



## **PROBLEMAS MISTOS NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS**

Carla Larissa Halum Rodrigues

Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE

carlahalum@gmail.com

Veridiana Rezende

Universidade Estadual Paraná – UNESPAR

rezendeveridiana@gmail.com

### **Resumo**

A presente pesquisa consiste em uma investigação empírica sobre os problemas mistos, cujo objetivo é analisar as habilidades dos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, mediante os problemas mistos. Os referidos problemas são baseados nos pressupostos teóricos de Vergnaud, relacionado ao Campo Conceitual das Estruturas Aditivas e Multiplicativas. A investigação deu-se em dois momentos, no primeiro momento, foi realizada uma investigação da coleção de livros didáticos “Ápis Matemática”, do primeiro ao quinto ano, ocasião em que foram encontrados o total de 39 problemas mistos. Em seguida, foram aplicados quatro problemas mistos para 22 alunos com o intuito de verificar as habilidades dos alunos e o grau de dificuldade encontrado nas resoluções dos problemas por parte dos alunos. Para isso, analisou-se as resoluções de cada aluno e concluiu-se que embora alguns educandos do 5º ano apresentem conhecimentos matemáticos suficientes para resolver os referidos problemas individualmente, vários erros foram constatados em suas resoluções, tais como: erros de contagem; erros relacionados ao valor posicional; erros relacionados à operação inversa, dentre outros. Deste modo, percebe-se a importância da mediação do professor e da diversidade de situações para aprendizagem de conceitos matemáticos. No entanto, espera-se que com este trabalho os professores de matemática dos Anos Iniciais possam perceber a importância de contemplar em suas aulas os problemas relacionados aos Campos Aditivo e Multiplicativo.

**Palavras-chave:** Campo Conceitual. Ensino de Matemática. Livro didático. Problemas mistos.

### **Introdução**

Pesquisas de Gérard Vergnaud na área da Educação Matemática, em conjunto com a Psicologia Cognitiva, buscam entender como as crianças desenvolvem conceitos matemáticos ao se deparar com tarefas matemáticas. Dentre estas tarefas, citam-se os problemas mistos que contemplam problemas do Campo Conceitual Aditivo e do Campo Conceitual Multiplicativo em um único problema.

No entanto, a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), elaborada pelo pesquisador francês Gerard Vergnaud, traz muitas contribuições para a área de Didática da Matemática, ao apresentar estudos voltados para o processo de ensino e aprendizagem na matemática. Para Vergnaud (1982), o conhecimento está organizado em Campos Conceituais, dentre eles têm-se o Campo Conceitual das Estruturas Aditivas e o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas. Estes dois campos conceituais apresentam diferentes classes de situações-

problemas que oportunizam aos alunos mobilizar diferentes conceitos matemáticos, por meio da organização de esquemas<sup>1</sup>, durante a resolução dos problemas. As classes com os diferentes problemas serão discutidas no decorrer do texto.

De tal modo, a presente pesquisa foi norteada pela seguinte questão: *Como ocorre o desempenho de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental em problemas mistos condizentes a este nível de ensino?* Para responder a esta questão de pesquisa, temos como objetivo analisar as habilidades dos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, mediante os problemas mistos. Assim, propomos analisar as resoluções de quatro problemas mistos aplicados a 22 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, que retirados dos livros didáticos da coleção Ápis Matemática, especificamente do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental.

Primeiramente, analisou-se todos os livros do 1º ao 5º ano da coleção do livro didático Ápis Matemática no intuito de identificar os problemas mistos presentes na obra. A escolha dessa coleção deu-se pelo fato de os livros didáticos serem utilizados no ensino fundamental do município de Campo Mourão – Paraná, por terem sido aprovados pelo PNLD – Programa Nacional de Livros Didáticos (2018) e, conseqüentemente, por estarem de acordo com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, documento que direciona os currículos brasileiros da Educação Básica.

Segundo a BNCC (2017, p. 289), um dos objetivos de aprendizagem nos Anos Iniciais é utilizar as relações entre a adição e a subtração, bem como entre a multiplicação e a divisão, para ampliar as estratégias de cálculo. Desta forma, os alunos no 5º ano do Ensino Fundamental têm que ter a habilidade de:

Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade). Resolver e elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida. Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido. Grandezas diretamente proporcionais; Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros; Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo (BNCC 2017, p. 295).

---

<sup>1</sup> “Esquema é a organização invariante do comportamento para uma classe de situações dadas. É nos esquemas que se devem pesquisar os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória” (VERGNAUD, 1993, p. 2).

Para alcançar tais objetivos, temos como alternativa o ensino por meio das situações-problemas, entre eles os problemas mistos. A seguir, apresentamos alguns aspectos da teoria dos Campos Conceituais que subsidiou o desenvolvimento deste trabalho.

## A Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais teve início na década de 1980 na França, com o psicólogo Gérard Vergnaud, com a finalidade de explicar, principalmente, o processo da conceitualização das estruturas aditivas e multiplicativas, buscando compreender como os estudantes constroem os conhecimentos matemáticos.

Para Vergnaud (2009b), a partir do conjunto de situações e do conjunto de conceitos, ou seja, de um campo conceitual, se compreende o desenvolvimento das competências do sujeito. Ainda, para o autor, o conceito é definido como um conjunto de três subconjuntos, representado por  $C = (S, I, L)$ , dentre os quais:

- i) S - conjunto de situações que dão sentido ao conceito; ii) I - conjunto dos invariantes operatórios que estruturam a forma de organização da atividade (esquemas) suscetíveis de serem evocadas por essas situações; iii) L - conjunto das representações linguísticas e simbólicas (algébrica, gráficas...) que permitem representar os conceitos e suas relações e, conseqüentemente, as situações e os esquemas que elas evocam (VERGNAUD, 2009b, p. 29).

Neste sentido, Magina *et al.* (2010) evidencia que, para o domínio de um conceito, alguns fatores devem estar envolvidos, tais como: o fator maturacional, relacionado ao desenvolvimento biológico do sujeito; o fator experiência, que se refere à familiaridade do sujeito à situação; e o fator aprendizagem que está ligado à escola. Desta forma, a aprendizagem de um conceito pode levar anos. Nesse período o sujeito passa por inúmeras situações, vivenciadas tanto no processo escolar quanto em seu cotidiano, as quais lhe permitirá o desenvolvimento de novos esquemas para lidar com essas situações.

Concomitantemente, Vergnaud (1993, p.1) enfatiza que “por meio das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança”. Assim, um conceito não se desenvolve em uma única categoria de situações, mas em certa variedade, bem como uma situação não se analisa com ajuda de um único conceito, mas de vários. Essa diversidade de situações está presente nos problemas de estruturas aditivas e multiplicativas.

De acordo com Magina *et al.* (2014), para que as classificações do problema sejam melhor compreendidas, Vergnaud usa da distinção entre os cálculos relacional e numérico. O

cálculo numérico refere-se às operações matemática e o cálculo relacional refere-se às operações do pensamento. Ainda, para ele, a organização do cálculo relacional em diagrama auxilia o aluno a chegar ao cálculo numérico.

Vergnaud (1993) estabelece como Campo Conceitual das Estruturas Aditivas o conjunto das situações que envolvem uma ou várias adições e subtrações, além do conjunto dos conceitos e teoremas interligados a estas situações. Os problemas aditivos envolvem conceitos, de medidas, adição, subtração, transformação de tempo, relações de comparação e composição de quantidades (MAGINA *et al.* p.21, 2001).

Deste modo, Magina *et al.* (2001) fazem uma releitura do campo conceitual das estruturas aditivas, classificando os problemas aditivos em: de composição; de transformação; e de comparação. A seguir, apresentamos três classes de problemas aditivo e com o cálculo relacional, conforme propostos por Magina *et al.* (2001).

**Composição:** Nesta classe, as situações que remetem a problemas envolvem as relações entre parte e todo.

<i>Problema</i>	<i>Cálculo relacional</i>
Na escola de Marilda há 1803 alunos. São 997 no período da manhã e o restante no período da tarde. Qual o número de alunos no período da tarde?	

**Quadro 1-** Composição

Fonte: Problema adaptado de Dante (2017) pelas autoras e cálculo relacional baseado em Magina *et al.* (2001)

**Transformação:** Nestes problemas a ideia temporal está sempre envolvida. Ele estabelece uma relação entre uma quantidade inicial e uma quantidade final.

<i>Problema</i>	<i>Cálculo relacional</i>
Carlos tinha R\$ 3596,00 na poupança e tirou R\$ 1378,00 para comprar um <i>Tablet</i> . Quantos reais restaram na poupança de Carlos?	

**Quadro 2-** Transformação

Fonte: Problema adaptado de Dante (2017) pelas autoras e cálculo relacional baseado em Magina *et al.* (2001)

**Comparação:** Esta classe engloba os problemas nos quais é possível comparar duas quantidades, denominadas como referente e referido, e cuja relação é sempre presente.

<i>Problema</i>	<i>Cálculo relacional</i>
Márcio tem R\$ 900,00 e Carlos tem R\$400,00. Quanto Márcio tem a mais que Carlos?	

**Quadro 3-** Comparação

Fonte: Problema adaptado de Dante (2017) pelas autoras e cálculo relacional baseado em Magina *et al.* (2001)

Segundo Vergnaud (1993), o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas é um conjunto de situações que envolvem uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação entre elas, e o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações. Corroborando com Magina *et al.*, os problemas multiplicativos envolvem conceitos, como: fração, função linear, bilinear, e não linear, composição de funções lineares, razão, taxa, proporção, análise dimensional, combinação, produto cartesiano, área, volume, isomorfismo, entre outros” (Magina *et al.* p.24, 2014).

Na Teoria dos Campos Conceituais os problemas de estruturas multiplicativas são classificados por Vergnaud da seguinte forma: Comparação multiplicativa; Proporção simples; Produto cartesiano; Função bilinear e Proporcionalidade múltipla. A seguir, serão apresentadas a descrição de cada uma das classes de problemas do Campo Conceitual Multiplicativo e o cálculo relacional, baseado no livro de Magina *et al.* (2014).

**Comparação multiplicativa:** Nessa classe, duas grandezas de mesma natureza são comparadas de forma multiplicativa por um escalar (uma razão ou relação) – sendo uma o referente (R) e outra o referido (r).

<i>Problema</i>	<i>Cálculo relacional</i>
Uma loja do Shopping vende tudo 3 vezes mais caro que a lojinha da esquina. Uma sandália custa 6,00 na lojinha da esquina. Quanto a mesma sandália custa na loja do Shopping?	

**Quadro 4-** Comparação multiplicativa

Fonte: Magina *et al.* (2014)

**Proporção Simples:** Estes problemas, trazem situações em que se tem uma relação de proporcionalidade entre quatro grandezas, duas a duas de mesma espécie – que estão relacionadas por uma taxa entre as grandezas de diferentes espécies.

<i>Problema</i>	<i>Cálculo relacional</i>	
Marcos completou 3 páginas do álbum dele com 5 figurinhas em cada página. Quantas figurinhas ele usou para isso?	Páginas do álbum	Figurinhas

**Quadro 5-** Proporção simples

Fonte: Problema adaptado de Dante (2017) pelas autoras e cálculo relacional baseado em Magina *et al.* (2014)

**Produto cartesiano:** Nesta classe a multiplicação assume o significado de “produtos cartesianos”, quando uma nova grandeza é obtida como produto de duas (ou mais) outras, como é o caso da área, volume e combinações, sem que uma grandeza dependa da outra.

<i>Problema</i>	<i>Cálculo relacional</i>	
As árvores nessa plantação estão em disposição retangular com 4 linhas e 5 colunas. Qual é o número total de árvores?	1 5 colunas	

**Quadro 6-** Produto cartesiano

Fonte: Problema adaptado de Dante (2017) pelas autoras e cálculo relacional baseado em Magina *et al.* (2014)

**Função bilinear:** Nesta classe há uma proporção simples para cada uma das grandezas envolvidas em relação uma a outra, com “taxa diferente de um”.

<i>Problema</i>	<i>Cálculo relacional</i>	
Uma escrivaninha tem 4 gavetas. Em cada gaveta há 5 pastas e em cada pasta há 30 fichas. Qual é total de fichas nessa escrivaninha?		

**Quadro 7-** Função bilinear.

Fonte: Problema adaptado de Dante (2017) pelas autoras e cálculo relacional baseado em Magina *et al.* (2014)

**Proporção múltipla:** Nesta situação, ao alterar-se o valor de qualquer das grandezas envolvidas alteram-se todas elas.

<i>Problema</i>	<i>Cálculo relacional</i>												
A receita da massa de pastel do “seu” Manoel é assim: para cada copo de leite ele usa 3 ovos, e para cada ovo, 2 xícaras de farinha. Para fazer a massa usando 2 copos de leite, quantas xícaras de farinha ele vai precisar?	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Copos de leite</th> <th>Ovos</th> <th>Copos de farinha</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td>2</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td><input type="text" value="6"/></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td><input type="text" value="12"/></td> </tr> </tbody> </table>	Copos de leite	Ovos	Copos de farinha			2			<input type="text" value="6"/>			<input type="text" value="12"/>
Copos de leite	Ovos	Copos de farinha											
		2											
		<input type="text" value="6"/>											
		<input type="text" value="12"/>											

**Quadro 8-** Função bilinear.  
Fonte: Magina *et al.* (2014)

Estes problemas auxiliam os professores no ensino e confere a oportunidade os alunos para desenvolverem o raciocínio e a superarem as suas dificuldades, implicando no aumento do conhecimento das operações, o que torna o ensino mais significativo. Corroborando com Magina *et al.* (p. 91, 2014), os diferentes problemas devem ser apresentados gradativamente, desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, mas não se pode esperar que os alunos tenham domínio dos problemas mais complexos.

Além dos problemas aditivos e multiplicativos tem-se os problemas mistos, que, de acordo com Vergnaud (2009a) contempla relações dos Campos Conceituais Multiplicativo e Aditivo, ou seja, problemas que envolvem simultaneamente as operações de multiplicação e adição ou suas operações inversas. A seguir, apresenta-se um exemplo de problema misto.

<i>Problema</i>	<i>Cálculo relacional</i>									
Marta tinha 6 notas de R\$ 20,00 e fez uma compra de R\$ 90,00. Com quanto ela ainda ficou?	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Notas</th> <th>Valores</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td><input type="text" value="6"/></td> </tr> <tr> <td></td> <td><input type="text" value="20"/></td> </tr> </tbody> </table>	Notas	Valores				<input type="text" value="6"/>		<input type="text" value="20"/>	<p></p> <p><input type="text" value="R\$ 90,00"/> Estado inicial</p> <p><input type="text"/> Estado final</p>
Notas	Valores									
	<input type="text" value="6"/>									
	<input type="text" value="20"/>									

**Quadro 9-** Problema misto.

Fonte: Problema adaptado de Dante (2017) pelas autoras e cálculo relacional baseado em Magina *et al.* (2014).

Na sequência, serão apresentadas as análises referente aos problemas mistos aplicados a alunos do 5º ano.

## Análise e discussão dos resultados

Ao analisar individualmente todos os problemas mistos presentes nos cinco (05) volumes da coleção de Luiz Roberto Dante – PNLD 2017, foram identificados 39 desses problemas, sendo 4 no segundo ano, 7 no terceiro ano, 15 no quarto e 13 no quinto ano, conforme dados do Quadro 10. Não foram identificados problemas mistos no primeiro ano. Entendemos que isso ocorre pelo fato de os alunos do primeiro ano ainda não apresentarem um raciocínio matemático mais elaborado que os possibilite a resolução deste tipo de problema.

**Tabela 1** - Quantidade de problemas mistos presentes nas coleções analisadas.

Classificação	1º ano	2º ano	3ºano	4ºano	5ºano	Total
Problemas mistos	0	4	7	15	13	39

Fonte: Autoras da pesquisa

Essas informações sobre os problemas mistos nos despertou o interesse em realizar um estudo de caso com uma turma de 5º ano de uma escola municipal da cidade de Campo Mourão, com a finalidade de investigar se estes alunos apresentam conhecimentos matemáticos necessários para resolverem os problemas mistos. A pesquisa contou com a participação de 22 alunos do 5º ano, que para manter o anonimato foram identificados por A1, A2, A3, A4, ..., A22.

Para isso, foi criada uma tarefa com quatro problemas mistos, retirados dos livros didáticos da coleção Ápis Matemática do Ensino Fundamental do 1º ao 5º ano. A coleta de dados foi efetuada com base nas resoluções escritas dos estudantes. Para as análises foram apresentados os problemas mistos denominados P1, P2, P3 e P4, na sequência de cada problema apresentamos um quadro que contém as resoluções quantificadas e classificadas em corretas, incorretas e em branco e os tipos de erros manifestados. Como pode-se ver a seguir:

- ✓ P1: Maria e a irmã vão visitar uma tia que mora em outro estado. Elas compraram as passagens aéreas de ida por R\$ 800,00 e as passagens de volta em uma promoção, por R\$ 400,00. O total da compra será pago em 4 prestações iguais. Qual é o valor de cada prestação?

Problema	Resoluções corretas	Resoluções incorretas	Resoluções em branco	Tipos de erros manifestados
----------	---------------------	-----------------------	----------------------	-----------------------------

P1	3	17	1	<p>Acertou o algoritmo da adição, porém, no algoritmo da divisão o divisor não corresponde ao do enunciado (A2).</p> <p>Acertou o algoritmo da adição, porém, ao realizar o outro cálculo errou na escolha do algoritmo (A3) (A6) (A8) (A11) (A13) (A15) (A16).</p> <p>Errou nas escolhas dos algoritmos (A4) (A5) (A7) (A10).</p> <p>Utilizando inicialmente o algoritmo da divisão, fez somente uma parte do problema (A9).</p> <p>Errou nas escolhas dos algoritmos e na adição entre as relações (A12).</p> <p>Errou na interpretação do problema e no cálculo da divisão (A14).</p> <p>Errou na interpretação do problema (A18).</p> <p>Errou na interpretação do problema, e fez somente uma parte do problema (A19) (A22).</p>
----	---	----	---	---

**Quadro 10** - Síntese das análises das resoluções do problema P1

Fonte: As autoras

- ✓ P2: Edna trabalha em uma biblioteca. Dos 1400 livros que tinha para arrumar, ela separou 1238 livros para colocar nas estantes. O restante ela guardou em caixas em que cabiam 18 livros cada uma. De quantas caixas ela precisou?

Problema	Resoluções corretas	Resoluções incorretas	Resoluções em branco	Tipos de erros manifestados
P2	12	9	1	<p>Acertou o algoritmo da subtração, porém, ao realizar o outro cálculo errou na escolha do algoritmo (A4).</p> <p>Errou ao realizar a divisão (A5) (A7) (A17).</p> <p>Errou na interpretação do problema e nas escolhas dos algoritmos (A8).</p> <p>Acertou o algoritmo da subtração, porém, fez somente uma parte do problema (A10) (A12) (A20).</p> <p>Escolheu corretamente os algoritmos, porém, errou na subtração e assim ao realizar a operação de divisão obteve outro valor para o dividendo (A13).</p>

**Quadro 11** - Síntese das análises das resoluções do problema P2

Fonte: As autoras

- ✓ P3: Para colocar 10 litros de gasolina no carro, Laércio gastou R\$ 40,00. No mesmo posto, Maurício colocou 16 litros de gasolina no carro e pagou com uma nota de R\$ 100,00. Quanto Maurício recebeu de troco?

Problema	Resoluções corretas	Resoluções incorretas	Resoluções em branco	Tipos de erros manifestados
P3	2	11	9	Errou na operação de subtração e fez somente uma parte do problema (A2). Errou na operação de multiplicação e fez somente uma parte do problema (A3). Acertou na escolha dos algoritmos, mas errou na operação de multiplicação (A22). Errou na interpretação do problema, utilizando os algoritmos errados, com os números inadequados (A4) (A7) (A9) (A15) (A16) (A21). Errou na escolha do algoritmo e na operação de subtração (A12). Escolheu corretamente os algoritmos, porém, errou na subtração (A17).

**Quadro 12** - Síntese das análises das resoluções do problema P3

Fonte: As autoras

- ✓ P4: Marcela comprou 4 mochilas iguais para ela e os irmãos, pagou com 70,00 e recebeu R\$ 6,00 de troco. Quando cada mochila custou?

Problema	Resoluções corretas	Resoluções incorretas	Resoluções em branco	Tipos de erros manifestados
P4	5	13	4	Errou na interpretação do problema, e fez somente uma parte do problema (A3) (A14) (A19). Errou na interpretação do problema, utilizando os algoritmos errados, com os números inadequados (A6) (A7) (A8) (A10) (A12) (A18) (A21). Errou na escolha do algoritmo, e fez somente uma parte do problema (A11) (A20). Errou na operação de divisão (A13).

**Quadro 13** - Síntese das análises das resoluções do problema P4

Fonte: As autoras

Foram consideradas as resoluções em branco aquelas em que os alunos não apresentaram nenhum registro de solução, as quais totalizaram 15. Acredita-se que isso aconteceu pelo fato de os alunos não conseguirem compreender o problema, o que leva a pensar que esses tipos de problemas mistos precisam ser mais explorados nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A seguir, apresentamos os quadros 15, 16, 17 e 18 que contém os registros escritos e os principais erros manifestados nas resoluções dos alunos.

<p>P1: Maria e a irmã vão visitar uma tia que mora em outro estado. Elas compraram as passagens aéreas de ida por R\$ 800,00 e as passagens de volta em uma promoção, por R\$ 400,00. O total da compra será pago em 4 prestações iguais. Qual é o valor de cada prestação?</p>	
<p>Protocolo do aluno A6.</p> $\begin{array}{r} +800 \\ 900 \\ \hline 1700 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1200 \\ \times 4 \\ \hline 4800 \end{array}$	<p>Protocolo do aluno A9.</p> $\begin{array}{r} 800,00 \\ - 800,00 \\ \hline 000,00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 14 \\ \hline 200,00 \end{array}$
<p>Protocolo do aluno A14.</p> $\begin{array}{r} +400 \\ 400 \\ \hline 800 \end{array} \quad \begin{array}{r} +800 \\ 800 \\ \hline 1600 \end{array} \quad \begin{array}{r} +1600 \\ 800 \\ \hline 2400 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2400 \\ \div 4 \\ \hline 600 \end{array}$	

**Quadro 14** - Resoluções incorretas dos alunos relacionadas ao problema P1  
Fonte: As autoras

No problema P1, o A6 acertou o algoritmo da adição, porém, ao realizar outro cálculo ele errou na escolha do algoritmo. Isto nos leva ao entendimento que os alunos não sabiam o significado do termo prestação e por isso erraram na escolha do algoritmo. Os alunos que também apresentaram este erro foram A3, A8, A11, A13, A15 e A16. Como podemos ver no protocolo do A9, ele fez outra estratégia de resoluções, utilizou inicialmente o algoritmo da divisão, porém fez somente uma parte do problema. Já o A14 errou na interpretação do problema, compreendendo que cada passageiro pagou R\$800,00 na passagem de ida e R\$400,00 na passagem de volta e não que ambas pagaram R\$800,00 na passagem de ida e R\$400,00 na passagem de volta, além disso, no cálculo da divisão ele baixou os zeros do dividendo, mas colocou somente um no quociente.

<p>P2: Edna trabalha em uma biblioteca. Dos 1400 livros que tinha para arrumar, ela separou 1238 livros para colocar nas estantes. O restante ela guardou em caixas em que cabiam 18 livros cada uma. De quantas caixas ela precisou?</p>		
<p>Protocolo do aluno A13.</p> $\begin{array}{r} 1400 \\ -1238 \\ \hline 238 \end{array} \quad \begin{array}{r} 238 \\ \times 18 \\ \hline 058 \\ 1904 \\ \hline 4284 \end{array}$	<p>Protocolo do aluno A8.</p> $\begin{array}{r} 1238 \\ \times 18 \\ \hline 9904 \\ 12384 \\ \hline 22284 \end{array} \quad \begin{array}{r} 22284 \\ \div 18 \\ \hline 1238 \end{array}$	<p>Protocolo do aluno A17.</p> $\begin{array}{r} 1400 \\ -1238 \\ \hline 0162 \end{array} \quad \begin{array}{r} 162 \\ \times 18 \\ \hline 1398 \\ 028 \\ \hline 2880 \end{array}$

**Quadro 15** - Resoluções incorretas dos alunos relacionadas ao problema P2  
Fonte: As autoras

No que se refere a resolução do A13, percebeu-se que ele escolheu corretamente os algoritmos, porém, errou no cálculo da subtração, não realizando o destroca da dezena e da centena e assim ao realizar a operação de divisão obteve outro valor para o dividendo. Este erro pode ter sido por falta de atenção ou ser um erro conceitual diante da operação de subtração. O A8 errou na interpretação do problema e nas escolhas dos algoritmos. Já o A17, A5 e o A7 erraram ao realizar a divisão.

P3: Para colocar 10 litros de gasolina no carro, Laércio gastou R\$ 40,00. No mesmo posto, Maurício colocou 16 litros de gasolina no carro e pagou com uma nota de R\$ 100,00. Quanto Maurício recebeu de troco?		
Protocolo do aluno A3. 	Protocolo do aluno A16. 	Protocolo do aluno A17. 

**Quadro 16** - Resoluções incorretas dos alunos relacionadas ao problema P3.  
Fonte: As autoras.

Notou-se que o A3 errou na operação de multiplicação, em relação a tabuada do 4 e fez somente uma parte do problema. Já o A16 errou na interpretação do problema, utilizando os algoritmos errados, com os números inadequados. Os alunos que também mobilizaram este erro: A4, A7, A9, A15 e o A21. No que se refere ao A17, ele escolheu corretamente os algoritmos, porém, errou no cálculo da subtração (A17).

Na pesquisa realizada por Batista (1995), que envolveu 185 crianças de 2ª, 3ª e 4ª séries foram constatadas incompreensões do valor posicional. Segundo a pesquisadora, os alunos, no início da 2ª série (3º ano do Ensino Fundamental) apresentam grandes dificuldades com a adição de dois algarismos com agrupamentos, e alunos da 3ª série (4º ano do Ensino Fundamental) indicam muitas dificuldades com a operação de subtração com desaguamentos.

P4: Marcela comprou 4 mochilas iguais para ela e os irmãos, pagou com 70,00 e recebeu R\$6,00 de troco. Quando cada mochila custou?		
Protocolo do aluno A3. 	Protocolo do aluno A16. 	Protocolo do aluno A13. 

### **Quadro 17** - Resoluções incorretas dos alunos relacionadas ao problema P1

Fonte: As autoras

Em relação ao A3, ele errou na interpretação do problema, no momento que não considerou o troco, deste modo ele tentou fazer somente uma parte do problema. Os alunos que também apresentaram este erro: A1 e A19. Já o A6 errou na interpretação do problema, utilizando os algoritmos errados, com os números inadequados. Os alunos que também apresentaram este erro: A7, A8, A10, A12, A18 e A21. O A 13 errou na operação de divisão. Na pesquisa realizada por Benvenuti (2008), que envolveu 41 alunos da 5ª série (atual 5º ano do Ensino Fundamental) foram constatados que os tipos de erros mais frequente na operação de divisão estão relacionados a tabuada e aos procedimentos na execução do algoritmo.

Dentre os principais erros identificados na resolução dos problemas mistos foram: uso da operação inversa (ao invés de operar com uma subtração, realizou uma adição, ao invés de operar com uma divisão, realizou uma multiplicação ou vice e versa), erros nos cálculos e no valor posicional (na contagem, no procedimento de destroca). Segundo Piaget (1976), no processo de construção das estruturas lógicas, os erros são produzidos como resultado dos conflitos cognitivos que os sujeitos vivem no esforço para se adaptarem a novas situações.

Além destes erros, verificou-se a dificuldade de interpretar corretamente o problema e/ou fizeram somente uma parte do problema, bem como a ausência de notações matemáticas como sinais de adição, subtração, dentre outros. Nestes casos, entendemos que os alunos precisam da mediação do professor, que por meio de questionamentos ele possa levar os alunos a perceberem seus erros e continuarem na busca da resolução do problema.

Ao analisar as respostas dos alunos, percebeu-se que a maioria deles apresentaram dificuldades em compreender os problemas, o que não quer dizer que não tenham competência para resolvê-los. De acordo com Magina *et al.* (2001, p.61), a maioria dos tipos de raciocínios nas situações-problema não acontece espontaneamente e dependerá da atuação competente do professor em construí-los com seus alunos. Deste modo, destacamos a importância da mediação do professor e de seu conhecimento a respeito dos possíveis erros a serem mobilizados por seus alunos, conforme exemplos identificados neste trabalho, para contribuir com a aprendizagem dos alunos no decorrer do processo escolar.

### **Considerações finais**

A realização da pesquisa se deu com respaldo na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1982, 1993, 2009a e 2009b), com contribuições de Magina *et al.* (2001, 2010 e 2014) especificamente no que diz respeito às classes de problemas de Estruturas Aditivas e Multiplicativas e Dante, autor dos livros didáticos da coleção *Ápis matemática*. A partir deste estudo, foram encontrados na coleção dos livros didáticos o total de 39 problemas mistos, e destes problemas quatro foram aplicados com 22 alunos do 5º ano. Ao analisar as resoluções dos problemas mistos verificou-se que alunos do 5º ano do Ensino Fundamental apresentam conhecimentos matemáticos que possibilitam resolvê-los, porém precisam de diversas situações e mediações para se adaptarem a este tipo de problema.

Ao fazer as análises das resoluções dos alunos verificaram-se vários erros, tais como: erros de contagem; erros relacionados ao valor posicional; e erros relacionados a operação inversa, dentre outros. Para Teixeira (1997, p.51), o erro é visto “como manifestação da falta de coordenação entre esquemas, pode advir de dificuldades em qualquer dos conjuntos necessários à formação do conceito: seja das situações, dos invariantes construídos ou das representações simbólicas”.

Isso leva ao diagnóstico de que o professor precisa oferecer aos alunos situações que lhes permitam superar esses erros para possibilitar a expansão do conhecimento matemático. Segundo Magina *et al.* (2001) o conhecimento conceitual do aluno leva muitos anos e os professores devem estar conscientes dos resultados a longo prazo do processo de ensino e aprendizagem. Por isso, considera-se importante o trabalho com diversas situações-problemas desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

No entanto, o ensino por meio de situações-problema torna-se mais desafiador e produtivo, contribuindo com a superações das dificuldades dos alunos e com a compreensões de conceitos. Então, espera-se que este trabalho proporcione reflexões aos professores e futuros professores que ensinam matemática a respeito da importância de contemplar em suas aulas as diferentes situações-problema envolvendo os Campos Conceituais Aditivo e Multiplicativo.

## Referências

BATISTA, C. G. Fracasso Escolar: análise de erros em operações matemáticas. **Zetetikè**. Ano 3, n.4, pp. 61-72, 1995.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base**. Brasília, 2017.

BENVENUTTI, Luciana Cardoso. **A operação divisão: um estudo com alunos da 5ª série.** 2008. 60f. Dissertação (Mestrado em Educação) — Universidade do Vale do Itajaí, UNIVALI, Itajaí (SC).

DANTE, L.R. *Ápis Matemática – 1º ano. 3ª edição*, São Paulo: Editora Ática, 2017.

DANTE, L.R. *Ápis Matemática – 2º ano. 3ª edição*, São Paulo: Editora Ática, 2017.

DANTE, L.R. *Ápis Matemática – 3º ano. 3ª edição*, São Paulo: Editora Ática, 2017.

DANTE, L.R. *Ápis Matemática – 4º ano. 3ª edição*, São Paulo: Editora Ática, 2017.

DANTE, L.R. *Ápis Matemática – 5º ano. 3ª edição*, São Paulo: Editora Ática, 2017.

MAGINA, C.; SPINILLO, A; CAMPOS, T. M. M.; GITIRANA, V. **Repensando multiplicação e adição: contribuições da teoria dos campos conceituais.** 1 ed. – São Paulo: PROEM, 2014.

MAGINA, S. M. P; SANTANA, E. R. S.; CARZOLA, I. M.; CAMPO, T. M.M. **As Estratégias de Resolução de Problemas das Estruturas Aditivas nas Quatro Primeiras Séries do Ensino Fundamental.** ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp – v. 18 n. 34 – jul/dez – 2010.

MAGINA, S; CAMPOS, T; NUNES, T; GITIRANA, V. **Repensando Adição e Subtração: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais.** São Paulo: PROEM, 2001.

PIAGET, J. **A equilibração das estruturas cognitivas.** Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

TEIXEIRA, L. R. M. **A análise de erros: uma perspectiva cognitiva para compreender o processo de aprendizagem de conteúdos matemáticos.** In: Nuances - Vol. III - Setembro de 1997, p. 47-52.

VERGNAUD, G. **A Criança, a matemática e a Realidade.** Trad. Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Editora UFPR, 2009a.

VERGNAUD, G. **Qu'est-ce qu'apprendre.** In: Actes du Colloque IUFM du Pole Nordest des IUFM. Les affets des pratiques enseignantes sur les apprentissages des eleves. Besançon, 2007. Traduzido por: BITTAR M.; MUNIZ C. A. A aprendizagem matemática na perspectiva dos Campo conceituais. 1ed.- Curitiba: Editora CRV, 2009b.

VERGNAUD, G. **Teoria dos Campos Conceituais.** Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1993, p.1-16.

VERGNAUD, G. **A Classification of Cognitive Tasks and Operations of Thought Involved in Addition and Subtraction Problems.** In. T. Carpenter; T. Romberg; J. Moser (Eds.). Addition and Subtraction: a cognitive Perspective. New Jersey: Lawrence Erlbaum, 1982. p. 39-59.