PENSAMENTO ARITMÉTICO E PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: O RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA

Andréa Regina Teixeira Nunomura
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
andrea.re_14@hotmail.com

Karina Alessandra Pessoa da Silva
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
karinapessoa@gmail.com

Rodolfo Eduardo Vertuan
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
rodolfovertuan@yahoo.com.br

Resumo: Este trabalho apresenta o relato de uma atividade que teve como objetivo desenvolver o pensamento algébrico de estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental. Por meio dela evidenciamos o percurso realizado por esses estudantes ao lidarem com a atividade. Para tanto, foi apresentada uma situação-problema correspondente ao cotidiano das pessoas, utilizando objetos que são do conhecimento dos alunos, como uma maneira de facilitar a compreensão do pensamento aritmético e do pensamento algébrico. No desenvolvimento da atividade, observou-se que os estudantes deste nível de escolaridade ainda utilizam o pensamento aritmético e a estratégia de tentativa e erro para solucionar o problema, uma vez que os mesmos não apresentam conhecimentos de simbologias algébricas. Desta forma, os estudantes utilizaram o pensamento aritmético, surgindo então, as resoluções pela utilização da aritmética.

Palavras-chave: Pensamento algébrico. Pensamento aritmético. Aprendizagem. Resolução.

INTRODUÇÃO

A Matemática na Educação Básica ocupa um lugar singular, visto que junto com a habilidade inerente à leitura e à escrita, constitui uma das aprendizagens fundamentais para o ser humano. Isso porque a matemática possibilita ao indivíduo um preparo para a vida e abre caminhos para o desenvolvimento de todos os setores da sociedade.

Costumamos dizer que a matemática está em tudo. As pessoas usam a aritmética todos os dias, seja para comprar algo em um supermercado, para dar e receber trocos, medir velocidades, quantificar ou ainda contar algo.

A aritmética é o ramo mais elementar da matemática. É a parte da matemática que lida com operações como a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão. Todos os outros ramos da matemática utilizam os princípios e as regras da aritmética. Com isso, quando os princípios básicos da aritmética não estão suficientemente consolidados, aparecem as dificuldades em matemática. E é, nesse contexto, que essa discussão é pautada, na importância do desenvolvimento do pensamento aritmético e, como consequência, do pensamento algébrico.

Kieran (1992) ressalta que o pensamento aritmético é marcado pelo cálculo. Assim realizam-se operações, procurando saber qual o respectivo resultado. Tendo em vista o desenvolvimento nos alunos do sentido de número, podem ser exploradas diversas relações entre números. Muitas situações podem ser igualmente trabalhadas procurando identificar e generalizar regularidades, promovendo o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Assim, o presente estudo traz o relato de uma atividade desenvolvida com alunos do 4º ano do Ensino Fundamental, em que a primeira autora do trabalho é regente. Neste texto, buscamos analisar o caminho percorrido pelos estudantes e as reflexões acerca do pensamento aritmético nesse nível de escolaridade, bem como realizar inferências acerca do pensamento algébrico presente nas resoluções.

O PENSAMENTO ARITMÉTICO E O PENSAMENTO ALGÉBRICO

A aprendizagem de matemática é fundamental em todos os níveis de escolaridade, uma vez que a estrutura instrumental de seus conteúdos possibilita ao estudante compreender o mundo ao seu redor, interagir com ele, sendo capaz de promover mudanças e implementando-as no seu cotidiano. Dessa maneira, busca-se um ensino de aritmética fundamentado na produção de significados que ofereça condições para que o ensino de matemática seja consistente e legítimo.

Buscar significação para o ensino de aritmética está associado à formulação do pensamento numérico. Para Lins e Gimenez (2006) a entrada de um sentido numérico concorda com ações cognitivas, sistematizadas no reconhecimento de operatividade de técnicas, não se limitando à execução do pensamento algoritmo; processo de autorregulação do pensamento; multiplicidade de caminhos e diversidades de soluções; inclusão de complexidade, esforço e atribuição de significados.

E, para isso, torna-se essencial destacar as experiências que o estudante pode ter na rua e na escola e buscar a conexão entre elas, oportunizando assim uma aprendizagem completa, com a busca de significados.

Lins e Gimenez (2006), em seu livro Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI, destacam que "[...] aritmética e álgebra se relacionam de forma diferente das leituras tradicionais, do tipo álgebra é a aritmética generalizada ou álgebra é a estrutura da aritmética" (LINS; GIMENES, 2006, p. 9). A abordagem dos autores defende que a aritmética não pode ser descrita como algo que deve preceder a álgebra, pois assim uma seria o desenvolvimento da outra, ou como é tratado no trecho, como uma generalização. Generalizar vem definir um termo de complemento e o que se espera da educação matemática extrapola esse domínio. Até porque, essas leituras tradicionais permitem esclarecer como equivocado se fazem presentes, as estruturações de conteúdo ensinado nas salas de aula relacionadas à aritmética e também com a álgebra.

Isso se faz presente porque existe uma aritmética da rua e outra da escola, cada uma com seus significados e especificidades. A existência de uma aritmética da rua e uma aritmética da escola permite verificar um campo de grande tensão e conflitos nesse espaço aberto. O que se vê é que os algoritmos tratados na escola são da escola e mecanismos que possibilitam fazer as contas nas ruas são da rua.

Segundo, Lins e Gimenes (2006, p. 16) "A aritmética escolar, hoje, embora plenamente justificada do ponto de vista dos significados matemáticos, parece não levar em conta as necessidades da rua, embora muitas vezes se diga que sim".

Conduzido pelo sentido numérico, observa-se que a necessidade da construção do pensamento aritmético se constitui como um processo que depende de raciocínio e pensamentos como: raciocínio intuitivo e figurativo; o pensamento relativo e absoluto aplicado às estimativas; o raciocínio estruturado aditivo; o pensamento proporcional.

Partindo desses pensamentos, pode-se orientar o ensino de uma aritmética baseada na produção de significados.

Lins e Gimenez (2006, p. 112-113) afirmam que: "[...] atividade aritmética envolve, naturalmente, um certo nível de generalidade" e "[...] quando dissemos que a diferença entre álgebra e aritmética era de tratamento, de foco, estávamos sugerindo não apenas que uma se beneficia da outra, como também que uma depende da outra".

Esses autores defendem a necessidade de introduzir o pensamento algébrico desde os anos iniciais e, ainda, que ela seja desenvolvida juntamente com a aritmética. Em seus estudos, citam como exemplo outros países, com ênfase à Inglaterra, país em que para solucionar problemas com a aprendizagem da álgebra, iniciaram seu tratamento em séries posteriores, alcançando efeitos nada positivos.

Para Blanton e Kaput (2005, p. 413), o pensamento algébrico se refere ao “processo pelo qual os estudantes generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade”. Acredita-se que neste processo fazem uso de diferentes registros de representações utilizando linguagens variadas. Para esses autores o pensamento algébrico se subdivide em aritmética generalizada (generalização das operações e o pensamento relacional entre números) e o pensamento funcional (descrição da variação numérica em certo domínio, ideia similar do conceito de função). Nesse último é que pode ser desenvolvida a simbolização de quantidades, operações com elas, além da determinação de relações funcionais e representação gráfica que podem subsidiar a previsão de resultados.

Schliemann, Carraher e Brizuela (2007) e Kaput (2008) defendem que para que haja desenvolvimento do pensamento algébrico há que se proporcionar aos estudantes condições para a utilização de diferentes representações como as tabelas, as sequências numéricas, os gráficos cartesianos, a notação algébrica simbólica, do mesmo modo a linguagem natural que, na maioria das vezes, as precede. Nesse sentido, necessita-se da utilização de propostas pedagógicas que propicie ao estudante tal desenvolvimento,

Ponte (2005) ressalta que estratégias de ensino devem ser diversificadas pelos professores para que os estudantes desenvolvam a compreensão da linguagem algébrica de forma mais espontânea e não venham a sofrer tamanho impacto com a transição da Aritmética para a Álgebra. A generalização é um dos caminhos alternativos para o desenvolvimento do pensamento algébrico, que só se concretiza se utilizar desta habilidade para resolução de diferentes problemas e situações, caso contrário fica fortemente restringido na sua competência matemática.

Schliemann, Carraher e Brizuela (2007) defendem que crianças dos Anos Iniciais já conseguem raciocinar sobre funções podendo descrever em linguagem natural e linguagem simbólica. Esta última utilizada para modelar e resolver equações.

Conclui-se que a iniciação do conhecimento algébrico o quanto antes na vida escolar do aluno é um dos caminhos almejados para a concretização de um conhecimento matemático mais integrador e provocante, possibilitando aos alunos desenvolverem suas capacidades matemáticas com compreensão.

ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO E DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE

Para a coleta de dados foi utilizada uma atividade adaptada retirada no trabalho de Ponte (2009) intitulado "Álgebra no ensino básico". Tal atividade foi desenvolvida com 20 estudantes de uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental na qual a professora pesquisadora (primeira autora deste artigo) leciona. Os registros escritos dos quais fazemos uso para apresentar nosso relato são dos estudantes desta turma e foram coletados com o consentimento livre e esclarecido dos pais ou responsáveis. Ao longo do texto designamos os alunos da turma como estudante1, estudante2,... de maneira a manter o anonimato dos mesmos.

Apresentamos do decorrer do trabalho três resoluções utilizadas por serem as mais representativas dos estudantes.

A atividade foi adaptada de acordo com o nível de escolaridade dos estudantes, bem como foi realizada a conversão da moeda utilizada, no nosso caso o real, conforme apresentado no Quadro 1.

1. Leia atentamente a questão proposta abaixo:

Antônio e Marcos estavam passeando no shopping, quando Antônio observou em uma vitrine as seguintes ofertas:

***ATIVIDADE ADAPTADA PELA PESQUISADORA, RETIRADA DO ARTIGO: ÁLGEBRA NO ENSINO BÁSICO (PONTE*, BRANCO, MATOS, 2009, P39).**

Curioso, Antônio perguntou a Marcos se ele saberia responder o preço de cada objeto. Marcos por sua vez, apenas respondeu:

- Podemos considerar que na oferta **A** o par de tênis e o relógio custam R$127,35 e na oferta **B** os dois pares de tênis e o relógio custam R$ 178,85.

Assim temos:

Oferta A **1 par de tênis + 1 relógio de pulso por R$127,35**	**Oferta B** **2 pares de tênis + 1 relógio de pulso por R$178,85**

Observando os dados acima, ajude Marcos a descobrir o valor de cada objeto, utilize a forma que desejar ou algum algoritmo convencional. Depois explique como você pensou para descobrir o preço de cada objeto?

Quadro 1 – Atividade proposta aos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental
Fonte: da professora

A atividade proposta apresenta uma situação que poderia ser resolvida utilizando o pensamento algébrico, porém como os estudantes desta turma do 4º ano não apresentam o conhecimento de simbologias algébricas, surgiram então, como veremos adiante, as resoluções pela aritmética.

Para resolver a atividade, os estudantes necessitaram de auxílio, dessa forma a professora fez vários questionamentos acerca do raciocínio, do modo como deveriam analisar a situação para que pudessem encontrar a resposta, lembrando que o objetivo aqui não é a resposta final e sim o caminho percorrido pelos estudantes, ou seja, como pensaram para obter o resultado final.

Inicialmente os estudantes leram a situação-problema, na sequência a professora colocou a situação na lousa e por um determinado tempo refletiram, porém não apresentaram maneiras para resolver o problema. Demonstraram indagações por meio de suas expressões e olhares.

Após este momento, foram questionados a respeito de como poderiam pensar para se chegar a um resultado. Depois de várias tentativas em fazer com que os estudantes iniciassem a atividade, a professora foi à lousa para exemplificar e questionar, para que os mesmos apresentassem um caminho para iniciar a resolução. A professora fez as anotações presentes no Quadro 2.

1 par de tênis + 1 relógio de pulso = R$127,35	2 pares de tênis + 1 relógio de pulso = R$178,85
tênis + relógio = R$127,35	tênis + tênis + relógio = R$178,85

Quadro 2 – Anotações realizadas pela professora
Fonte: da professora

Quando a professora exemplificou da forma como apresentada no Quadro 2, todos os estudantes ainda permaneceram em silêncio. Diante do silêncio a professora fez uma nova exemplificação, conforme consta no Quadro 3.

$$\text{tênis} + \overbrace{\text{tênis + relógio}}^{\text{R\$127,35}} = \text{R\$178,85}$$

Quadro 3 – Anotações realizadas pela professora
Fonte: da professora

A professora colocou o esquema como o apresentado no Quadro 3 na lousa e informou que "um par de tênis mais um relógio custam R$127,35 e então temos aqui dois pares de tênis e um relógio, como podemos pensar agora, observando este esquema? Qual a diferença entre o primeiro exemplo colocado na lousa e este segundo?"

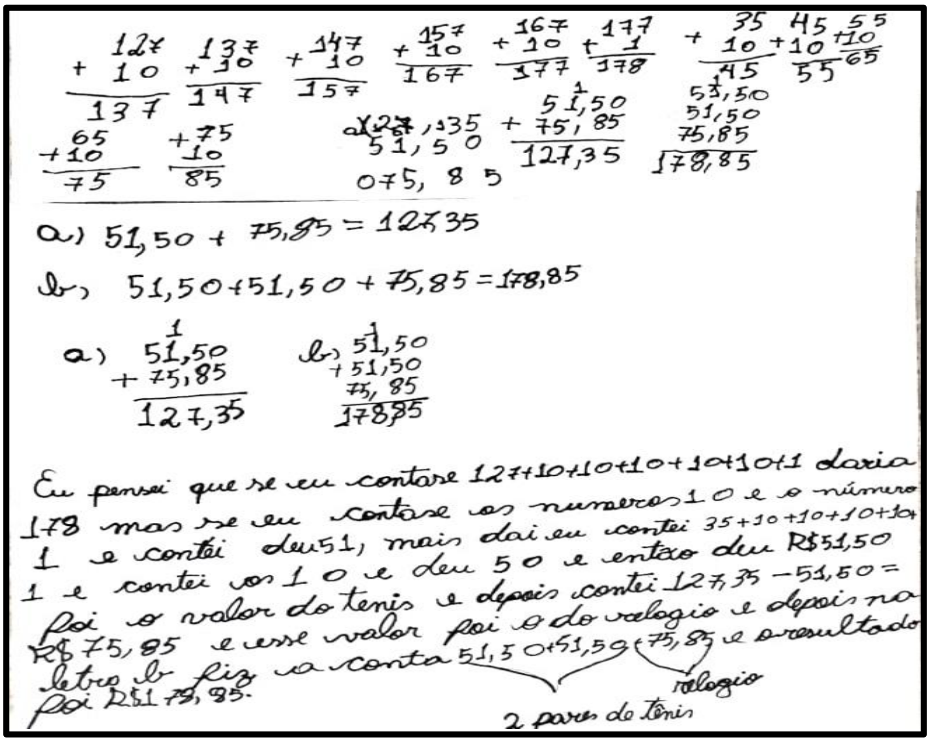
Neste momento uma estudante mostrou com um sorriso que havia compreendido e iniciou-se a primeira resolução.

A estudante, denominada aqui como estudante1, partiu do valor 127 e foi acrescentando 10 até obter 177, na sequência pegou 177 obtido e somou com 1 e obteve 178. A partir daí começou a trabalhar com os centavos, iniciou com 35 e seguiu o mesmo pensamento, acrescentando 10 até chegar a 85. Durante todo o processo para obter o resultado, em nenhum momento, a estudante1 utilizou-se do sistema monetário utilizando o número como um todo, ela utilizou os números apresentados e ainda dividiu-os para seguir seu encaminhamento. Chegando dessa maneira ao resultado 51,50. Tal encaminhamento denota um modo de calcular pela ideia de "completar", bastante comum em situações de troco e em contextos da matemática da rua.

Neste momento, a professora questionou: "mas esse valor é referente a qual objeto, o tênis ou relógio"?

A estudante então observou o que havia feito e continuou sem responder ao questionamento da professora. Por tentativa ela foi eliminando as possibilidades para verificar de qual objeto era o valor encontrado.

Seguindo seu pensamento, a estudante pegou o valor 127,35 e subtraiu o valor de 51,50 obtendo 75,85. Nesse momento fez mais duas operações para tirar a prova real e obteve os valores de cada objeto e seu total, chegando assim ao resultado final, conforme apresentado na Figura 1.



> Eu pensei que se eu contasse 127+10+10+10+10+10+1 daria 178, mas se eu contasse os números 10 e o número 1 e contei e deu 51, mas daí eu contei 35+10+10+10+10+1 e contei os 10 e deu 50 e então deu R$51,50, foi o valor do tênis e depois contei 127,35 – 51,50= R$75,85 e esse valor foi o do relógio e depois na letra b fiz a conta 51,50+51,50+75,85 e o resultado foi R$178,85. (2pares de tênis, relógio)

Figura 1 – Resolução da estudante1
Fonte: relatório da estudante1

A discussão empreendida entre professora e estudante1 foi produtiva, visto que os outros estudantes interagiram, mesmo que suas respostas não tivessem sido inicialmente as esperadas pela professora, pois muitos não conseguiram fazer a relação entre os valores e os objetos.
A partir das discussões geradas, vários outros estudantes foram percebendo como deveriam prosseguir para resolver a atividade e o envolvimento de todos foi um ponto positivo, porque esses estudantes mostraram-se, durante as aulas apáticos e tímidos, e nesse momento foram instigados a participar, pois estavam intrigados com tal situação apresentada.

A partir das discussões empreendidas com a estudante1, o estudante2 pegou o valor total dos três objetos que era R$178,85 e subtraiu o valor correspondente aos dois objetos R$127,35 e obteve um resultado R$51,50 que supostamente seria o valor de um par de tênis. Assim, somou esse resultado duas vezes (pensando no valor dos dois pares de tênis) e observou que tinha R$103,00.

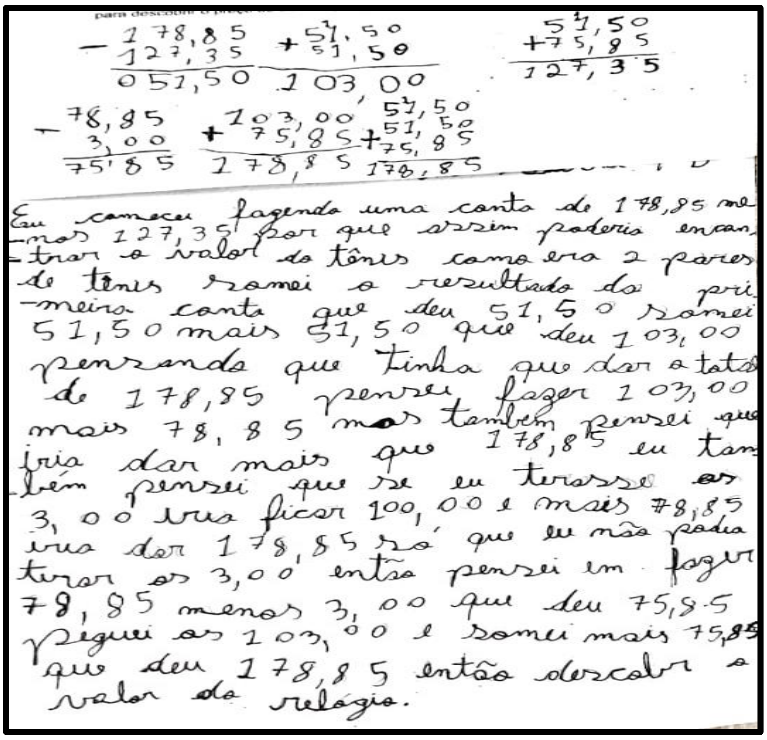
Analisando o valor total que era R$178,85, pensou que se pegasse R$78,85 + R$103,00 daria o resultado final, porém percebeu que essa soma ultrapassaria o valor total. Então resolveu subtrair R$3,00 do valor dos tênis e assim ficaria com R$100,00 que somado com 78,85 daria o valor total dos três objetos. Porém, refletiu que não poderia tirar R$3,00 de R$103,00 porque esse era o valor que ele havia encontrado que se referia aos pares de tênis (R$51,50 + R$51,50 = R$103,00).

A partir desta reflexão o estudante 3 ficou intrigado e depois de um instante pensou em tirar os R$3,00 do valor de R$78,85, de maneira que ficaria com R$75,85 que somado com R$103,00 resultaria no valor que ele estava procurando e, dessa forma, ele havia encontrado o valor do relógio.

Para validar seu resultado ele fez duas operações de soma: R$51,50 + R$75,85 = R$127,35 e R$51,50 + R$51,50 + R$75,85 = R$178,85 para tirar a prova real chegando assim ao resultado esperado.

O estudante2 em momento algum pensou em pegar o valor do tênis que havia encontrado e subtrair do valor de R$127,50 para encontrar o valor do relógio. Ele pensou, refletiu suas ações o tempo todo, o que culminou numa reflexão surpreendente, pois ele tinha

R$103,00 e precisava ficar com um total de R$178,85. Se não poderia tirar os R$3,00 do valor de R$103,00, então tiraria do valor de R$78,85, porque no final ficaria com os R$178,85 que precisava, conforme apresentado na Figura 2.



Eu comecei fazendo uma conta de 178,85menos 127,35 porque assim poderia encontrar o valor do tênis, como eram 2 pares de tênis, somei o resultado da primeira conta que deu 51,50. Somei 51,50 mais 51,50 que deu 103,00 pensando que tinha que dar o total de 178,85 pensei fazer 103,00 mais 78,85 mas também pensei que iria dar mais que 178,85 eu também pensei que se eu tirasse os 3,00 iria ficar 100,00 e mais 78,85iria dar 178,85. Só que eu não podia tirar os 3,00. Então eu pensei em fazer 78,85 menos 3,00 que deu 75,85 peguei os 103,00 e somei mais 75,85 que deu 178,85 então descobri o valor do relógio.

Figura 2 – Resolução do estudante 2
Fonte: relatório do estudante 2

Percebemos aqui, que o caminho percorrido pelo estudante2 até a resolução final foi de reflexão sobre suas ações e, quando os estudantes refletem sobre suas práticas o seu aprender acontece com significado.

Antes do início das discussões acerca da resolução da atividade o estudante3 fez inúmeras "contas", porém não conseguia chegar a uma estratégia que pudesse ajudar a resolver a situação. Ele iniciou por tentativa e erro, colocava um número e fazia a correspondência, mas quando pensava que teria que ter o mesmo valor dos objetos nas duas promoções ele observava que não estava correto.

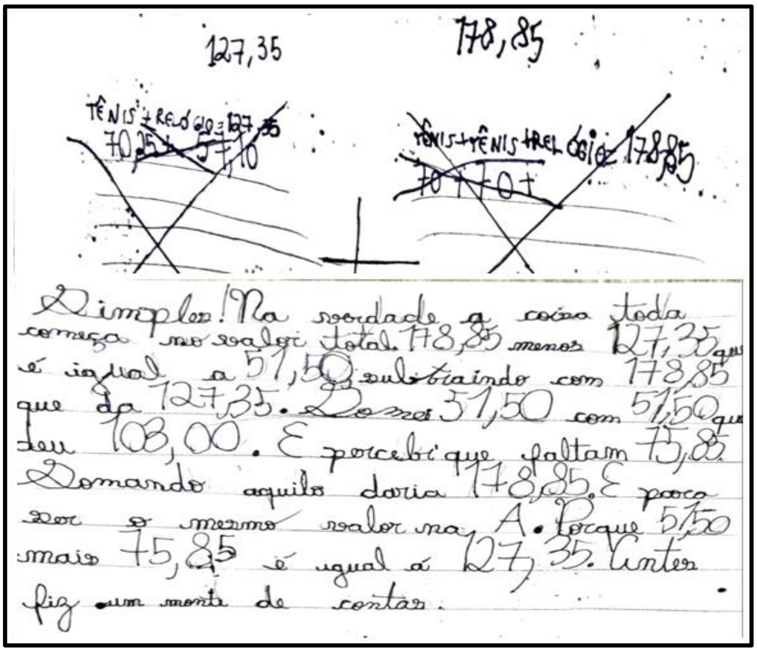
Inicialmente ele colocou o valor de R$50,00 para cada par de tênis e o restante que sobrava era o valor do relógio. Até certo ponto estava tudo bem com seu encaminhamento porque se os dois pares de tênis custavam R$100,00, o relógio custaria R$78,85. Mas se somasse o valor de R$78,85 com R$50,00 que era o valor que ele havia encontrado para o tênis, ele tinha um valor de R$128,85 o que não correspondia com o valor estipulado que era de R$127,35.

Vale ressaltar que este estudante realizou esse processo por várias vezes (por isso escreve no final da sua resolução que "fez um monte de contas", conforme apresentado na Figura 3), procurando encontrar a resposta correta. Não solicitou auxílio em nenhum momento.

No momento em que a professora começou a exemplificar na lousa e questionar os estudantes da turma, o estudante 3 compreendeu o que deveria fazer.

Então, ele pegou o valor total dos três objetos (R$178,85) e subtraiu o valor dos dois objetos (R$127,35) e obteve R$51,50. Na sequência ele subtraiu R$51,50 de R$178,85 resultando em R$127,35. Assim percebeu que havia encontrado o valor dos pares de tênis. Somou R$51,50 + R$51,50 que resultou em R$103,00. Observou neste resultado que faltava apenas R$75,85 para completar o total dos três objetos. Comparou os valores se realmente eram correspondentes para A e B e assim finalizou seu raciocínio.

Os primeiros registros das operações realizadas pelo estudante 3 e dos quais relatamos, a professora não conseguiu fotografar porque o estudante apagou, ficando apenas o registro escrito conforme Figura 3.



> Simples! Na verdade a coisa toda começa no valor total 178,85 menos 127,37 que é igual a 51,50. Subtraindo com 178,85 que dá 127,35. Somei 51,50 com 51,50 que deu 103,00. E percebi que faltam 75,85. Somando aquilo daria 178,85. E para ser o mesmo valor na A. porque 51,50 mais 78,85 é igual a 127,35. Antes fiz um monte de contas.

Figura 3 – Resolução do estudante 3
Fonte: relatório do estudante 3

Observando as resoluções exemplificamos neste artigo, percebemos que todos os estudantes utilizaram tentativa e erro para resolver a atividade proposta, com o auxílio da aritmética. Os estudantes estão iniciando sua caminhada para a construção do pensamento algébrico por meio do desenvolvimento e consolidação do pensamento aritmético.

A passagem da aritmética para a álgebra é facilitada quando o aluno compreende a aritmética presente na situação.

CONCLUSÃO

Os estudantes, para compreender a atividade, necessitaram além das discussões acerca da situação-problema, que a professora os auxiliasse com o desenho da situação na lousa, bem como fizesse a relação das letras com os elementos utilizados para a situação-problema.

Assim, desenvolveram a atividade por tentativa e erro, o que denota de fato que eles compreenderam o que deveriam fazer e utilizaram-se da aritmética para a realização, pois ainda não apresentam o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Se a professora os orientasse a fazer o caminho tradicional, talvez eles não compreenderiam o processo. A professora algebrizando com eles, colocando os nomes dos objetos para que ficasse mais claro e eles pudessem fazer a relação, os ajudou a compreender o caminho a percorrer para a obtenção da resolução.

Sem essa intervenção da professora, possivelmente a compreensão existiria, os estudantes iriam tentar resolver por meio de operações matemáticas desconexas e não chegariam a um resultado que pudesse ser aplicado nos dois casos da situação proposta.

Por vezes, os professores inserem a álgebra sem os estudantes estarem preparados, o que causa dúvida aos mesmos e falta de compreensão. Com isso, os estudantes tentam resolver com o método tradicional de resolução de problemas utilizando as operações aritméticas tradicionais, por vezes questionam se irão fazer “conta de mais ou de menos”.

O papel do professor é primordial, pois desde os anos iniciais do ensino fundamental, se ele trabalhar com as diferentes formas de representação de ideias e relações matemáticas, por meio de recursos diversos como símbolos, desenhos, material manipulativo e atividades de agrupar, classificar, ordenar que facilitem os trabalhos com os padrões, estará colaborando para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Esse encaminhamento, de certa forma, vem a refletir de forma positiva na compreensão das propriedades das operações, em que os alunos são encorajados a usar o pensamento relacional, a desenvolver a sua capacidade de estimação no sentido de se aventurarem na descoberta da generalização. Assim é possível abordar aspectos essenciais da Álgebra, nos diferentes níveis de escolaridade em que a criança se encontra inserida.

Reforçamos aqui o papel do professor como fundamental para que os estudantes desenvolvam um sentido numérico concomitante ao pensamento algébrico, levando-os a perceber o que há de comum entre ambos, para que consigam fazer a transição da Aritmética para a Álgebra como uma continuidade e não como uma fenda.

É possível perceber neste relato que os estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental mesmo não apresentando condições de estruturar a linguagem algébrica simbólica, apresentam condições de desenvolvimento do pensamento algébrico por meio da aritmética. A experiência sinaliza também para a importância de os professores realizarem momentos de investigação como estes com seus alunos. Quanto mais situações assim vivenciarem, mais terão condições de resolver problemas como estes.

Com o desenvolvimento do pensamento numérico e o trabalho do professor com os vários tipos de representação de ideias e relações matemáticas, como linguagem natural, tabelas e gráficos, os estudantes têm a possibilidade de desenvolver uma atividade com a linguagem algébrica quando chegar o momento oportuno para isso.

REFERÊNCIAS

BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 5, n. 36, p. 412-446, 2005.

KAPUT, J. J. What is algebra? What is algebraic reasoning? In: KAPUT,J.; CARRAHER, D.; BLANTON, M. (Eds.). **Algebra in the Early Grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008. p. 5-17.

KIERAN, C. (1992). The learning and teaching of algebra. In D. A. Grouws (Ed.), **Handbook of research on mathematics teaching and learning** (pp. 390-419). New York, NY: Macmillan.

LINS, Rômulo C.,GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI** .7a. ed. São Paulo:Papirus,2006.

MATOS, A.; BRANCO, N. & PONTE, J. P. Como vai o pensamento algébrico dos alunos? In: Educação & Matemática: **Revista da Associação de professores de matemática**. Lisboa: Torriana, nº 85, nov-dez. 2005. p. 54-60.

PONTE, J. P., BRANCO, N., & MATOS, A. (2009). Álgebra no ensino básico. Lisboa: **DGIDC**.

SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W.; BRIZUELA, B. M. **Bringing Out the Algebraic Character of Arithmetic**: From Children's Ideas to Classroom Practice. USA: Lawrence Erlbaum Associates, 2007.