



FUNÇÕES DAS FERRAMENTAS DIGITAIS EM UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Tânia Camila Kochmansky Goulart
Universidade Estadual de Londrina – UEL
maya.tcamila@gmail.com

Élida Maiara Velozo de Castro
Universidade Estadual de Londrina – UEL
elidamaiara.vc@gmail.com

Lourdes Maria Werle de Almeida
Universidade Estadual de Londrina – UEL
lourdes@uel.br

Resumo: Neste estudo temos por objetivo analisar a influência de ferramentas digitais em uma atividade de modelagem matemática desenvolvida por alunos de um curso de Ciência da Computação. Para isso apresentamos e discutimos uma mesma atividade de modelagem matemática sob a ótica de dois grupos distintos, os quais fazem diferentes usos de diferentes ferramentas digitais durante o desenvolvimento de tal atividade. A opção metodológica adotada fundamenta-se na abordagem qualitativa e nossas análises são baseadas em Greefrath (2011) e Greefrath et al. (2018), que aborda diferentes funções das ferramentas digitais em Modelagem Matemática. Para a análise dos dados utilizamos áudios gravados pelos alunos, produções de vídeo em tela e relatórios digitalizados das atividades. Os resultados apontam que apesar da atividade e da tecnologia serem as mesmas, suas aplicações foram distintas, por exemplo: uma mesma ferramenta digital pode ser utilizada com diferentes funções em Modelagem Matemática e podem ser utilizadas ao longo da atividade; nem todas as funções propostas por Greefrath (2011) são, necessariamente, evidenciadas em uma atividade; algumas funções aparecem com mais frequência em uma mesma atividade. Nossas análises nos levam a inferir que a tecnologia influenciou a atividade de modelagem matemática, auxiliando na busca pela solução da situação-problema sob a qual se orienta a atividade.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Ferramentas digitais.

INTRODUÇÃO

Ao olharmos para estudos que tratam da Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática notamos que, muitos deles, retratam uma preocupação com o ensino de Matemática, tomando como referência contextos reais e de interesse do aluno para a construção ou mobilização de conhecimentos, a partir de uma perspectiva crítica. Para se inserir nessa perspectiva, o aluno deve desenvolver seu senso crítico o que, segundo Skovsmose (1994, p. 21), “significa dirigir a atenção para uma situação crítica (no sentido de problemática), identificá-la, tentar abarcá-la, compreendê-la e reagir a ela”.

Não obstante, em acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012), consideramos que a Modelagem Matemática é uma alternativa pedagógica, por meio da qual se estuda matemática a partir de problemas não essencialmente matemáticos. Dessa forma, ao desenvolver uma atividade de modelagem matemática tomamos como ponto de partida uma situação inicial, que trata-se da problemática que se pretende investigar, e chegamos a uma situação final, que é a que responde a problemática inicial. A problemática, normalmente, é associada à contextos da realidade, na perspectiva do que é útil aos alunos.

No desenvolvimento de atividades de modelagem, ao passar da situação inicial para a situação final, os alunos, reunidos em grupos, podem estabelecer hipóteses variadas, assumir encaminhamentos distintos e mobilizar ou construir diversos conhecimentos matemáticos e da situação em estudo. Para isso os alunos muitas vezes recorrem à recursos, ferramentas e instrumentos complementares ou auxiliares na sua atividade. Dentre esses meios que os alunos recorrem, diversas pesquisas, que tratam da Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática, têm discutido a relevância e as contribuições do uso da tecnologia para auxiliar no desenvolvimento de atividades de modelagem (GREEFRATH; HERTLEIF; SILLER, 2018; BORSSOI, 2013, BORSSOI; ALMEIDA, 2015; SOUZA, 2018).

Tais estudos apontam que o uso de ferramentas digitais no desenvolvimento de atividades de modelagem promove a aproximação e a interação dos fatos da realidade com o conteúdo acadêmico. Em acordo com Blum et al. (2012) o uso destes dispositivos não só aumenta o poder computacional, mas as possibilidades para abordagens de ensino, aprendizagem e avaliação ou, de certa maneira, possibilitam diferentes percepções e compreensões, influenciando no processo de ensino e aprendizagem da matemática (DALLA VECCHIA, 2012). Arzarello, Ferrara e Robutti (2012) justificam o uso de tais ferramentas digitais ao apontar que a tecnologia pode fomentar o pensamento dinâmico dos alunos que resolvem problemas matemáticos.

Greefrath (2011) trata da influência das tecnologias em atividades de modelagem matemática no ciclo de Modelagem, apresentando um exemplo do uso de tecnologia para um problema de Modelagem Matemática e discute tarefas de avaliação por meio da tecnologia aliada à Modelagem. Embora o autor verifique que há uma conexão entre modelagem e a tecnologia, ele não olha para a influência a partir das funções das tecnologias digitais no desenvolvimento da atividade, foco de estudo do nosso trabalho.

Assim, o presente estudo apresenta-se organizado em seções. Na primeira, “As funções da tecnologia em atividades de modelagem matemática”, realizamos uma breve apresentação teórica sob a qual fundamentamos nossas compreensões sobre Modelagem Matemática e

tecnologias digitais. Em seguida, apresentamos os “Aspectos metodológicos do estudo”, descrevendo sobre os sujeitos, o contexto e o material que respaldam nossas análises. Na próxima seção, intitulada “ Descrição e análise das atividades de modelagem matemática e a influência da tecnologia”, descrevemos e analisamos, à luz do referencial teórico adotado, atividades de modelagem matemática desenvolvidas por dois grupos de alunos. Por fim, tecemos nossas Considerações Finais.

AS FUNÇÕES DA TECNOLOGIA EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste trabalho, consideramos que uma atividade de modelagem matemática pode ser descrita “em termos de uma situação inicial (problemática) e de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação-problema) e de um conjunto de procedimentos” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.12). Os procedimentos assumidos pelos alunos no decorrer de uma atividade de modelagem matemática estão associados aos métodos e ações utilizadas pelos alunos para irem da situação inicial à situação final (LORIN; ALMEIDA, 2014).

Além disso, uma atividade de modelagem matemática, de modo geral, se caracteriza pelo fato de ter seu início em uma situação-problema, onde os alunos mobilizam procedimentos de resolução que não são predefinidos, nem as soluções previamente conhecidas, exige portanto a investigação do problema, a introdução e aplicação de conhecimentos matemáticos, bem como a análise da solução obtida (se é satisfatória ou não para responder à situação-problema). Almeida, Silva e Vertuan (2012), sintetizam os elementos que caracterizam uma atividade de modelagem matemática, conforme a Figura 1:

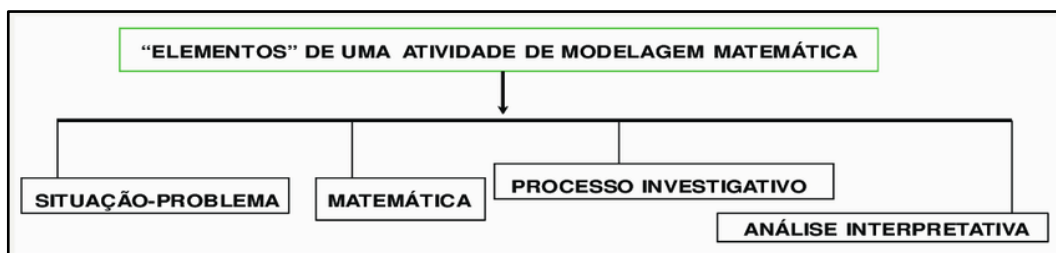


Figura 1: Elementos que caracterizam uma atividade de modelagem matemática
Fonte: Almeida; Silva; Vertuan (2012, p.17)

Outra característica da Modelagem Matemática é o fato de favorecer uma interlocução entre o conhecimento teórico e a realidade ou situações do cotidiano dos alunos, o que pode ser um fator motivador para aprendizagem. Diante disso, concordamos com Borssoi (2013), Almeida Silva e Vertuan (2012), Dalla Vecchia (2012) e Amorim (2016), que a inserção de

tecnologias - tratadas neste trabalho como ferramentas digitais - aliada à Modelagem Matemática podem mediar e aproximar a interação dos fatos da realidade com o conteúdo matemático.

Nosso entendimento sobre *ferramentas digitais* se alinha com a concepção de Greefrath et al. (2018) ao referirem-se às mídias digitais como computadores, *tablets* ou dispositivos portáteis. Diante dessa compreensão, reconhecemos que as tecnologias digitais são, frequentemente, utilizadas em atividades de modelagem.

Conforme Souza (2018), pesquisas que tratam da utilização das ferramentas digitais no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, indicam que essa utilização pode ocorrer em diferentes momentos das atividades de modelagem matemática e para cada momento podem apresentar diferentes funções.

Essas diferentes funções, segundo Greefrath (2011), são importantes em diferentes fases do ciclo de modelagem e podem estar relacionadas ao que ele identifica como *usos* das tecnologias digitais. Esses *usos* de ferramentas digitais em aulas de modelagem favorecem novas formas de aprender e entender Matemática, parecem intrínsecos em atividades de modelagem e apresentam diferentes funções.

Ao olhar para o ciclo¹ de Modelagem Greefrath (2011) sugere que é possível evidenciar oito funções, para as quais as tecnologias digitais podem ser utilizadas em atividades de modelagem matemática, denominadas: *investigação, experimentação, visualização, simulação, algebrização, cálculo, visualização e controle*. A função *visualização* aparece repetida, pois, segundo o autor, ela pode ser evidenciada em diferentes momentos do ciclo e com isso, tem diferentes finalidades.

No quadro 1 sintetizamos, a partir de Souza (2017), as características das funções das tecnologias digitais em Modelagem Matemática.

Função	Característica das funções das tecnologias digitais
<i>Investigação</i>	As tecnologias digitais, com essa função, são utilizadas para a coleta de dados e informações acerca da situação-problema.
<i>Experimentação</i>	As tecnologias digitais são utilizadas para realizar experimentos, caso o modelo matemático seja muito complexo ou caso o modelador desejar observar o comportamento do modelo. Além disso, auxiliam a transformação de uma situação real em um modelo geométrico ou numérico.

¹ Foge do escopo do trabalho discutir sobre o ciclo de modelagem, já que o foco são as funções das tecnologias.

<i>Simulação</i>	As tecnologias digitais utilizadas com essa função, possibilitam explorar uma quantidade maior de modelos, mesmo que estes sejam considerados complexos.
<i>Visualização</i>	Num primeiro momento fornece ferramentas para observar aspectos que ainda não tenham sido notados. Em momento posterior é utilizada para visualizar os resultados obtidos.
<i>Calculação</i>	Tecnologias utilizadas que permitem a realização de cálculos sem os quais não seria possível fazê-los ou demandaria tempo excessivo.
<i>Algebrização</i>	As tecnologias digitais fornecem uma representação algébrica a partir da inserção dos dados em ferramentas específicas.
<i>Controle</i>	As tecnologias digitais favorecem que o modelo matemático seja controlado, numérica ou algebricamente por exemplo.

Quadro 1: Funções das tecnologias digitais em Modelagem Matemática.
Fonte: as autoras

Conhecendo sobre Modelagem Matemática e os elementos que constituem atividades nessa perspectiva, reconhecemos que as ferramentas digitais podem ser utilizadas pelos alunos para resolver a problemática que deu origem à atividade e, assim, influenciar no desenvolvimento desta. Embora Greefrath (2011) associe as funções das ferramentas digitais ao ciclo de modelagem optamos por não tratar do ciclo neste trabalho por dois motivos: pela limitação do número de páginas; e porque compreendemos que para evidenciar tais funções (foco de nosso estudo) não precisamos remeter à alguma etapa do ciclo, sendo que elas podem emergir ao longo da atividade, outras podem não ser evidenciadas, algumas podem ser recorrentes e não, necessariamente, acontecer de forma linear.

Assim, buscamos neste trabalho olhar para tais funções, a partir de alguns encaminhamentos metodológicos apresentados a seguir.

ASPECTOS METODOLÓGICOS DO ESTUDO

A partir do nosso entendimento sobre Modelagem Matemática, nesse estudo buscamos investigar as estratégias utilizadas pelos alunos ao fazerem o uso das ferramentas digitais durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática.

Nossas opções metodológicas seguem abordagem qualitativa, pois, segundo Godoy (1995, p. 21), “[...] a pesquisa qualitativa ocupa um reconhecido lugar entre as várias possibilidades de se estudar os fenômenos que envolvem os seres humanos e suas intrincadas relações sociais, estabelecidas em diversos ambientes”. Compreendemos que nossa pesquisa se

insere nesse contexto devido ao fato de que buscamos, em uma atividade de modelagem matemática, elementos para analisar a influência da tecnologia durante o seu desenvolvimento, uma vez que, estes alunos em particular, possuem integralmente, recursos tecnológicos disponíveis.

Para subsidiar nosso estudo e fundamentar a análise, utilizamos os dados coletados em forma de gravação de produções de vídeo em tela, áudios e relatório dos dois grupos de alunos de um curso de Ciência da Computação, no contexto da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI), enquanto se envolviam com atividade de modelagem matemática.

Para melhor organização e interpretação dos dados, para esta pesquisa, transcrevemos os áudios fornecidos pelos alunos e apresentamos alguns recortes dos diálogos, que corroboram para nossas análises, em forma de Episódios. Além disso, realizamos capturas de tela dos vídeos produzidos, bem como a transcrição dos relatórios digitalizados, buscando ilustrar as produções dos alunos.

Os dois grupos, cujas resoluções são analisadas neste trabalho, são denominados como G1 e G2. Cada grupo é formado por 03 alunos, dos quais são tratados como por exemplo, *G1A1* nos referirmos ao Aluno 1 do Grupo 1, mantendo assim sigilo em sua identidade.

Levando em conta tais entendimentos de uma atividade de modelagem matemática como uma alternativa pedagógica e as assertivas de Greefrath (2011) Greefrath et al. (2018) e seus entendimentos em relação ao uso de tecnologia em atividades de modelagem, nossa investigação concentra-se na atividade “Carregamento da bateria do celular”, proposta por Almeida e Silva (2017).

Para nossa análise, vamos olhar para dois grupos que, no nosso entendimento, utilizaram a mesma tecnologia², para diferentes funções ao desenvolverem suas atividades, bem como sua utilidade na compreensão do problema estudado.

O encaminhamento desta atividade se deu durante quatro horas/aula de 50 minutos. Para isso, a professora propôs o problema fornecendo uma tabela (quadro 2) para coleta de dados, visando auxiliar os alunos e conduzir seus procedimentos para a resolução do problema.

² Os alunos já tinham familiaridade com alguns *softwares* pois já haviam feitos alguns trabalhos em que faziam o uso de tecnologia em outras disciplinas de matemática, já que era a mesma professora que ministrava as aulas.

Para realizar a coleta dos dados você deverá esperar a bateria de seu telefone celular descarregar totalmente. Inicie então o carregamento e anote a porcentagem de capacidade total que a bateria alcança conforme o tempo (t) passa, em minutos, completando a tabela:

Tempo t – em minutos	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180
Percentual da carga P (%)													

Quadro 2 – Situação-problema entregue aos alunos

Fonte: Almeida e Silva (2017, p. 211)

O problema foi escolhido pela professora por se configurar numa possibilidade dos alunos desenvolverem, pela primeira vez, uma atividade de modelagem matemática. Foi proposto como um momento de familiarização, uma vez que a professora tinha intenção de desenvolver outras atividades de modelagem com os alunos no decorrer da disciplina. Além disso, a intencionalidade também estava voltada para o contato dos alunos com *softwares* matemáticos, sendo que alunos já conheciam a maioria deles. Nesse sentido, o foco da professora se voltava neste momento para observar qual a função de tais recursos para os alunos ao desenvolverem a atividade proposta.

Com o advento da tecnologia, o desenvolvimento de ferramentas digitais tem fortalecido a grande gama de *softwares* disponíveis atualmente, favorecendo a escolha para cada tipo de atividade de acordo com uma função específica. Nas atividades analisadas neste trabalho, os alunos utilizaram dispositivos classificados como SAC³ e SGD⁴. O uso destes dispositivos, alinha-se com o nosso referencial teórico que justificam serem favoráveis no desempenho de atividades de modelagem matemática. Dentre os *softwares* utilizados, estão o *Curve Experts*, o *GeoGebra*⁶, o *WolframAlpha*⁷ e o *Microsoft Excel*⁸.

Na seção a seguir, realizamos a análise das atividades e como essas ferramentas digitais influenciaram o desenvolvimento da atividade, pelos grupos, a partir da função que exerceram em cada momento.

DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA E A INFLUÊNCIA DA TECNOLOGIA

³ Sistema de Álgebra Computacional.

⁴ *Software* de Geometria Dinâmica.

⁵ *Software* livre utilizado para fazer ajuste de curvas e análise de dados.

⁶ *Software* de livre acesso, de fácil instalação e que pode ser usado até mesmo *online*, direto na sua plataforma.

⁷ Serviço *online* capaz de computar resultados matemáticos.

⁸ Aplicativo de criação de planilhas eletrônicas.

Para investigar de que forma os alunos se apropriam do emprego da tecnologia ao desenvolverem uma atividade de modelagem matemática analisamos uma atividade desenvolvida por alunos do curso de Ciência da Computação, na disciplina de CDI ministrada por uma das autoras deste artigo.

Com enfoque nesses aspectos, nossa análise se fundamenta nos aspectos teóricos de Greefrath (2011) e Greefrath et al. (2018) que discutem funções mais gerais para a tecnologia, como por exemplo, a contribuição para a construção de ideias.

A atividade teve início com os dados que os alunos obtiveram previamente à sala de aula. Com os dados em mãos, os alunos, organizados em grupos, iniciaram o desenvolvimento de sua atividade. Devemos destacar aqui que, inicialmente, os alunos tiveram um momento para investigar o que fariam com estes dados uma vez que eles estavam tendo seu primeiro contato com uma atividade de modelagem matemática.

Para um melhor entendimento de nossas análises, separamos alguns aspectos considerados por nós como relevantes em cada grupo, associados às falas dos grupos, que mencionaremos aqui como Episódios.

Atividade do Grupo 1

Após receberem a situação-problema proposta, os alunos realizaram a experiência de carregar a bateria de um celular para coletar os dados, ou seja, para obter os percentuais de carga de acordo com o tempo plugado na tomada.

Em seguida, o grupo colocou os dados obtidos, no *Curve*, onde apropriaram-se da ferramenta *Data Tool*, o qual forneceu entre outras funções, a função matemática da curva $y = 100,5505e^{-0,0027x^{1,609}}$ (onde x é o tempo, em minutos e y é a porcentagem de bateria) como apresentado na Figura 2, consideraram pelo G1 como a curva que melhor descrevia a situação.

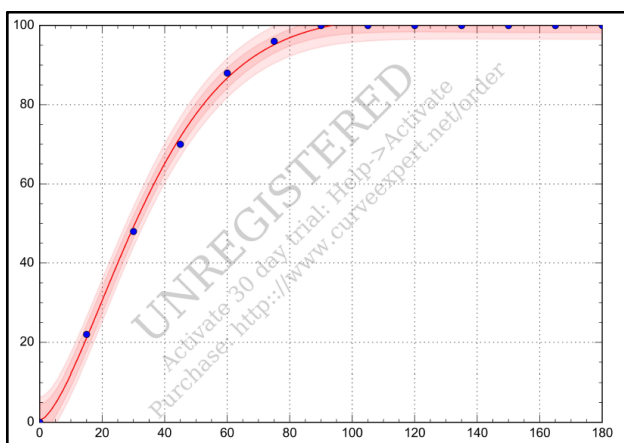


Figura 2 – Curva encontrada por G1 ao utilizar o *Curve Expert*
Fonte: Registros do G1

Constatamos que o G1, ao fazer o uso do *Curve* com a finalidade de obter informações a partir dos dados coletados acerca da situação-problema, neste caso por meio de um gráfico, indica que a função *investigação* foi utilizada pelos alunos.

Em seguida, os alunos decidiram então fazer o uso de outro *software*, o Geogebra, com a função de *visualização*, buscando notar alguns aspectos que ainda não estavam explícitos (Episódio 1).

Episódio 1

GIA3: Sim...certeza que é essa! Agora a gente põe no GeoGebra que é o que a professora sempre faz....daí a gente vê se é esta mesmo (referindo-se a função escolhida)

[...]

GIA1: Deu certo!!!! Achamos a função, é essa! Olha lá, (diz o aluno apontando pra tela do computador) o gráfico nunca vai passar de 100...(referindo-se aos 100% da bateria totalmente carregada).

Essa ação dos alunos denota que o grupo utilizou uma outra ferramenta digital com a função de *visualização*, pois buscavam analisar o comportamento da curva para, no nosso entendimento, validar o modelo obtido pelo *Curve*.

Após realizarem a observação dos dados e os primeiros encaminhamentos assumidos pelos alunos ao investigarem a situação, a professora então fez alguns questionamentos para os grupos: 1^a) Após 40 minutos com o celular carregando, qual percentual da carga da bateria havia sido carregado? 2^a) Em quanto tempo a bateria do celular estava carregada aproximadamente 50%?

A partir desses questionamentos os alunos passaram a explorar os dados e a situação, evidenciando a necessidade de obter mais informações. Uma das sugestões que surgiu foi “Tá, então a gente usa o *Excel* e põe esses valores na ‘fórmula’ que a gente achou! (*GIA2*)

Assim, o G1 usou o *Excel* como alternativa para responder às questões levantadas pela professora. A primeira pergunta foi respondida facilmente, realizando apenas a substituição da variável tempo (x) por 40, obtendo como resposta que aproximadamente 65% da bateria estaria carregada (y). Porém, para responder à segunda pergunta, o G1 percebeu que o *Excel* não realizaria o cálculo aos substituir os valores na função matemática, conforme Episódio 2:

	X	Y	A	Formula	
1					
2	0	0	100,5505526	$y = a - b e^{-c(x^d)}$	Weibull model
3	15	21	B		
4	30	48	99,66495076		
5	45	71	C	65,19599897	
6	60	87	0,00273658		
7	75	95	D		
8	90	100	1,609374038		
9	105	100			50% 31 minutos
10	120	100			40 minutos 65%
11	135	100			
12	150	100			
13	165	100			
14	180	100			
15					
16	40				

Episódio 2:

GI A2: Vamos olhar no GeoGebra, deve ser alguma coisa menor do que 40, com certeza, porque em 40 minutos, já tava com 65%. Vamos tentando e ‘jogando’ no Excel.

Figura 3 – G1 ao utilizar o *Excel* para responder às perguntas feitas pela professora
Fonte: Registros do G1

O *Excel*, neste caso, se constituiu como uma ferramenta digital com a função de *controle*, já que os alunos realizaram um controle numérico do modelo obtido, utilizando o método de tentativa e erro, e substituindo estas tentativas no *Excel*, chegaram a conclusão de que o celular havia carregado 50% da bateria em 31 minutos (Figura 3).

O grupo justificou que o uso do *software* e o modelo obtido conforme o Episódio 3:

Episódio 3

Professora: E aí, como sabem se a função que vocês encontraram representa o carregamento deste celular?

GI A1: Ué, deu muito certo a nossa função! Quer ver o que a gente fez no GeoGebra? Ficou massa!

[...]

GI A1: Este é o correto, porque olha, nunca vai passar de 100% a gente pode até fazer o limite....é isso que a senhora quer?

Professora: Vocês tem mais este recurso para testar então...

A partir da compreensão de que poderiam encontrar o limite usando algum *software*, os alunos voltaram a utilizar o computador agora para calcular. Isso sugere que o Excel foi utilizado com a função de *calculação*, o que desencadeou o uso do *WolframAlpha*, para calcular o limite, conforme a Figura 4.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (100.551 - 99.665 e^{-(0.00273 x^{1.6093})}) = 100.551$$

Figura 4 – G1 ao utilizar o *WolframAlpha* validar o modelo
Fonte: Registros do G1

Nesse sentido, podemos perceber em nossas análises que, de acordo com os Episódios anteriores (2 e 3), que as funções de *algebrização* e de *calculação* favoreceu o grupo para obter as respostas, sendo estes apoiados pelo uso da tecnologia. Neste caso, utilizaram dois *softwares*

distintos para encontrarem resultados numéricos, ora para responder às perguntas, ora motivados pelo cálculo de limites.

Atividade do Grupo 2

O desenvolvimento da atividade pelo G2, a partir do mesmo problema enunciado anteriormente, levou os alunos a olharem para os dados (também obtidos da coleta realizada pelo carregamento e anotações referente a tempo e porcentagem de carga de bateria), a construir o gráfico no *Curve*, conforme retrata o Episódio 3.

Episódio 3

G2A1: Tá...já que estamos no PC, vamos colocar os pontos no gráfico...

G2A2: Pra quê? Vai ser proporcional...quanto mais tempo ficar carregando, maior será a porcentagem da bateria....

Professora: Mas há uma proporção nos seus dados? Explique melhor como é isso....

G2A1: Não é... olha bem...aqui aumenta de um jeito, e aqui de outro... (diz o aluno, apontado para os dados em mãos)

G2A2: Tá....então colocamos no *Curve* e vemos no que dá.

Professora: E como você pretende saber se é proporcional?

G2A2: Se der uma reta né...?

Professora: Vamos testar!?

O G2 ao usar o *Curve* para encontrar uma função matemática para investigar a situação, apropriou-se da ferramenta com a função de *experimentação*, pois buscavam observar o comportamento dos diferentes modelos matemáticos. Após encontrarem o modelo matemático (Figura 5 – que descreve a função matemática $y = 121,1731(1 - e^{-0,01x})$ (onde x é o tempo, em minutos e y é a porcentagem de bateria), os alunos estavam motivados em responder as perguntas feitas pela professora.

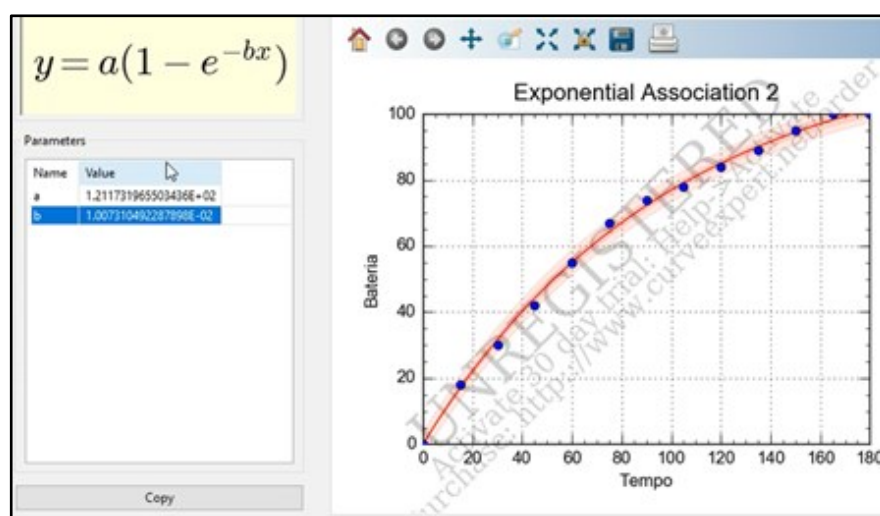


Figura 5 – Curva encontrada por G2 ao utilizar o *Curve Expert*
Fonte: Registros do G2

Após o G2 encontrar o modelo considerado por eles como ideal para descrever a situação, o grupo, ainda fazendo o uso da ferramenta, resolveu então trocar os dados da situação de lugar. Usar o *software* para simular qual era o tempo quando em relação ao carregamento da bateria, indica que a tecnologia foi utilizada pelos alunos com a função *simulação*, levando-os a obter o modelo matemático $y = \frac{-128,1565 x}{-174,6719 + x}$ (onde x é a porcentagem de bateria e y é o tempo, em minutos).

Após obter dois modelos diferentes, um para cada situação, o G2 colocou cada um dos parâmetros (A e B) no *Excel* com a função de *calculação* para responderem às duas perguntas feitas pela professora. Assim, concluiu que, em 40 minutos, o celular havia carregado 39,95% de sua bateria e que para carregar 50% da sua carga, o celular teria ficado 51,40 minutos carregando (Figura 6).

A	B	Formula	X (Inserir)	Y (Resultado)
121,1731	0,01	$y=a*(1-\exp(-bx))$	Tempo= 40	Bateria = 39,95
-128,1565	-174,6719	$y=a*x/(b+x)$	Bateria= 50	Tempo = 51,40

Figura 6 – G2 ao utilizar o *Excel* para *calculação*
Fonte: Registros do G2

Apesar do G2 encontrar dois diferentes modelos matemáticos, eles justificam que para descrever a situação inicial, o modelo ideal é o que descreve a carga carregada em função do tempo e que a obtenção de um novo modelo se deu pelo fato de serem questionado, segundo eles, “por uma coisa que era inversa” - relata *G2A1*.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir do nosso estudo e das análises realizadas, podemos pontuar algumas considerações acerca da influência da tecnologia em atividades de modelagem matemática, interpretada a partir das funções que desempenham ao longo de tais atividades.

Primeiramente, podemos pontuar que, das oito funções listadas por Greefrath (2011) Greefrath et al. (2018), conforme nosso aporte teórico, nem todas as funções são evidenciadas a partir do uso da tecnologia em Modelagem Matemática. Na atividade do G1, por exemplo, a função de *experimentação* não aparece em nossas análises ou não desempenha papel significativo no desenvolvimento da atividade. Já na atividade do G2 não identificamos a função *controle*.

Por outro lado, algumas funções aparecem com mais frequência em uma mesma atividade, como é o caso da *visualização*, evidenciada no desenvolvimento da atividade pelo G1 e a função *experimentação*, do G2. Compreendemos que isso pode ocorrer devido ao fato de que os dois grupos optaram por inserirem seus dados no *software* para então começarem sua análise em relação a situação-problema.

Além disso, notamos que uma mesma ferramenta digital pode ser utilizada com diferentes funções em Modelagem Matemática, até quando é o caso de uma mesma atividade desenvolvida por grupos distintos, como aconteceu, por exemplo, no uso do *Curve*, utilizado pelo G1 com a função de *controle* e pelo G2 com a função de *simular*. Isso pode levar a outra consideração importante: uma mesma função pode aparecer em momentos distintos da atividade de modelagem. Embora nossa opção metodológica não tenha foco nas funções associadas ao ciclo da Modelagem, percebemos que algumas funções não têm um momento exato e nem seguem uma ordem para emergir. A função *calculação*, por exemplo, na atividade do G1, aparece logo no início enquanto que no G2, a mesma função se manifesta apenas no final da atividade, sendo que para isso, os grupos usaram diferentes *softwares*.

De modo geral, entendemos que todos os grupos utilizaram as ferramentas digitais com a função de *visualização*, sendo este um ponto essencial para a os grupos se inteirassem do problema. Devemos destacar aqui que o encaminhamento desta atividade, permitiu de modo empírico, que os alunos, possibilitados pelo uso da tecnologia e as funções obtidas por meio da manipulação do *software*, se sentissem motivados a encontrar um modelo matemático para descrever a situação apresentada pela professora.

Soma-se a isso o fato de os alunos conhecerem as ferramentas digitais influenciou nas opções e encaminhamentos assumidos por eles para resolver a situação-problema apresentada pela professora. Diante disso, pontuamos que é necessário que o professor também tenha conhecimento sobre possíveis tecnologias que possam a vir utilizadas ou mesmo que ele possa sugerir para seus alunos.

A partir da caracterização de Modelagem que assumimos, compreendemos que uma atividade dessa natureza possui caráter aberto e por isso os encaminhamentos assumidos pelos alunos podem ser diversos. Portanto, é possível que, num outro cenário, a atividade proposta fosse desenvolvida sem a necessidade de recorrer a ferramentas digitais ou que as ferramentas fossem outras. Entretanto, reconhecemos que as ferramentas digitais, nas atividades aqui descritas, desempenharam um papel importante, facilitando e agilizando cálculos, fornecendo resultados mais precisos e permitindo explorar os dados de maneiras distintas.

De modo geral, destacamos que a Modelagem Matemática possibilita aprendizagem de conteúdos matemáticos, manipulação de ferramentas digitais em suas diferentes funções e da situação-problema que norteia a atividade. Assim como as ferramentas digitais influenciam em atividades de modelagem matemática na medida que, em suas diversas funções, possibilitam estudos, compreensão, matematização, resolução e solução da situação-problema sob a qual se orienta a atividade.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. A. Ação dos Signos e o Conhecimento dos Alunos em Atividades de Modelagem Matemática. **Bolema**, v. 31, n. 57, p. 202–219, 2017.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2012.

AMORIM, L. G. K. M. **Interdisciplinaridade, modelagem matemática, tecnologias e escrita no ensino e aprendizagem de função do 1º grau** / Lóren Grace Kellen Maia Amorim. - 2016.

ARZARELLO, F.; FERRARA, F.; ROBUTTI, O. Mathematical modelling with technology: The role of dynamic representations. *Teaching Mathematics and Its Applications*. **International Journal of the IMA**, 31(1), 20-30, 2012.

BLUM, W., ALSINA, C., BIEMBENGUT, M. S., BOULEAU, N., CONFREY, J., GALBRAITH, P., & HENN, H.-W. ICMI study 14: Applications and modelling in mathematics education discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, 51, 149–171, 2002.

BORSSOI, A. H.; ALMEIDA, L. M. W. Percepções sobre o uso da Tecnologia para a Aprendizagem Significativa de alunos envolvidos com Atividades de Modelagem Matemática. **Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias** (En línea), v. 10, p. 36–45, 2015.

BORSSOI, A. H. **Modelagem Matemática, Aprendizagem Significativa e Tecnologias: Articulações em diferentes contextos educacionais**. Londrina, 2013. Tese de Doutorado – Programa de Pós-Graduação em ensino de Ciências e Educação Matemática Universidade Estadual de Londrina, 2013.

DALLA VECCHIA, R. **A modelagem matemática e a realidade do mundo cibernético**. Rio Claro, 2012.

GODOY, A. S. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. **Revista de Administração de Empresas**, São Paulo, v.35, n.3, p.20-29, maio/jun.1995.

GREEFRATH, G. Using Technologies: New Possibilities of Teaching and Learning Modelling – Overview. In: **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling**

(ICTMA 14). Hamburgo: KAISER, G.; BLUM, W.; FERRI, R. B.; STILLMAN, G. (Ed.), p. 301–304, 2011.

GREEFRATH, G.; HERTLEIF, C.; SILLER, H.-S. Mathematical modelling with digital tools—a quantitative study on mathematising with dynamic geometry software. **ZDM**, p. 1–12, 2018.

LORIN, A.P.Z ; ALMEIDA, L. M. W. . **Procedimentos dos alunos durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática**. In: XII Encontro Paranaense de Educação Matemática, 2014, Campo Mourão. XII Encontro Paranaense de Educação Matemática, 2014.

SKOVSMOSE, O. **Towards a philosophy of critical mathematics education**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994.

SOUZA, H. C. T. **Um olhar sobre o fazer Modelagem Matemática à luz da filosofia de Wittgenstein**. Tese de Doutorado—Londrina: Universidade Estadual de Londrina, 2018.