



A UTILIZAÇÃO DO MATERIAL DOURADO COMO RECURSO PARA RESOLUÇÃO DO ALGORITMO CONVENCIONAL DA DIVISÃO

Andréa Regina Teixeira Nunomura
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
andrea.re_14@hotmail.com

Arthur Ravaghnani de Oliveira
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
Arthur-3342@hotmail.com

Magna Natalia Marin Pires
Universidade Estadual de Londrina - UEL
magna@uel.br

Resumo: Este trabalho apresenta os resultados de um trabalho desenvolvido utilizando o Material Dourado como recurso didático para o desenvolvimento do algoritmo da divisão. A ideia surgiu em momentos de discussões com professoras dos anos iniciais e pesquisadores participantes de um grupo de natureza colaborativa intitulado GEAMAI. Este trabalho foi desenvolvido em uma turma do quarto ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental com o objetivo de oferecer aos alunos uma compreensão do conceito de divisão a partir do material manipulável. Durante o desenvolvimento da atividade observou-se que a utilização de materiais manipuláveis auxilia no processo de compreensão de conceitos, principalmente quando se fala em algoritmo da divisão. Outro ponto importante analisado foi o envolvimento dos estudantes nas atividades propostas. O material manipulável aguça o interesse e muda a rotina da sala de aula.

Palavras-chave: Anos Iniciais. Algoritmo da Divisão. Grupo colaborativo. Material Dourado.

INTRODUÇÃO

Este trabalho faz parte de uma das propostas desenvolvidas no GEAMAI - Grupo de Estudos de Aula na Formação de Professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais, no qual participam professores¹ e pesquisadores², cuja proposta de formação continuada é refletir sobre práticas dos professores e, a partir dessas reflexões, trabalhar de forma colaborativa³ a fim de proporcionar uma formação profissional centrada na prática do professor (PIRES; GOMES; PIRES, 2018).

A ideia de utilizar o Material Dourado para auxiliar no processo de compreensão do algoritmo convencional da divisão surgiu da dificuldade de uma professora dos anos iniciais,

¹ Os professores polivalentes participantes lecionam na rede municipal nas cidades de Londrina e Cambé.

² Os pesquisadores do GEAMAI incluem alunos de graduação em Matemática e Química, professores formadores e uma professora e aluna de mestrado profissional.

³ Entendemos colaboração como trabalho feito em comum com uma ou mais pessoas; cooperação, ajuda, auxílio.

que participa do grupo de estudos GEAMAI, em conceituar o algoritmo convencional da divisão com sua turma do quarto ano do Ensino Fundamental. Desta maneira, foi desenvolvido um plano de aula como proposta de trabalho, para auxiliar a professora e seus alunos na construção do conceito do algoritmo convencional da divisão.

As etapas utilizadas para elaboração do plano seguiram os pressupostos da metodologia Estudos de Aula (Ponte *et al.*,2016).

Trazemos para este trabalho o resultado do desenvolvimento deste plano de aula, ou seja, o desenvolvimento e os resultados obtidos através do trabalho com Material Dourado e o algoritmo da divisão.

O Sistema de Numeração Decimal e o uso do Material Dourado

O Sistema de Numeração que utilizamos é chamado decimal ou indo-arábico. Decimal porque é organizado na base 10, ou seja, a escolha é agrupar de 10 em 10 e Indo-arábico porque, de acordo com Ifrah (2001), Boyer (1996) e Eves (2004), foi criado pelos hindus e disseminado pelos árabes. O princípio fundamental do Sistema de Numeração Decimal é ser posicional, multiplicativo e aditivo, para tanto podemos notar algumas considerações: possui dez símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9; os agrupamentos são feitos de 10 em 10; dez unidades são agrupadas e podem ser substituídas por uma dezena, dez dezenas são agrupadas e podem ser substituídas por uma centena, e assim sucessivamente; para diferenciar a quantidade de unidades, dezenas, centenas, é utilizada a posição do algarismo no número. Assim, resumidamente podemos inferir que a partir da organização, uso de regras e características temos a oportunidade de representar qualquer quantidade com o uso dos dez símbolos existentes.

No entanto, para que um aluno dos anos iniciais construa seu próprio conhecimento matemático sobre o sistema de numeração e os algoritmos convencionais é necessário que pense a respeito, que discuta com outras pessoas, que faça conjecturas, e teste a fim de resolver uma situação de diferentes maneiras. Neste contexto é que defendemos o uso do Material Dourado como recurso didático com potencial para tornar significativa a aprendizagem do aluno com relação ao algoritmo da divisão.

A história do Material Dourado

Maria Montessori foi a criadora do Material Dourado. De acordo com Daltoé e Strelow (2010): Maria Montessori (1870-1952), nasceu na Itália, interessou-se pelo estudo das ciências,

mas decidiu-se pela Medicina, na Universidade de Roma. Direcionou a carreira para a psiquiatria e logo se interessou por crianças deficientes. A grande contribuição de Maria Montessori à moderna pedagogia foi a tomada de consciência da criança, percebendo que estas respondiam com rapidez e entusiasmo aos estímulos para realizar tarefas, exercitando as habilidades motoras e experimentando autonomia.

Segundo Daltoé e Strelow (2010), o Material Dourado é um dos muitos materiais idealizados pela médica e educadora italiana Maria Montessori para o trabalho com Matemática. O nome “Material Dourado” vem do original “Material de Contas Douradas”. Em analogia às contas, o material apresenta sulcos em forma de quadrados.

Inicialmente o Material Dourado Montessoriano foi construído com o intuito de contribuir em atividades que auxiliassem o ensino e a aprendizagem do sistema de numeração decimal posicional e conseqüentemente em métodos para efetuar as operações fundamentais.

Conforme Freitas (2004), essa utilização evoluiu e hoje esse material pode ser utilizado para o estudo de frações, conceituação e cálculo de áreas e volumes, trabalhando com números decimais, raiz quadrada e outras atividades criativas.

O Material Dourado Montessori é um material didático e destina-se a atividades que auxiliam o processo de ensino e aprendizagem com relação ao sistema de numeração decimal e os algoritmos convencionais, ou seja, as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Com o uso do Material Dourado a compreensão dos algoritmos torna-se mais agradável e acessível.

O algoritmo da divisão

A divisão no conjunto dos números naturais deve ser entendida como a operação inversa da multiplicação e, partindo deste pressuposto, deve ser considerada como uma distribuição de valores em partes iguais. Sendo assim, deve ser trabalhada no QVL (Quadro Valor Lugar) com tantas partes quanto necessárias para que esta distribuição seja realizada. Outro fator que o aluno, no processo de aprendizagem, deve considerar, não obrigatoriamente e sim por descoberta, é o fato da facilidade conseguida se o processo se der, diferentemente das outras operações, da esquerda para direita a fim de melhor realização dos desagrupamentos necessários.

a) Divisão com distribuição de quantidades iguais

$$435 \div 3$$

- Primeiramente distribuem-se as centenas

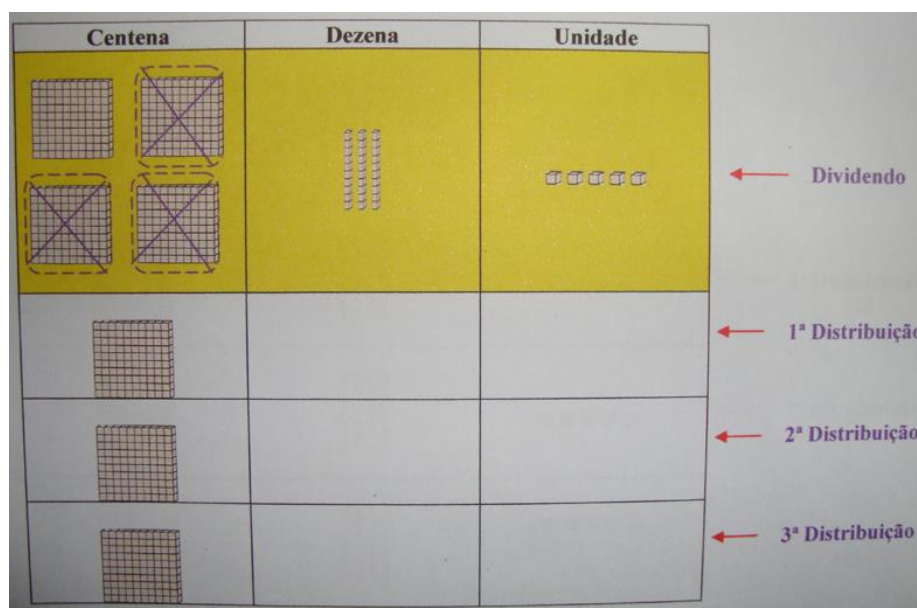


Figura 1: Distribuição das centenas
Fonte: <http://praticaspedagogicas.com.br/blog/?p=1194>

- Desagrupam-se as centenas que puderam ser distribuídas igualmente e distribuem-se as dezenas.

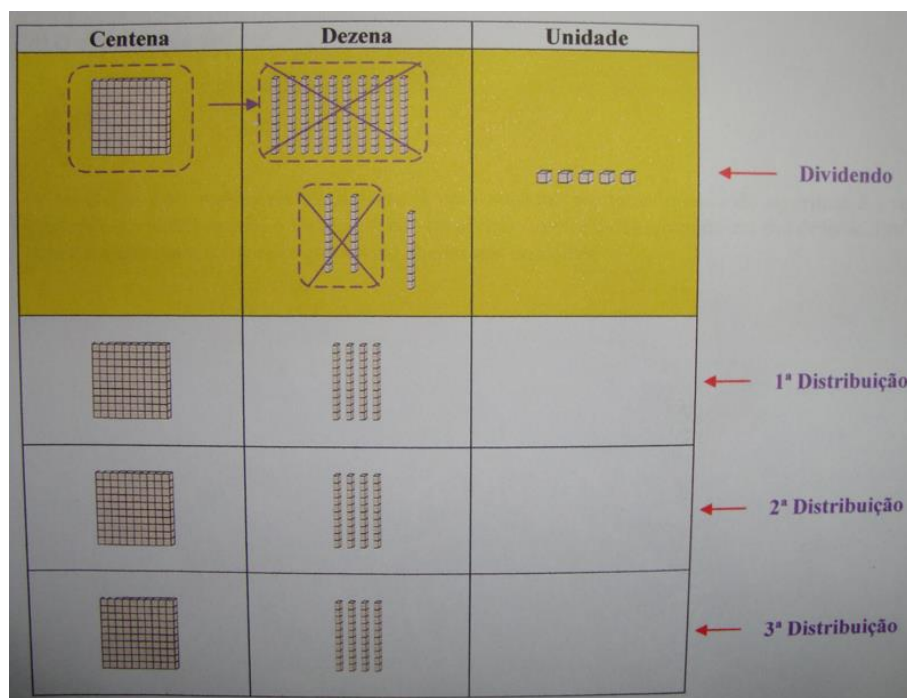


Figura 2: Desagrupamento das centenas
Fonte: <http://praticaspedagogicas.com.br/blog/?p=1194>

► Desagrupam-se as dezenas que puderam ser distribuídas igualmente e distribuem-se as unidades.

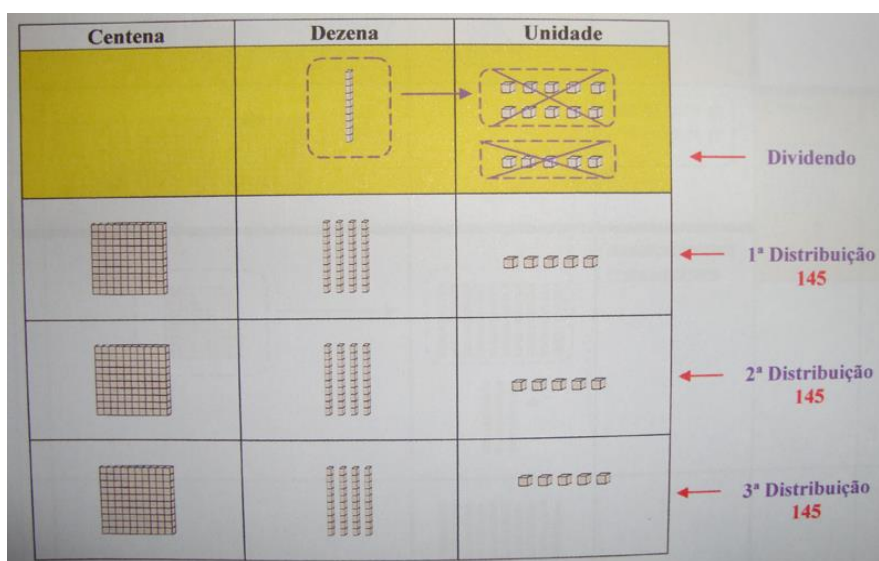


Figura 3: Desagrupamento das dezenas
Fonte: <http://praticaspedagogicas.com.br/blog/?p=1194>

b) O algoritmo da divisão

$$435 \div 3$$

A estratégia para realização da divisão, já com enfoque no entendimento do algoritmo é a seguinte: dividem-se as centenas em partes iguais, o resto, que não dá divisão inteira é desagrupado em dez dezenas. Em seguida repete-se o procedimento para os demais grupos até chegar nas unidades.

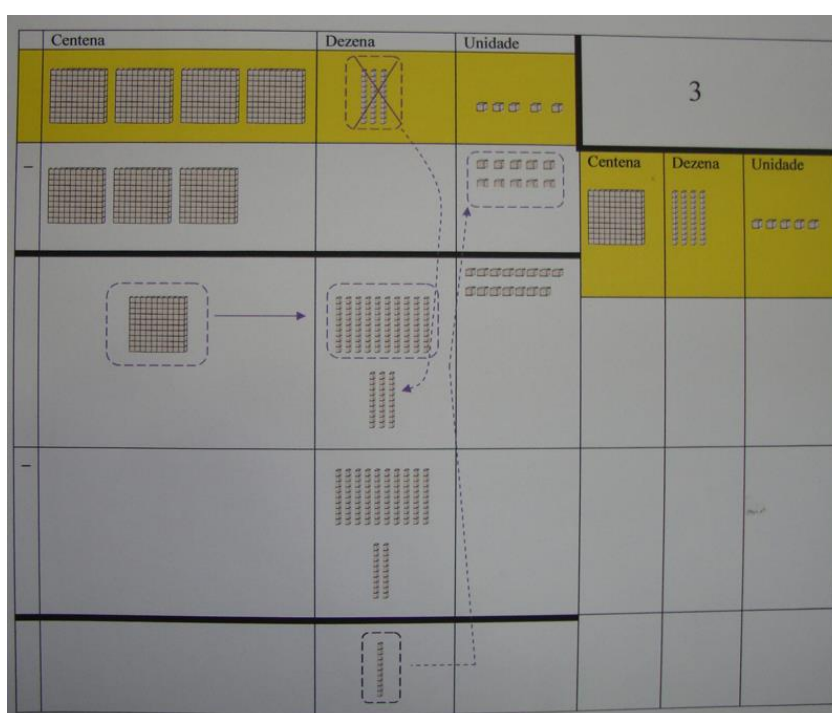


Figura 4: Realização do Algoritmo
Fonte: <http://praticaspedagogicas.com.br/blog/?p=1194>

Encaminhamento Metodológico

A proposta de aplicação do plano de aula seguiu duas etapas: 1) manipulação e familiarização com o material a ser trabalhado; 2) realização do algoritmo da divisão com o Material Dourado.

Durante a execução do plano de aula os estudantes foram questionados acerca de seus pensamentos e ações. O tempo da aplicação da atividade foi de 9 aulas, alternadas, com duração de uma hora cada.

DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE COM OS ALUNOS DE 4º ANO

Neste trabalho apresentamos os resultados do desenvolvimento de um plano de aula desenvolvido no GEAMAI. Inicialmente a preocupação era ensinar o algoritmo convencional da divisão de uma maneira que fosse mais “atrativa” para os estudantes, pois quando se fala em operações de divisão cria-se um estigma sobre.

Dessa forma, na primeira aula a professora pediu aos estudantes que se dividissem em grupos com no máximo 5 integrantes. Assim, formaram-se 07 grupos:

- 01 grupo com 03 integrantes
- 01 grupo com 02 integrantes
- 05 grupos com 04 integrantes

A professora distribuiu as caixas com o Material Dourado para os grupos e a primeira orientação da professora foi para que os mesmos manipulassem as peças por um determinado tempo e na sequência seguiria com o planejamento.

Neste momento surgiram castelos, casas, ruas, prédios, pontes, ou seja, uma infinidade de montagens. A alegria estava estampada no rosto dos estudantes do 4º ano. Finalizada essa etapa, a professora pediu aos estudantes que dividissem as peças entre o grupo de forma que todos ficassem com as mesmas quantidades. Aqui foi possível observar as concepções acerca da divisão demonstradas pelos estudantes do 4ºano do Ensino Fundamental ao executar essa tarefa.

Dessa forma, a professora deixou-os a pensar e refletir como fariam, não dando sugestões. Dirigiu-se à sua mesa e foi fazer a chamada e preencher os conteúdos no livro, de modo que todos ficassem muito à vontade para realizar a divisão do material. Enquanto fazia o preenchimento do livro escutava atentamente o que os estudantes falavam em seus grupos.

Este foi o momento mais rico do processo, pois as discussões foram riquíssimas, “maravilhosas”. Lembrando que a caixa de Material Dourado utilizada continha 611 peças de madeira na cor natural: 1 cubo de milhar, 10 placas de centena, 100 barras de dezena e 500 cubos de unidade.

Segue algumas problematizações dos estudantes:

Estudante do grupo 1 disse aos colegas: “Eu pego 100 e você pega 100 e você e você.” A estudante sugeriu ao grupo que cada integrante pegasse 100 unidades do Material Dourado, então os integrantes começaram a contar.

Estudante do grupo 2 ordenou aos demais: “Cada um vai pegando”, mas não determinou quanto e nem como!

Estudante do grupo 3, mesmo estando em dupla disse: “Eu vou pegar duas e te dar duas (unidades).” Imagina o tempo que eles iriam demorar para separar todas as unidades com um integrante distribuindo 2 a 2 e o outro só observando. Mesmo assim a professora não interferiu nesse momento.

Estudante do grupo 4 disse aos demais integrantes: “Vai pegando 10, vamos!” Elas contavam 10 unidades, porém quando colocavam em suas mesas, juntavam tudo. Quando finalizaram a divisão e chamaram a professora, o grupo não sabia dizer a quantidade de peças que cada integrante tinha.

Estudante do grupo 5 “Vai pegando”, mas não determinou quanto cada um deveria pegar.

O grupo 6 e 7 ficou sem um “líder”, então todos pegavam e contavam ao mesmo tempo.

Quando os grupos começaram a finalizar a divisão, a professora iniciou com os questionamentos, no grupo 1 cada integrante contou 100 peças, então, a professora questionou os estudantes acerca da quantidade que cada um tinha e eles responderam 100 unidades. E a professora questionou novamente: “Como vocês podem afirmar que possuem 100 peças, se eu vejo um amontoado de peças e não consigo saber a quantidade exata”? Todos se olharam e olharam para a professora... “Como vocês podem fazer para que eu olhe e realmente possa ver que vocês contaram 100 peças”? disse a professora! Nesse momento a professora saiu de cena e vai para os outros grupos, deixando-os pensar como poderiam fazer.

Todos os grupos realizaram suas divisões, porém nenhum deles zerou a quantidade de peças ou pelo menos ficou com uma quantidade que não permitisse mais divisões, também, nenhum grupo conseguiu fazer a divisão do material dourado em que todos os integrantes ficassem com a mesma quantidade.

Quando a professora questionava se as unidades que haviam sobrado “não dava +1 para cada integrante”, alguns questionavam “é, mais não dá mais 10 para cada um.” E a professora replicava: “Não dá para dividir “27” unidades por 4?” Aí todos ficavam quietos. Nenhum grupo disse: Sim vamos dividir tudo, eles queriam que todos ficassem com números redondos: 30, 40, 60 e não se importavam se sobresse peças.

Fechando essa etapa, até porque a aula já estava encerrando e os estudantes haviam demorado a primeira aula (3 horas aula) inteira tentando fazer a divisão das peças do Material Dourado, a professora fez um relato sobre o que observou durante todo o processo de divisão das peças entre os integrantes do grupo. Porém não citou nomes e fez algumas comparações para que todos refletissem sobre seus papéis nesse momento.

Finalizando, a professora questionou ao grupo que estava a sua frente, que era composto por uma dupla: “Quantos agrupamentos de unidades vocês possuem?” O grupo disse 17, assim a professora foi até a lousa e disse à turma: “Vamos somar para ver quantas unidades esse grupo tem”, e colocou assim:

- 08 unidades + 17 grupos de 10 unidades.

Agora vamos contar! (A professora pegou as peças dos estudantes que estavam à sua frente). Todos os estudantes começaram a contar e uns foram atropelando outros e cada um falava um resultado diferente.

Então a professora parou e disse: existe uma maneira mais fácil para que possamos realizar essa soma? (Silêncio total). De repente, Augusto⁴ disse bem baixinho: “Dá para trocar”. E todos os colegas começaram a repetir e concordar com ele.

A professora disse: “Muito bem Augusto, vamos fazer então?”

Ele levantou-se e veio auxiliar a professora. Pegava um agrupamento com 10 unidades e trocava por 1 dezena e assim fez até finalizar e ficar apenas com as 8 unidades. Assim obtivemos: 17 dezenas e 8 unidades.

Nesse momento a professora perguntou: “Agora ficou mais fácil?” Todos responderam que sim. E a professora questionou novamente: “Mas não tem como ficar mais fácil, ainda

⁴ Os nomes utilizados neste relato são fictícios.

temos uma adição enorme!” Rapidamente Maria sugeriu a troca por centena e Augusto, assim o fez. Quando finalizou ele tinha 1 centena, 7 dezenas e 8 unidades.

Dessa maneira, os estudantes do grupo já disseram antes da professora questionar que agora não dava para trocar mais as dezenas pois não completava uma centena! Todos os demais estudantes da turma concordaram e juntos começaram a falar o total que cada integrante daquele grupo tinha.

Finalizando esse primeiro momento de aula podemos concluir, através de discussões no grupo GEAMAI, que esses estudantes não haviam tido uma experiência como essa nos anos anteriores e que todo esse processo de trabalho com material manipulável e questionamentos acerca de todo o trajeto a ser percorrido dentro de uma proposta de atividade deveria ser iniciado o quanto antes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Fato esse que ajudaria na construção dos conceitos necessários para a realização do algoritmo da divisão que é a proposta desse trabalho.

No segundo momento (3 horas aulas), a professora chegou e novamente deu a caixa de Material Dourado para que os grupos fizessem a divisão das peças.

Os estudantes demonstrando empolgação, iniciaram a divisão das peças e rapidamente todos estavam com o material dourado todo dividido entre os integrantes do grupo e, em quantidades iguais.

Para essa aula foram utilizados os seguintes materiais: folha A3; fichas com números (Azul): terminado em par (126); terminado em ímpar (151); terminado em zero (120); com zero no meio (108); terminado em cinco (255); um número formado por milhar (1426). Fichas vermelhas com algarismos de 1 a 6 para efetuar as divisões e o Material Dourado.

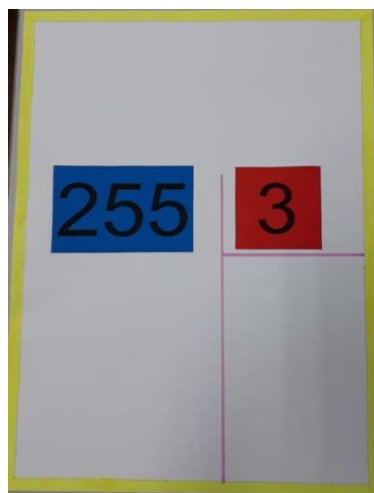


Figura 5: Folha A3 e fichas elaboradas pelos autores
Fonte: os autores (2019)

A ideia foi trabalhar como um jogo para que se tornasse mais atrativo. Então o jogo funcionaria da seguinte maneira: cada rodada do jogo um participante retiraria uma ficha vermelha contendo o algarismo (divisor), para realizar a operação. O jogo consistiria em 6 rodadas, para que todos os números pudessem ser utilizados.

Inicialmente a professora questionaria aos estudantes a respeito do Material Dourado, lembrando qual o nome utilizado para denominar cada peça e o valor de cada? e Como podemos utilizar esse material para resolver operações de divisão?

Ao realizar a operação de divisão, os estudantes iriam se deparar com um processo diferente do que estavam acostumados. Nas operações de soma e subtração, eles iniciavam pela unidade, agora na divisão iniciam pela centena ou unidade de milhar. Outro ponto é a questão da troca e a posição dos algarismos. Se o algarismo da centena ou unidade de milhar não for suficiente para efetuar a divisão terão que agregar o algarismo da dezena ou centena dependendo o caso para efetuar a divisão, assim, se iniciam com uma unidade de milhar junto com a centena, o resultado será centena e não unidade de milhar, por exemplo.

A professora distribuiu todo o material e o jogo iniciou.

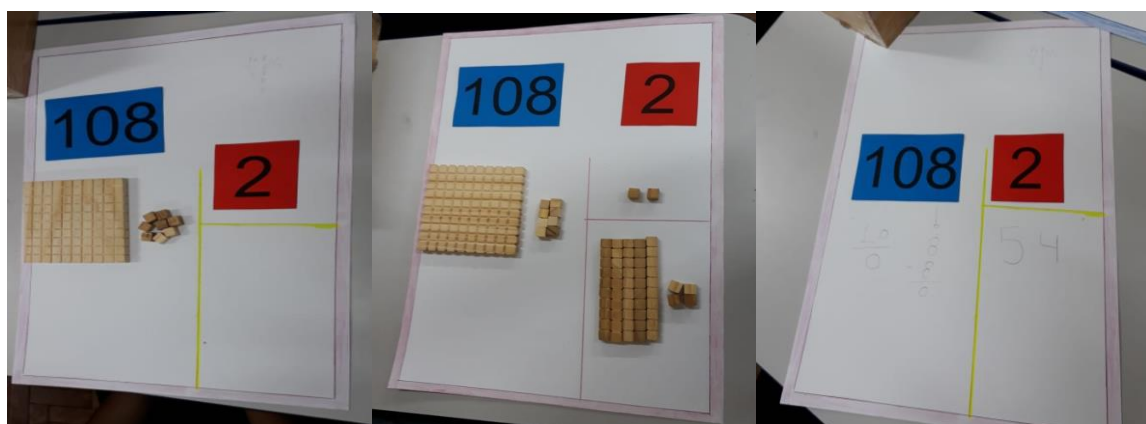


Figura 6
Fonte: os autores (2019)

O grupo que mais se destacou foi o grupo 3, os estudantes fizeram a sobreposição ao número com o Material Dourado e na sequência realizaram o algoritmo da divisão, houve um pouco de estranheza no momento do registro, pois quando eles colocaram o resultado 5 barras da dezena. No registro, no caderno ficaram em dúvida quanto a colocar o número 5 e quantidade 5 em barras, pois observando o número 5 falamos $5 \times 2 = 10$ e quando observamos a quantidade de 5 barras, podemos dizer 50×2 ou 5 barras $\times 10$. Eles não compreendiam que o número 5 ocupava a casa da dezena. Porém rapidamente os integrantes foram discutindo e finalizaram com o resultado.

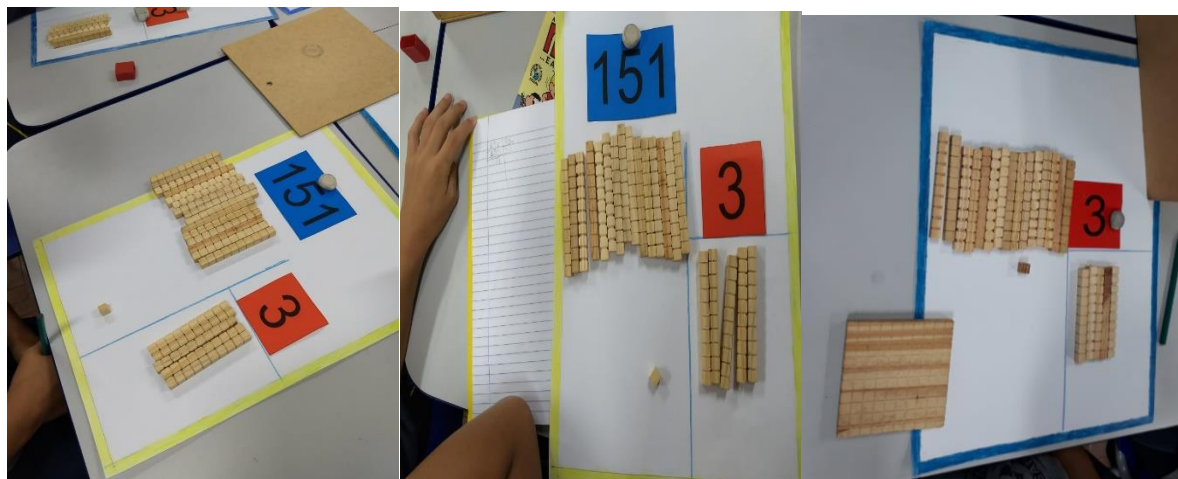


Figura 7
Fonte: os autores (2019)

O grupo 4, depois de várias tentativas de como realizar o processo, colocavam os números, tiravam colocavam as peças do Material Dourado e um questionava o outro quanto a quantidade correta, enfim, chegaram ao resultado, porém não conseguiam chegar a um consenso quanto a colocação das peças ou dos números no dividendo.

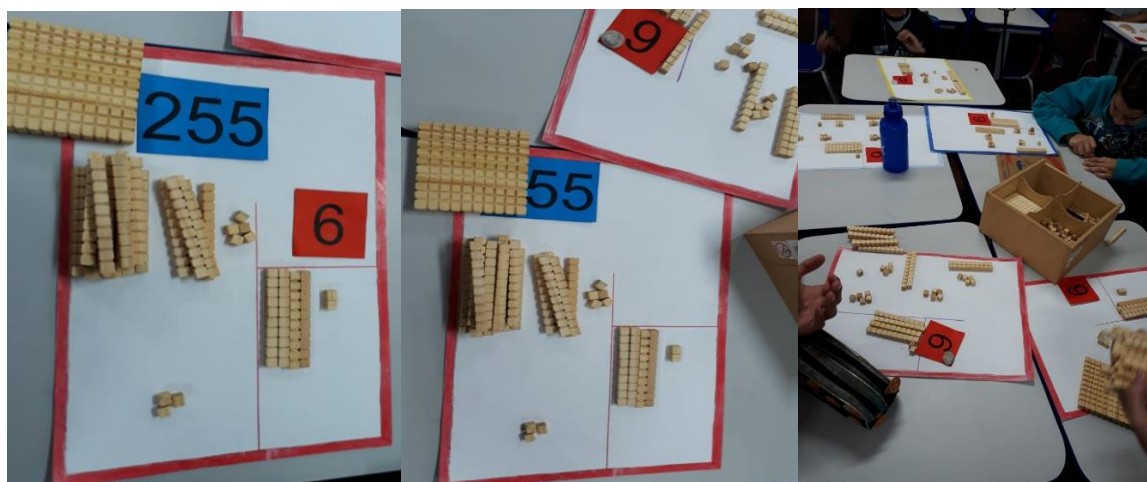


Figura 8
Fonte: os autores (2019)

O grupo 1 não chegou ao resultado no primeiro momento, as trocas confundiram os integrantes do grupo quanto aos valores, até que a professora começou a questionar o grupo e eles foram fazendo as trocas e chegaram ao resultado. Quando eles colocaram duas placas de 100, 5 barras da dezena e 5 unidades, foi o momento em que gerou mais dúvida, até que um integrante do grupo disse aos demais: “Vamos trocar essas placas e ficar só com as dezenas”, um olhou para o outro, porém continuaram mudos. Até que ele fez a troca e continuou “...agora tenho 25 dezenas e posso fazer 4×6 que vai dar 24”, nesse momento os integrantes do grupo compreenderam o que ele estava dizendo e começaram a ajudá-lo.



Figura 9
Fonte: os autores (2019)

O grupo 6 não conseguiu realizar a operação, pois os componentes do grupo eram os que apresentavam mais dificuldade e ainda pegaram o número que era composto pela milhar. Porém a discussão dos integrantes gerou algumas reflexões para o grupo. Eles foram até os outros grupos pediram o cubo da milhar para compor o número, mas na hora de realizar o algoritmo da divisão travaram, eles tentaram fazer a troca, mas não obtiveram êxito. Eles não compreendiam que 1427 quando juntava o 1 com o 4 ele já não valia mais milhar e sim dez placas de centena, ou seja 14 centenas.

Os grupos 2, 5 e 7 conseguiram finalizar a operação com o auxílio da professora, pois esses três grupos eram compostos por estudantes que apresentam um nível mais elevado de dificuldade.

Para finalizar a professora fez o fechamento realizando o algoritmo da divisão de 5 grupos devido ao nível de dificuldade que os integrantes de cada grupo apresentaram no decorrer do processo para obtenção do resultado.

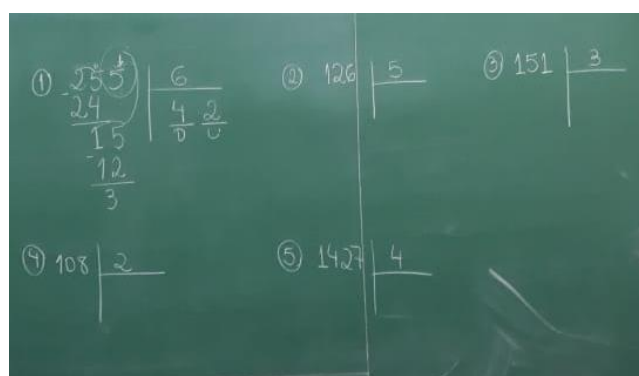


Figura 10
Fonte: os autores (2019)

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Mas o que refletir sobre todo esse processo?

Esses estudantes ainda estão em processo de compreensão do S.N.D. e alguns ainda terão a necessidade de mais alguns momentos como esse para que reflitam por si só. A partir daí estarão preparados para construir e compreender as regras do algoritmo da divisão.

Neste relato podemos conjecturar que, elaborar um plano de aula em comunhão – professores e pesquisadores – visando o ensinar Matemática, possibilita discutir e trocar experiências, logo fornecer subsídios para professores refletirem sobre sua prática no contexto escolar em que se encontram e buscar soluções para os problemas vivenciados a partir da colaboração.

Para os estudantes envolvidos nesse processo, essa prática torna o aprendizado mais rico e instigante, pois a todo momento os integrantes dos grupos interagem entre si e com indivíduos de grupos aos arredores de suas mesas, acontecendo trocas de saberes e questionamentos riquíssimos para os envolvidos.

Trabalhar com a matemática utilizando-se de material manipulável, faz com que os estudantes tenham mais interesse, pois sai da rotina e do tradicional.

Com o auxílio do Material Dourado é possível permitir ao educando que, de forma concreta, assimile os conceitos matemáticos como: valor posicional dos algarismos, classe e ordens dos numerais, composição e decomposição dos numerais, contagem, comparação de quantidades e as operações fundamentais, entre outros. Sendo um dos materiais mais usados para todo este processo de construção da numeração.

Também proporciona o desenvolvimento de diferentes sentidos (tato, visão), permitindo que cada um tenha diferentes estímulos. Com este trabalho, certamente as relações numéricas abstratas passam a ter uma imagem concreta, facilitando a compreensão. Obtêm-se, então, além da compreensão dos algoritmos, um notável desenvolvimento do raciocínio e um aprendizado bem mais agradável.

REFERÊNCIAS

BOYER, C. B. **História da matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. 2 ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

DALTOÉ, Karen. STRELOW, Sueli. **Trabalhando com Material Dourado e Blocos Lógicos nas Séries Iniciais**. 1998; Disponível em:
<<http://www.somatematica.com.br/artigos/a14>>. Acesso em: 27 de mar. de 2019.

EVES, H. **Introdução a História da Matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. 1 ed. São Paulo: Atual, 2004.

FREITAS, Rony Cláudio de Oliveira. **Um ambiente para operações virtuais com o material dourado** / - Vitória - ES – 2004– Disponível em:
<<http://ronyfreitas.tripod.com/produção/dissertação.pdf>> - Acesso em 21 de jun. de 2019.

SANTANA, Clemira Aparecida. **Formação de Docentes: Aprender para ensinar matemática**. Um olhar para o ensino aprendizagem das operações fundamentais. 2010. Caderno Pedagógico. “Disponível em:
<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernos/pde/pdebusca/producoes_pde/2010/2010_uepg_mat_pdp_clemira_aparecida_santana.pdf>; Acesso em 21 de jun. de 2019.

IFRAH, G. **Os números história de uma grande invenção**. 10 ed. São Paulo: GLOBO, 2001.

PIRES, M. N. M.; GOMES, M. T.; PIRES, M. C. M. **Conhecimento matemático revelado por professoras dos anos iniciais: uma análise commognitiva**. 5º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática -27 a 29 de junho de 2018. **Anais**. BELÉM - PARÁ - BRASIL.

PONTE, J. P., QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J. e BAPTISTA, M. **O Estudo de Aula como Processo de Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática**. **Bolema** [online]. 2016, vol.30, n.56, pp.868-891. ISSN 0103-636X.