os alunos foram renomeados, de acordo com a ordem alfabética, respectivamente para Aluno B1, Aluno B2, Aluno B3 e assim sucessivamente, sendo “B” referente à segunda aplicação. Analogamente à primeira aplicação, os dados analisados foram as produções escritas dos alunos em cada tarefa, os áudios gravados e o diário do professor-pesquisador. Foram realizadas alterações de enunciados das tarefas e criada uma tarefa intermediária com o objetivo de que o aluno percebesse a necessidade do uso adequado de escala.

Desse modo, o terceiro desenho das tarefas que compõem a TEA foi concluído e aplicado em outra turma do 6º ano do Ensino Fundamental em que o professor-pesquisador é o docente responsável pela disciplina de Matemática, no mesmo colégio em que se deu a segunda aplicação, com 33 alunos. Novamente os alunos foram renomeados, conforme a ordem alfabética, na devida ordem para Aluno C1, Aluno C2, Aluno C3 e assim continuamente, sendo “C” referente à terceira aplicação.

Assim como nos outros ciclos, os enunciados e objetivos de cada tarefa foram revisados de acordo com as necessidades observadas pela análise dos dados coletados nesse ciclo, e com os ajustes necessários na redação de algumas das tarefas que compõem a TEA consolidou-se sua versão final da TEA. Os objetivos das tarefas que compõe a TEA após o processo de delineamento são apresentados no Quadro 2.

Tarefa	Título	Objetivos
1	Desenho	Diagnosticar a percepção que o aluno possui da planta baixa de sua casa. Esse registro será utilizado posteriormente a fim de que o aluno possa comparar sua percepção inicial e após das tarefas do caderno.
2	A Casa Nova da Família Souza	Desenvolver, por meio de comparação entre os projetos apresentados, a aptidão de transcrição da linguagem técnica para a linguagem corrente das representações na planta baixa. Familiarizar os alunos com representação de uma planta baixa de uma casa.
3	A Planta Baixa Adequada	Provocar reflexões acerca da noção intuitiva de escala de planta baixa. Desenvolver ideias relativas à proporcionalidade a partir de estratégias para verificar qual das plantas baixas propostas pode representar a sala de aula com o uso de uma régua.
4	Planta Baixa da Sala de Aula	Desenvolver estratégias para medir uma parede com instrumentos de medidas menores que as próprias paredes. Manusear adequadamente um instrumento de medida de distâncias. Discutir a conversão de medidas entre metros e centímetros ao esboçarem a representação da sala de aula.
5	Momento de reflexão	Desenvolver a ideia intuitiva de proporcionalidade e lidar adequadamente com o tratamento dos dados coletados por meio de tabelas.
6	Faça em Casa	Propor ao aluno que tome as medidas dos comprimentos das paredes de sua casa a fim de desenhar a planta baixa de seu quarto.
7	Observação da Tarefa do Colega.	Provocar novas discussões sobre a utilização da escala no contexto das plantas baixas.
8	A Área e o Perímetro do seu Quarto:	Estimular a percepção do algoritmo da adição e multiplicação de números decimais, além de trabalhar novamente os conceitos de área e perímetro por meio de um contexto realístico para o aluno as medidas da parede de seu quarto.
9	A Cozinha	Trabalhar a autonomia do aluno ao lidar com os conteúdos matemáticos já trabalhados nesse Caderno de Tarefas, de modo especial os cálculos de área e perímetro.
10	O Quarto de Enzo e Lorenzo	Desenvolver estratégias para calcular a área do quarto de formato hexagonal e comparar sua área com a do outro quarto.
11	A Planta Baixa da sua Casa	Utilizar os conceitos estudados na elaboração desta planta baixa.
12	Comparação das Plantas Baixas.	Analisar a evolução dos conhecimentos matemáticos evidenciados nas produções textuais dos alunos.
13	A Casa dos Sonhos	Explorar os conceitos relativos à planta baixa desenvolvidos no decorrer das tarefas anteriores.

Quadro 2 – Objetivo de cada tarefa da quarta versão da TEA
Fonte: (Marino, 2018, p. 35)

DELINEAMENTO DE UMA TAREFA (T11 $\xrightarrow{1^{\circ} \text{ ciclo}}$ T9 $\xrightarrow{2^{\circ} \text{ ciclo}}$ T10 $\xrightarrow{3^{\circ} \text{ ciclo}}$ T10)

Para a primeira versão da TEA, o objetivo da Tarefa 11 (1ª versão da TEA) consistia em promover uma situação em que os alunos tivessem que calcular a área e o perímetro de um cômodo representado numa planta baixa, não necessariamente em formato quadrangular (Quadro 3).

A Casa do Colega
Faça o cálculo da área e do perímetro dos cômodos das casas dos colegas que o professor irá solicitar.

Quadro 3 - Primeira versão da tarefa 11
Fonte: (Marino, 2019, p. 53)

Na primeira aplicação, todos os cômodos representados nas tarefas anteriores eram quadriláteros; sendo assim, o professor-pesquisador esboçou uma planta baixa de formato hexagonal (não regular, representação na produção do aluno – Figura 5) no quadro e propôs a tarefa. De modo geral, os alunos apresentaram dificuldades em estabelecer uma estratégia para realizá-la, o professor-pesquisador precisou recorrer a questionamentos para que os alunos percebessem que, se dividissem o hexágono em dois retângulos, seria possível calcular a área dos retângulos e adicionar, conforme pode ser observado na produção do Aluno B, na Figura 1.

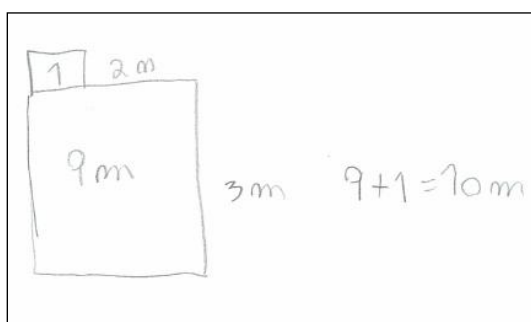


Figura 1: Produção escrita do Aluno A4 da Tarefa 11 (1ª versão da TEA).
Fonte: arquivo dos autores.

Ao reavaliar o objetivo estabelecido na Tarefa 11 (1ª versão da TEA), foi considerada a possibilidade de o enunciado já apresentar uma planta baixa, cujo formato não era de quadrilátero, conforme apresentado no Quadro 4.

O quarto de uma casa tem o seguinte formato:

a) Calcule o perímetro desse quarto.
b) Calcule a área desse quarto.

Quadro 4 – Tarefa 9 (2ª versão da TEA)
Fonte: (Marino, 2018, p. 54)

Nessa tarefa, para efetuar o cálculo do perímetro, será necessário deduzir as medidas dos dois lados da planta baixa que não são fornecidas e efetuar a adição das medidas. Na segunda aplicação, o professor-pesquisador observou que três alunos não haviam iniciado a tarefa devido a dificuldades. Reunindo os três alunos, o professor-pesquisador iniciou o diálogo apresentado no Quadro 5.

Professor-pesquisador – Vocês leram o enunciado da tarefa?
Todos concordaram.
Aluno B15 – Sim professor, mas eu não sei como calcular o perímetro sem saber todas as medidas do quarto.
Professor-pesquisador – Você consegue descobrir quais são essas medidas analisando as medidas que já possui?
Aluno B31 – Não... *pera...* se aqui em cima mede três e meio e nesse pedaço mede dois e meio, então... aqui só pode medir um metro.. é isso professor?
Professor-pesquisador (incluindo os outros dois alunos) - Vocês concordam?
Aluno B31 – Sim.
Aluno B2 – Sim. Mas e o outro lado que não sabemos quanto mede?
Aluno B15 – É só fazer a mesma coisa...
Os três alunos calcularam adequadamente a adição das medidas das seis paredes.

Quadro 5 – Diálogo durante a resolução da Tarefa 9 (2ª versão da TEA)
Fonte: (Marino, 2018, p. 56)

Observa-se, no trecho selecionado, que as intervenções orais do Professor-pesquisador, por meio dos questionamentos, contribuíram para que os alunos desenvolvessem uma estratégia para resolver o problema. É possível reconhecer nesse diálogo a presença do princípio da orientação nos questionamentos do professor-pesquisador, pois suas intervenções conduziram os alunos a desenvolverem uma estratégia para resolver o problema. Na RME, a orientação é um princípio que consiste nos direcionamentos dados pelo professor a qual proporciona ao aluno a oportunidade de elaborar sua própria matemática a partir do desenvolvimento das tarefas na direção dos objetivos educacionais (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2010).

No segundo item dessa tarefa, entretanto, a quantidade de alunos que apresentou dificuldade para resolver o problema do cálculo da área do quarto foi bem maior. O professor-pesquisador reuniu pequenos grupos de três ou quatro alunos para promover as reflexões. O Quadro 6 apresenta o diálogo com um desses grupos.

Professor-pesquisador – O que vocês entenderam do enunciado da tarefa?
Aluno B10 – Que precisa calcular o perímetro do quarto.
Aluna B17 – O perímetro, não. A área.
Aluno B10 – A área professor, a área.
Professor-pesquisador – Vocês sabem como calculam a área?
Aluna B26 – De um quadrado e um retângulo, sim, mas disso não. (Referindo-se ao formato da planta do quarto).
Professor-pesquisador – Beleza! Vamos imaginar então um bolo saindo do forno, vocês gostam de bolo?
Aluna B10 – Quem não gosta de bolo, professor?
Aluna B17 – Mas o que o bolo tem a ver com o quarto?
Professor-pesquisador – Depois você vai me responder essa pergunta. Mas continuando, vocês poderiam medir a área do bolo?
Aluna B10 – Se tivesse uma régua, sim.
Professor-pesquisador – E se eu cortasse um pedaço retangular de bolo para você (Apontando para a Aluna F), qual seria o formato do bolo que ficaria na assadeira?

Aluno B17 – Igual ao formato do quarto. É isso que o bolo tem a ver com o quarto!
Professor-pesquisador – Você saberia calcular a área do pedaço de bolo?
Aluna B17 – Sim! E depois eu preciso tirar a área do pedaço de bolo da área anterior para saber qual é a área do formato que ficou na assadeira! Dá para fazer o mesmo com o quarto! Obrigada professor!
Aluno B26 – Mas para que calcular a área do bolo que sobrou na assadeira?
Professor-pesquisador – Concordo com você, dificilmente alguém precisará calcular a área de um bolo, mas e de um quarto?
Aluno B26 – É professor, de um quarto, sim.

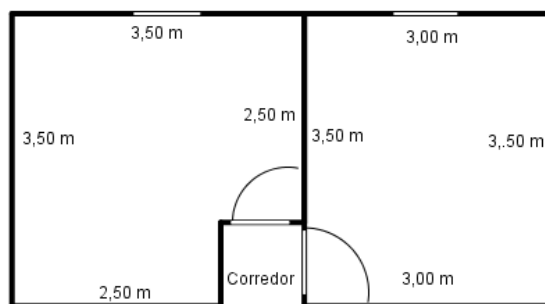
Quadro 6 – Contexto realístico resolução da Tarefa 9 (2ª versão da TEA)

Fonte: (Marino, 2018, p. 57)

Nesse segundo trecho selecionado, o Professor-pesquisador não fez somente questionamentos, como no anterior, foi necessário recorrer a outro contexto realístico para estimular reflexões que fizessem os alunos perceberem a analogia entre os contextos e pudessem elaborar uma estratégia para resolver o problema.

Ao avaliar o enunciado da Tarefa 9 (2ª versão da TEA) à luz da RME, observou-se que é possível alterar o enunciado, a fim de atribuir uma conotação realística, com o acréscimo da planta baixa de um quarto vizinho e questionar qual é o quarto que possui maior área e maior perímetro, conforme apresentado no Quadro 7.

A família Alves é composta por cinco pessoas, um casal e seus três filhos: Valentina, Enzo e Lorenzo. Essa família irá se mudar para uma casa nova. Entre os quartos destinados aos filhos, representados na planta baixa a seguir, foi decidido que Valentina ficaria com o quarto menor e que Enzo e Lorenzo dividiriam o quarto maior.



Qual será o quarto dos meninos? Justifique com os cálculos.

Quadro 7 – Enunciado da Tarefa 9 refinada (Tarefa 10 da 3ª versão da TEA)

Fonte: (Marino, 2018, p. 58)

Nessa nova versão da tarefa, foi retirada a prescrição do cálculo do perímetro, pois é incoerente com o contexto realístico incorporado. Nesse contexto, os alunos utilizam a matemática para lidar com a situação.

Durante a aplicação da tarefa foi possível perceber que os alunos compreenderam o enunciado, calcularam a área do quarto retângulo, mas demoraram para desenvolver uma estratégia que obtivesse a área do quarto hexagonal. Poucos alunos conseguiram resolver sem intervenções do professor-pesquisador ou de um colega que já havia realizado a tarefa. Ao

fazer as intervenções, o professor-pesquisador utilizou o mesmo raciocínio descrito no Quadro 6.

Após a realização da tarefa, o professor-pesquisador pediu aos alunos que tinham utilizado estratégias distintas que apresentassem para toda a turma. As análises, avaliações e validações foram momentos que possibilitam reflexão e aprimoramento da prática pedagógica, para além da criação de uma TEA desejada. Do mesmo modo, explorar contextos em tarefas de matemática em aulas desenvolvidas à luz da Educação Matemática Realística faz-se uma alternativa para superar uma abordagem tradicional de ensino de matemática.

Apesar de apresentado o delineamento de uma das tarefas da TEA neste texto, o relatório completo da pesquisa de mestrado de Marino (2018), complementa e fortalece os indícios de que os professores ao se envolverem no delineamento de TEA tem oportunidade de refletir acerca dos aspectos apresentados por agrupamentos no Quadro 8 e com isso, planejar e realizar ações pedagógicas também especificadas.

Aspectos	Ações
Confronto entre as expectativas e a realidade do modo de lidar dos alunos com as tarefas para avaliação dos seus enunciados.	<ul style="list-style-type: none"> • Exercitar a empatia, colocando-se na condição de aluno para compreender possíveis erros em seu processo de aprendizagem. • Avaliar as alterações necessárias, quando o objetivo da tarefa não for totalmente atingido. • (Re)avaliar as intenções pedagógicas das tarefas a partir da análise do modo de lidar dos alunos. • Diagnosticar a disparidade entre suas expectativas e uma situação real ao aplicar as tarefas. • Elaborar tarefas intermediárias com o objetivo de os alunos desenvolverem ideias matemáticas necessárias para realizar tarefas que não foram compreendidas ou desenvolvidas em aplicações anteriores. • Alterar o <i>design</i> da tarefa para a compreensão e organização dos dados pelos alunos.
Tomadas de decisão do professor-pesquisador, durante as aulas, diante das dificuldades dos alunos.	<ul style="list-style-type: none"> • Fazer intervenções, individuais ou coletivas no decorrer do desenvolvimento das tarefas. • Conduzir questionamentos para provocar reflexões acerca da tarefa. • Recorrer a outro contexto realístico ao realizar intervenções.
Potencialização dos princípios da RME nos enunciados das tarefas.	<ul style="list-style-type: none"> • Elaborar intervenções orais que poderão ser realizadas ao (re) elaborar uma tarefa. • Incorporar contextos realísticos em tarefas que não apresentam situações imagináveis para os alunos. • Reconhecer os princípios da RME para implementação para sala de aula no processo de delineamento da TEA.

Quadro 8 – Ações de professores que podem emergir ao delinear uma TEA

Fonte: (Marino, 2019, p. 65)

O Quadro é um construto do processo de delineamento de uma TEA destinada ao 6º ano do Ensino Fundamental à luz da RME em que foram analisadas as condutas do professor-pesquisador ao delinear a TEA e ao estruturar os enunciados das tarefas de modo adequado à RME ao longo dos três ciclos de iteração.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A TEA originada nesta pesquisa compõe um produto educacional que consiste em um caderno de tarefas intitulado “Na minha casa tem Matemática”, que é destinada a alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, todavia, pode ser aplicada para alunos das demais anos desse nível de escolaridade, desde que sejam realizados ajustes necessários nos objetivos das tarefas que as compõem, de acordo com as demandas dos alunos.

O modo como o professor-pesquisador lidou com a abordagem metodológica selecionada possibilitou-lhe refletir acerca de como os alunos lidaram com as tarefas a fim de analisar os enunciados e fazer as alterações necessárias para serem testadas no próximo ciclo de iteração. O contato com o aluno real, por meio do uso da Pesquisa de Desenvolvimento para o delineamento de materiais didáticos, pode oferecer ao elaborador dados que apontem as alterações necessárias que podem ser refutadas, validadas, ou até mesmo alteradas novamente.

Educadores matemáticos, ao elaborarem tarefas, precisam explorar situações rotineiras que possam ser organizadas matematicamente, sejam atividades profissionais, como é o caso das plantas baixas para arquitetos, engenheiros e construtores, ou quaisquer outras situações como recreativas e esportivas desde que a abordagem do contexto se configure realística para o aluno. Assim, a construção de maquetes, a realização de um orçamento ou da contabilidade de um evento, a organização de um campeonato de futsal, a observação de uma quadra poliesportiva, o planejamento para um passeio, entre muitas outras ações podem servir de contexto realístico para o ensino de matemática.

REFERÊNCIAS

FREUDENTHAL, H. **Mathematics as an Educational Task**. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1973.

FREUDENTHAL, H. Geometry between the devil and the deep sea. **Educational Studies in Mathematics**. Holanda, v. 3, n. 3-4, p. 413-435, 1971.

FREUDENTHAL, H. Matemática nova ou educação nova? **Perspectivas**, Portugal, v. 9, n.3, p. 317-328, 1979.

FREUDENTHAL, H. **Didactical phenomenology of mathematical structures**. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1983.

FERREIRA, P. E. A.; BURIASCO, R. L. C. Educação matemática realística: uma abordagem para os processos de ensino e de aprendizagem - **Educação Matemática Pesquisa**, v. 18, n. 1, 2016.

GRAVEMEIJER, K.P.E. O que torna a Matemática tão difícil e o que podemos fazer para alterar. **Educação matemática: caminhos e encruzilhadas**. Lisboa: APM, p. 83-101, 2005.

MARINO, C. A. **O processo de delineamento de uma Trajetória de Ensino e de Aprendizagem: reflexão para o ensino de Matemática**. 2018. 148 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2018.

MATTA, A. E. R.; DA SILVA, F. P. S.; BOAVENTURA, E. M. Design-based research ou pesquisa de desenvolvimento: metodologia para pesquisa metodologia para pesquisa de desenvolvimento: metodologia para pesquisa aplicada de inovação em educação do século xxi. **Revista da FAEEBA - Educação e Contemporaneidade**, v. 23, n. 42, 2014.

MENDES, M. T. **Utilização da Prova em Fases como recurso para regulação da aprendizagem em aulas de cálculo**. 2014. 275f. Trabalho Tese de doutorado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, 2014.

SMITH, M. S.; STEIN, M. K. Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice. **Mathematics Teaching in the Middle School**, v. 3, p. 344-350, Feb. 1998.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. **Los niños aprenden matemáticas**. México: Correo del maestro: La vasiya, 2010.

PIRES, M. N. M.; SILVA, Gabriel dos Santos. Trajetórias de Ensino e Aprendizagem na Formação Inicial de Professores de Matemática. **Educação Matemática em Revista**, v. abril, p. 43-51, 2016.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. **O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em matemática**. 2007. 108f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2007.