A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA ATRAVÉS DE JOGOS

Luzia da Costa Tonon Martarelli
Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro – UNIRIO
luzia.tonon@uniriotec.br

Brendow Pena de Mattos Souto
Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro - UNIRIO
brendowpena9@gmail.com

Resumo: Dentre os diversos recursos disponíveis para que o professor de matemática atue com seus alunos, o uso de jogos como estratégia pedagógica não costuma ser explorado. Desejamos mostrar como os jogos podem ocupar um lugar central como estratégia pedagógica no ensino de matemática. Para isso, será apresentado o Jogo da Senha, que através do questionário do aluno, trabalha a construção do conhecimento de análise combinatória. Esta atividade faz parte do curso Jogos & Matemática que é oferecido como projeto de extensão da UNIRIO.
Palavras-chave: Jogos de matemática. Ensino de matemática. Prática docente.

INTRODUÇÃO

Análise combinatória é um dos conteúdos que não costuma ser abordado na educação básica. Dentre os motivos alegados para isso, se destacam a dificuldade na interpretação de problemas, a falta de uma preparação para o raciocínio combinatório no Ensino Fundamental – quando comumente a análise combinatória é um conteúdo do Ensino Médio – a variedade de possíveis heurísticas na resolução dos problemas, a dificuldade em estimar se um resultado é correto ou não e, não menos importante, falhas na formação dos professores que ensinam matemática.

Segundo Pessoa e Borba (2009), mesmo crianças no Ensino Fundamental I (do primeiro ao quinto ano de escolaridade) podem realizar atividades de análise combinatória e resolver problemas, com base em suas próprias estratégias de cálculo. Para essas autoras, o desenvolvimento conceitual do raciocínio combinatório "é um modo especial de pensamento lógico-dedutivo e, em uso pleno, denota um mais alto nível de desenvolvimento cognitivo" (BORBA; PESSOA; ROCHA, 2013, p. 2).

A parte principal da análise combinatória é estudar maneiras de contar o número de elementos de um determinado conjunto finito sem precisar enumerar cada caso. Isso é

[1]Temos um blog e uma página no facebook, https://jogosmatunirio.wordpress.com/jogos/ e https://www.facebook.com/jogosmatunirio/ onde registramos todos os trabalhos realizados até agora.

necessário porque muitos conjuntos que aparecem nos problemas são grandes, o que seria inviável enumerar cada caso, gastaria muito tempo com enorme chances de erros, por exemplo, contar um determinado elemento mais de uma vez. E a base para isso é o princípio da multiplicação juntamente com o princípio da adição. O livro texto “Análise Combinatória e Probabilidade” nos foi de grande auxílio porque traz o ensino de análise combinatória através de problemas iniciais e a partir destes os conteúdos vão sendo construídos (MORGADO et al., 2006).

Encontramos nos Parâmetros Curriculares Nacionais a base para o que acreditamos:

> A contagem, ao mesmo tempo em que possibilita uma abordagem mais completa da probabilidade por si só, permite o desenvolvimento de uma nova forma de pensar em Matemática, denominada raciocínio combinatório. Ou seja, decidir sobre a forma mais adequada de organizar números ou informações para poder contar os casos possíveis não deve ser aprendido como uma lista de fórmulas, mas como um processo que exige a construção de um modelo simplificado e explicativo da situação (BRASIL, 1999, p. 54).

Mais recentemente, com a Base Nacional Comum Curricular, tem se valorizado o ensino de contagem desde os primeiros anos do Ensino Fundamental, propondo sua integração ao currículo com habilidades e competências adequadas a cada fase do ensino.

> Os problemas de contagem, por exemplo, devem, inicialmente, estar restritos àqueles cujas soluções podem ser obtidas pela descrição de todos os casos possíveis, mediante a utilização de esquemas ou diagramas, e, posteriormente, àqueles cuja resolução depende da aplicação dos princípios multiplicativo e aditivo e do princípio da casa dos pombos. Outro exemplo é o da resolução de problemas envolvendo as operações fundamentais, utilizando ou não a linguagem algébrica (BRASIL, 2019, p. 275).

Entre os recursos didáticos citados nos Parâmetros Curriculares Nacionais destacam-se os "jogos".

> Finalmente, um aspecto relevante nos jogos é o desafio genuíno que eles provocam no aluno, que gera interesse e prazer. Por isso, é importante que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor analisar e avaliar a potencialidade educativa dos diferentes jogos e o aspecto curricular que se deseja desenvolver (BRASIL, 1997, p. 36).

Iremos apresentar o Jogo da Senha como meio para que cada professor/aluno construa a sua própria saída para a resolução de um determinado problema. Através dele poderemos trabalhar o princípio fundamental da contagem, mais especificamente a permutação simples.

[1]Temos um blog e uma página no facebook, https://jogosmatunirio.wordpress.com/jogos/ e https://www.facebook.com/jogosmatunirio/ onde registramos todos os trabalhos realizados até agora.

ISSN 2595-5578

Essa prática pedagógica se iniciou durante um curso de extensão Jogos & Matemática, que é oferecido desde 2017 na UNIRIO, produto de quatro projetos de extensão da UNIRIO, como formação continuada de professores que ensinam matemática no Ensino Fundamental e no Ensino Médio em redes públicas ou privadas do Rio de Janeiro.

Durante o curso, observamos que por meio dessa abordagem o professor conhece meios de dinamizar a aula e possibilitar a aprendizagem dos conteúdos relacionados a análise combinatória de forma que o aluno construa o seu conhecimento.

Os principais objetivos são: 1) Apresentar uma proposta de atividade com jogos matemáticos que tratem de elementos relacionados a análise combinatória; 2) Despertar a curiosidade e o interesse dos professores que ensinam matemática para a criação de novas práticas docentes e aplicação das mesmas em sala de aula; 3) Apresentar jogos para o ensino de contagem (análise combinatória) e verificar por meio desta abordagem que não é necessário o uso de fórmulas prontas; 4) Estimular os professores a introduzir os conteúdos curriculares utilizando problemas do dia a dia e jogos; 5) Estreitar a relação e, consequentemente, a troca de experiências entre professores e alunos;

DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES

Jogo da Senha:

Os materiais utilizados são lápis coloridos e papel.

Regras do jogo:

Número de jogadores: 2.

É sorteado o jogador 1, que será o primeiro a escolher a senha, composta por quatro cores distintas dentre as seis disponíveis. O jogador 2 tentará descobrir a senha. O jogador 2 deverá escolher uma senha aleatória de quatro cores e colocá-la na coluna das alternativas do tabuleiro. O jogador 1 irá analisá-la sobre as seguintes regras:

• Seguirá a ordem das bolinhas da esquerda para a direita na coluna da análise;

• Se a primeira cor escolhida pelo jogador 1 estiver correta e na posição correta, ele preencherá completamente a mesma;

• Se a cor escolhida da correspondente bolinha estiver correta mas na posição errada, ele marcará um X na mesma;

• Se nenhuma das alternativas anteriores acontecer, ele a deixará em branco;

1. Caso o jogador 2 não acerte a senha, ele terá no máximo 8 tentativas. Em seguida, os

[1]Temos um blog e uma página no facebook, https://jogosmatunirio.wordpress.com/jogos/ e https://www.facebook.com/jogosmatunirio/ onde registramos todos os trabalhos realizados até agora.

jogadores trocam de posição e o jogo se reinicia.

2. Ganhará o jogador que descobrir a senha com o menor número de tentativas.

Para praticar esse jogo são distribuídos tabuleiros com espaços para 9 tentativas e suas respectivas análises.

Figura 1 – Modelo do tabuleiro

Fonte: os autores

Figura 2 – Modelo do minitabuleiro

Fonte: os autores

[1]Temos um blog e uma página no facebook, https://jogosmatunirio.wordpress.com/jogos/ e https://www.facebook.com/jogosmatunirio/ onde registramos todos os trabalhos realizados até agora.

ISSN 2595-5578

O foco não será o jogo, mas será o desenvolver do conteúdo permutação simples e permutação caótica. O jogo é uma estratégia pedagógica.

Metodologia

Primeiramente, dividiremos os participantes em duplas, escolhidas aleatoriamente entre eles, e depois apresentaremos o jogo e deixaremos que joguem várias partidas. Sempre anotando a quantidade de tentativas necessárias para descobrir a senha. Depois de se familiarizarem com o jogo, apresentaremos alguns problemas, que foram elaborados a partir do jogo e envolvem contagem (análise combinatória). No final da atividade, anotaremos a resposta de cada dupla. Se as respostas diferentes, ou o desenvolver da questão for, convidaremos cada dupla para expor o raciocinio que usaram para resolver. Dessa maneira, podemos observar diferentes maneiras de pensar em um determinado problema, quando a resposta estiver correta. E, se a resposta estiver errônea, será uma oportunidade dos participantes treinarem a identificar onde está o erro do aluno, e a partir daí, completar ou explicar como poderia ser resolvido. Essa troca de experiências é muito importante para o aprendizado e também para que o professor se sinta seguro para ministrar aulas sobre esse conteúdo, já que é uma situação que pode ser realmente vivenciada por ele.

Problema 1	Quantas cores, no mínimo, você pode acertar na primeira tentativa, independentemente da posição estar correta ou não?
Problema 2	Depois de qual tentativa você consegue descobrir todas as cores da senha?
Problema 3	Quantas senhas são possíveis?
Problema 4	Sabendo que a primeira análise foi: $\otimes\otimes\otimes\otimes$ Qual o número de senhas possíveis para a segunda rodada?

Quadro 1 – Problemas que serão trabalhados
Fonte: os autores

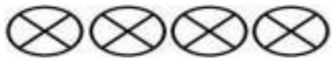
A seguir, apresentaremos uma outra abordagem para o problema 4, ou melhor, uma maneira de se obter o resultado deste, através da teoria de conjuntos e permutação simples.

Uma outra abordagem do problema 4

Como a análise foi:

[1]Temos um blog e uma página no facebook, https://jogosmatunirio.wordpress.com/jogos/ e https://www.facebook.com/jogosmatunirio/ onde registramos todos os trabalhos realizados até agora.

ISSN 2595-5578



Significa que já sabemos quais são as 4 cores, mas ainda não sabemos onde se localizam.

Para facilitar o desenvolvimento, suponha que estas cores sejam azul, vermelho, amarelo e preto.

Defina os seguintes conjuntos:

A= {todas as senhas possíveis com 4 cores distintas (azul, vermelho, amarelo e preto}

A1= {todas as senhas de 4 cores distintas nas quais o azul está na primeira casa}

A2= {todas as senhas de 4 cores distintas nas quais o amarelo está na segunda casa}

A3= {todas as senhas de 4 cores distintas nas quais o vermelho está na terceira casa}

A4= {todas as senhas de 4 cores distintas nas quais o preto está na quarta casa}

Considerando os conjuntos A1, A2, A3 e A4:

a) Há interseções dois a dois?

b) Há interseções três a três?

c) Há interseções quatro a quarto?

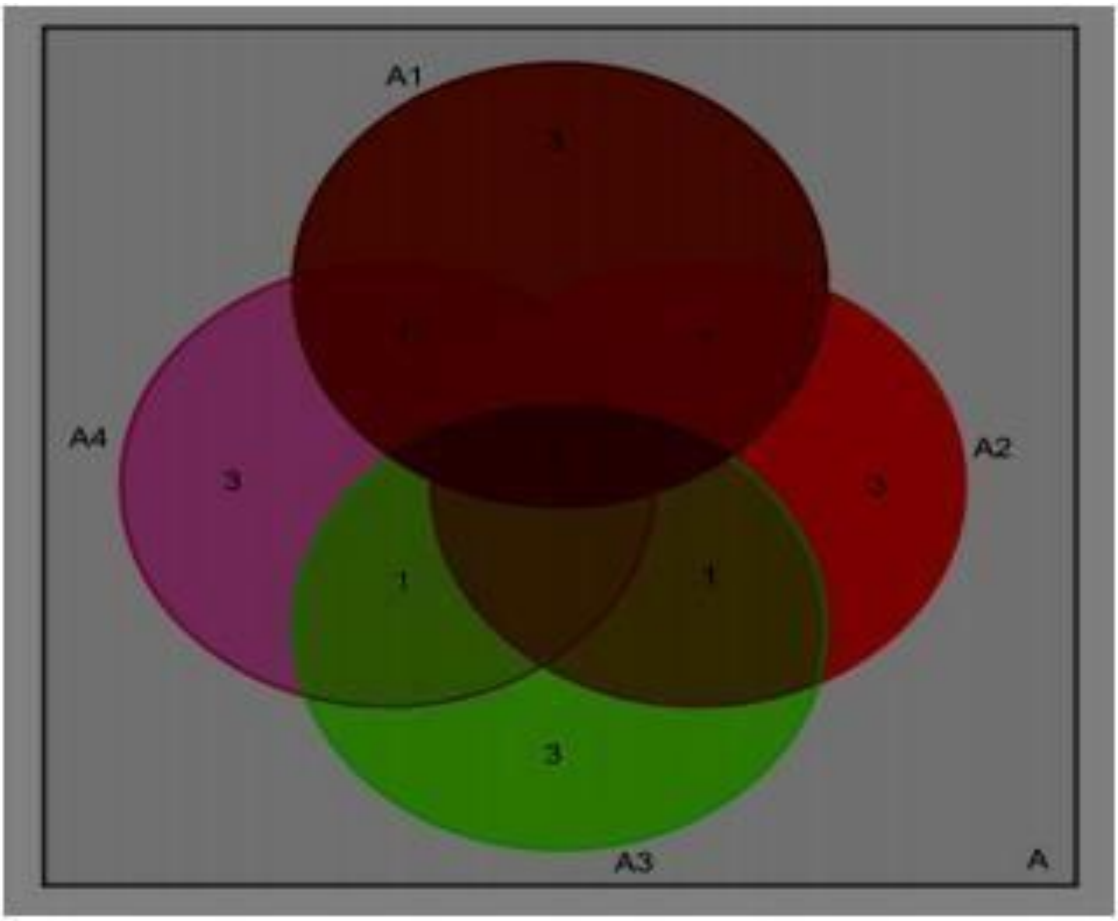


Figura 3 – Representando graficamente pelo diagrama de Venn
Fonte: os autores

[1]Temos um blog e uma página no facebook, https://jogosmatunirio.wordpress.com/jogos/ e https://www.facebook.com/jogosmatunirio/ onde registramos todos os trabalhos realizados até agora.

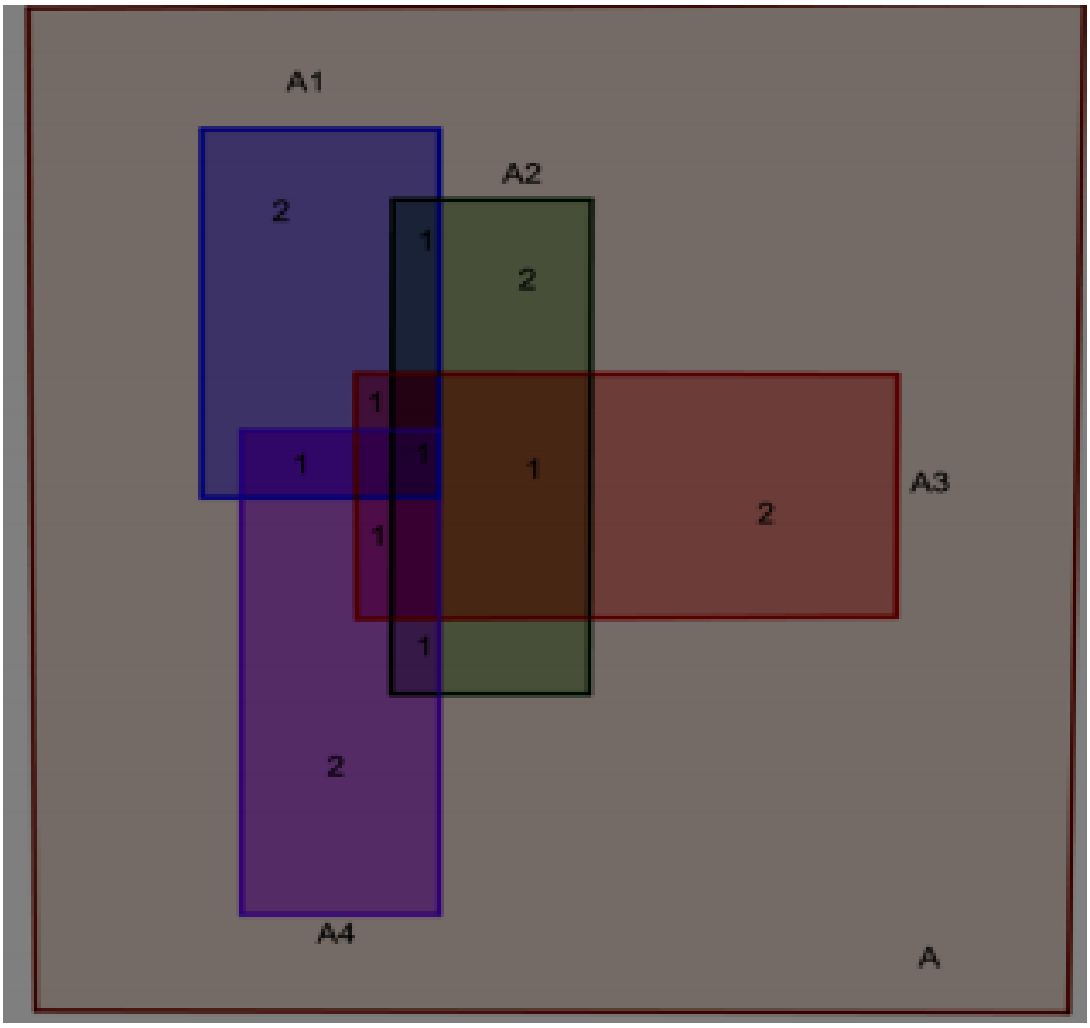


Figura 4 – Representação alternativa
Fonte: os autores

Quantas senhas pertencem a nenhum dos conjuntos A1, A2, A3 e A4?

O que esta pergunta significa?

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta proposta permite um envolvimento entre professores/alunos e uma troca de saberes. Acreditamos que esta metodologia pode ter um papel importante para o professor identificar, classificar e compreender as várias formas que um problema de análise combinatória poderá ser abordado/resolvido pelos alunos. Esperamos que isso sirva de motivação para mais pesquisas que busquem compreender a prática docente frente ao ensino de análise combinatória e que possam enriquecer e renovar a metodologia de ensino nesta área.

[1]Temos um blog e uma página no facebook, https://jogosmatunirio.wordpress.com/jogos/ e https://www.facebook.com/jogosmatunirio/ onde registramos todos os trabalhos realizados até agora.

REFERÊNCIAS

BORBA, R.; PESSOA, C.; ROCHA, C.. Como estudantes e professores de anos iniciais pensam sobre problemas combinatórios. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.15, Número Especial, pp.895-908, 2013.

BRASIL, Ministério da educação - secretaria de educação fundamental - PCN´S Parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL, Ministério da Educação - secretaria de educação média e tecnológica. PCN´S Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 1999.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF: MEC, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documento/BNCCAPRESENTACAO.pdf. Acesso em: 08 abr. 2019.

MORGADO, A.C.; CARVALHO, J.B.P.; CARVALHO, P.C.P.; FERNANDEZ, P. **Análise Combinatória e Probabilidade**: com as soluções dos exercícios. 9 ed. Editora SBM: Rio de Janeiro, 2006.

PESSOA, C.; BORBA, R.. Quem Dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. ZETETIKÉ, Campinas, v.17, n.31, jan/jun, 2009. p. 105-155, 2009.

[1]Temos um blog e uma página no facebook, https://jogosmatunirio.wordpress.com/jogos/ e https://www.facebook.com/jogosmatunirio/ onde registramos todos os trabalhos realizados até agora.