PROGRAMAÇÃO LINEAR NA CONTEXTUALIZAÇÃO DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Danielle Durski Figueiredo
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
durski@utfpr.edu.br

Luiz Fernando Nunes
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
nunes@utfpr.edu.br

Resumo: Neste trabalho, é apresentado o relato de uma experiência em sala de aula vivida em uma turma de primeiro ano do ensino médio. O objetivo é expor a possibilidade de se trabalhar o conteúdo de Programação Linear, já nos primeiros anos do ensino médio. Este assunto normalmente só é trabalhado em disciplinas do ensino superior, mas se for conduzido da forma adequada, pode enriquecer o desenvolvimento da matemática em sala de aula. A razão disso, é mostrar que problemas reais relevantes, como problemas de roteirização e localização de instalações, como postos de vigilância policial, podem ser resolvidos utilizando ferramentas matemáticas e computacionais relativamente simples. Essa aproximação da realidade aos conteúdos de matemática pode mostrar o quanto importante podem ser os assuntos tratados em sala de aula, motivando e incentivando o estudo da matemática. Os resultados mostraram a viabilidade do projeto, que trouxe motivação e interesse aos alunos que participaram da experiência.

Palavras-chave: Contextualização. Programação Linear. Ensino Médio.

INTRODUÇÃO

A educação está rodeada constantemente de questionamentos e reflexões sobre as possibilidades de um ensino mais significativo. Trabalha-se em melhorar processos de ensino que venham a atender às expectativas dos professores e dos alunos no processo ensino-aprendizagem.

A partir da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN – 9.394/1996), as políticas públicas orientadoras de currículo tratam da contextualização como princípio pedagógico e consideram que é na

> [...] dinâmica de contextualização/descontextualização que o aluno constrói conhecimento com significado, nisso se identificando com as situações que lhe são apresentadas, seja em seu contexto escolar, seja no exercício de sua plena cidadania. A contextualização não pode ser feita de maneira ingênua, visto que ela será fundamental para as aprendizagens a serem realizadas – o professor precisa antecipar os conteúdos que são objetos de aprendizagem. Em outras palavras, a contextualização aparece não como uma forma de "ilustrar" o enunciado de um problema, mas como uma maneira de dar sentido ao conhecimento matemático na escola. (BRASIL, 2006, p. 83).

A referência acima marca três elementos para as discussões sobre o termo de contextualização: ser fundamental para a aprendizagem; dar sentido ao conhecimento; construir conhecimento com significado.

A Programação Linear é uma técnica de planejamento que procura, dentro de um ambiente operacional, a otimização de uma função objetivo de um problema, sujeita a um conjunto de restrições ou regulamentações. Uma característica importante da Programação Linear, e que facilita o processo de análise e de decisão, é a utilização de modelos matemáticos que permitem a experimentação da solução proposta. Isto significa que uma decisão pode ser melhor avaliada e testada antes de ser efetivamente implementada. Para o problema que se esteja estudando, a economia obtida e a experiência adquirida pela experimentação justificam a utilização da Programação Linear (LISBOA, 2002).

A Programação Linear, por apresentar caráter aplicativo e contextualizado, pode ser perfeitamente abordada no Ensino Médio do currículo da disciplina de Matemática, pois poderá tornar os discentes mais participativos e motivados a estudar e discutir essa disciplina.

Este trabalho apresenta o relato de uma atividade na disciplina de Matemática desenvolvida com alunos do Ensino Médio que tem como objetivo final resolver problemas reais com a Programação Linear. Um dos problemas desenvolvido por um aluno será apresentado em detalhes. Trata-se da determinação da melhor localização de postos policiais, tendo como base de dados a quantidade de ocorrências registradas pelo órgão municipal responsável. O modelo matemático utilizado para a resolução deste tipo de problema é conhecido como Modelo do Problema de P-Medianas que será citado nas seções a seguir.

MAS AFINAL, O QUE É PROGRAMAÇÃO LINEAR?

A programação linear é, segundo Arenales et al. (2007), uma área da pesquisa operacional que visa racionalizar decisões através da transformação de problemas em modelos matemáticos lineares, de forma a descobrir a melhor configuração possível. Seus problemas são compostos de variáveis de decisão (que podem ser binárias, inteiras, porcentagens, etc.), que representam as decisões que precisam ser tomadas. Seu modelo matemático é composto de uma função objetivo, que deve ter seu valor maximizado ou minimizado de acordo com a necessidade do problema, e depende das variáveis de decisão. Essas variáveis também são limitadas por um conjunto de equações e inequações, chamadas de restrições. Alguns tipos de problema que podem ser resolvidos com Programação Linear incluem minimização do tempo gasto em determinado circuito que precise passar em vários pontos, maximização do lucro ou minimização dos custos em uma produção, etc.

Um exemplo de estudo que utilizou a Programação Linear é o que foi realizado por Ferreira e Bachega (2011), ambas da Universidade Federal de Goiás, com a finalidade de minimizar o custo de transporte da empresa estudada, otimizando as empresas de transporte a serem empregadas para cada cidade que deve ser suprida, e a quantidade da produção a ser transportada, levando a uma redução de 9,34% dos custos logísticos da empresa.

Dias (2011) e Melo (2012) desenvolveram dissertações de mestrado que mostram metodologias para a abordagem do conteúdo matemático em sala de aula utilizando a Programação Linear com o intuito de torná-los mais interessantes e motivadores.

Outro exemplo é o executado por Araújo et al. (2014), que apresentou a localização ideal de novas escolas de um município, considerando as já existentes, assim como a distribuição de vagas para os estudantes, para comparar os resultados à situação atual do município e orientar seus governantes. Este é um problema de localização de instalações, conhecido como problema das P-Medianas.

PROBLEMA DE P-MEDIANAS

O problema de P-Medianas consiste em localizar instalações, de forma a minimizar a soma das distâncias entre as mesmas e seus pontos de demanda. Os seus modelos de resolução são utilizados como ferramentas de auxílio à decisão em problemas onde bancos de dados geograficamente referenciados possam ser acessados.

Segundo Christofides (1975), o problema das P-Medianas pode ser formulado como um problema de Programação Linear Inteira Binária, da seguinte forma:

$$Z = min \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} d_{ij} \cdot x_{ij} \qquad (1)$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad j \in N \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ii} = p \qquad (3)$$

$$x_{ij} \leq x_{ii} \quad i,\, j \in N \qquad (4)$$

$$x_{ij} \in \left\{0,1\right\} \quad i,\, j \in N \qquad (5)$$

Onde: $[d_{ij}]_{n \times n}$ é uma matriz simétrica de distâncias ponderadas; $[x_{ij}]_{n \times n}$ é a matriz de alocação, com $x_{ij} = 1$ se o vértice *i* é alocado ao vértice *j* e $x_{ij} = 0$, caso contrário; $x_{ii} = 1$ se o vértice *i* é uma mediana e $x_{ii} = 0$, caso contrário; *p* é o número de medianas (instalações) a serem localizadas e *n* é o número de vértices na rede, e *N* = {1, ..., *n*}.

A função objetivo (1) minimiza a soma das distâncias ponderadas d_{ij}, onde d_{ij} é o produto da distância entre os vértices v_i e v_j ($d(v_i, v_j)$) pelo peso w_j, sendo o peso w_j a demanda de cada vértice v_j. Assim $d_{ij} = w_j \cdot d(v_i, v_j)$.

As restrições (2) e (4) definem que cada vértice *j* é alocado a somente um vértice *i*, que deve ser uma mediana. A restrição (3) determina o número *p* de medianas a ser localizado e as restrições (5) correspondem às condições de integralidade.

METODOLOGIA E RESULTADOS

A seguir tem-se o relato de como foi conduzida a atividade de se introduzir conceitos matemáticos e aplicações da Programação Linear no desenvolvimento da disciplina de Matemática. O tempo total de desenvolvimento do trabalho com Programação Linear foi de 10 horas aulas, sendo as primeiras 6 horas aulas desenvolvidas em sala de aula e 4 horas aulas destinadas a orientações dos grupos em contra turno. A professora da turma, responsável pela atividade em estudo, é a primeira autora deste trabalho.

Na metade do primeiro semestre letivo, após o estudo analítico dos gráficos de funções lineares e funções afim, foi apresentado para uma turma de 28 alunos do 1º ano do Ensino Médio um problema fictício que serviria de base para a apresentação de alguns dos aspectos relacionados com os modelos de Programação Linear. O problema apresentado é um problema clássico conhecido como Problema da Produção e segue seu enunciado:

“Uma fábrica de confecções produz dois modelos de camisas de luxo. Uma camisa do modelo A necessita de 1 metro de tecido, 4 horas de trabalho e sua venda gera um lucro de R$ 120,00. Uma camisa do modelo B exige 2 metros de tecido, 3 horas de trabalho e representa um lucro de R$ 160,00. Sabendo que a fábrica dispõe diariamente de 150 metros de tecido, 305 horas de trabalho e que consegue vender tudo o que fabrica, quantas camisas de cada modelo será preciso fabricar para obter um lucro máximo?”

Os alunos se organizaram em grupos da seguinte forma: 1 grupo de 5 alunos, 3 grupos de 4 alunos, 2 grupos de 3 alunos, 1 grupo de 2 alunos e 3 alunos fizeram a atividade individualmente. A seguir, buscaram estratégias para encontrar a melhor solução para o problema, sem interferência do professor. A resposta correta e/ou incorreta não é o objetivo desta introdução, mas sim despertar a ânsia de compreender a situação problema e a curiosidade de saber qual é a melhor decisão para a empresa e como alcançá-la. Este foi o momento em que, aos olhos do professor, a grande maioria dos alunos demonstrou muita motivação.

A seguir, os dados do problema foram analisados e organizados, com orientações da professora, de forma a construir o seu modelo matemático. As seguintes etapas foram seguidas:

- Primeiramente foi decidido organizar os dados do problema num quadro.

	Modelo A	**Modelo B**	**Recursos**
Quantidade de tecido (em metros)	1	2	150
Quantidade de horas trabalho	4	3	305

Quadro 1 – Organização dos dados do Problema da Produção

- Definir as **variáveis de decisão** do problema, pois o mesmo questiona quantas camisas de cada modelo será preciso fabricar para obter um rendimento máximo.

x_1 = quantidade de camisas do modelo A que deverá ser fabricada.

x_2 = quantidade de camisas do modelo B que deverá ser fabricada.

- Definir a função matemática a ser maximizada. Esta função é denominada **Função Objetivo:** Máx Z = 120 x_1 + 160 x_2.

- O problema apresenta limitações de recursos. No texto temos: “Uma camisa do modelo A necessita de 1 metro de tecido... Uma camisa do modelo B exige 2 metros de tecido... a fábrica dispõe diariamente de 150 metros de tecido...”. Então, nesta etapa, trabalhamos com as inequações e foi possível concluir que podemos representar através de uma inequação a situação apresentada acima, que se refere ao recurso tecido. Da mesma forma, podemos representar através de uma inequação a situação apresentada no problema que se refere ao recurso horas de trabalho. A natureza das variáveis de decisão foi discutida e adicionamos a inequações $x_1 \geq 0$ e $x_2 \geq 0$. Nesta etapa foi possível então definir as inequações que formam as **restrições** do problema.

- As restrições do problema foram representadas graficamente no plano cartesiano e a região interna do polígono obtido é denominou-se **Região Factível.** Neste momento discutimos o que a Região Factível representava e o entendimento de que a região continha todos os pontos (x_1, x_2), com x_1 e x_2 inteiros, candidatos à solução para o problema. Mas dentre todas as soluções, tínhamos que encontrar a melhor, ou seja, a solução que forneça o maior lucro possível para a empresa.

- A família da função objetivo, definida anteriormente, foi representada graficamente no mesmo plano cartesiano que continha as restrições e foi possível identificar graficamente a melhor reta que representava a maximização do lucro (MELO, 2012).

Após a realização das etapas acima, obteve-se o modelo matemático e a resolução gráfica do Problema da Produção proposto. A figura 1 mostra a conclusão desta resolução.

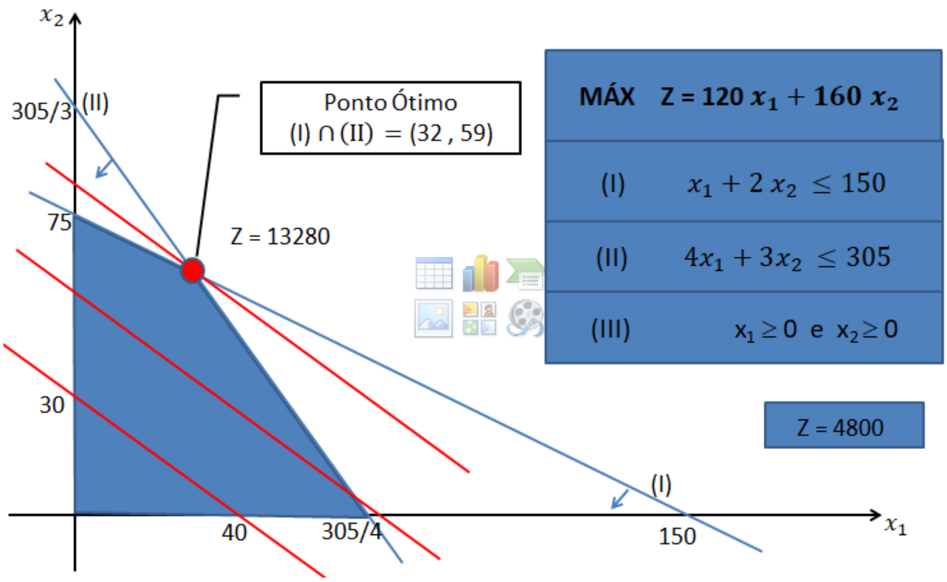

Figura 1 – Resultados do Problema da Produção proposto para os alunos

Fonte: Autores

Os conteúdos de matemática inerentes ao ano do curso, tais como: estudo da reta, inequações e sistema de inequações lineares, bem como a apresentação, desenvolvimento e resolução do Problema da Produção, foram abordados em sala de aula.

Outros problemas clássicos da Programação Linear, com duas variáveis de decisão, foram apresentados e discutidos da mesma forma que o Problema da Produção. Os problemas clássicos abordados foram: Problema da Dieta, Problema da Capacidade de Transporte, Problema do Transporte, Problema da Mochila, Problema de Designação, Problema do Caixeiro Viajante e o Problema das P-Medianas (PUCCINI; PIZZOLATO, 1990). Estes problemas foram discutidos em sala de aula e como tarefa de casa, os grupos definiram os modelos matemáticos e resoluções gráficas.

Como o objetivo final desta atividade era que os alunos abordassem um problema real com a Programação Linear e os problemas reais muitas vezes possuem mais que duas variáveis de decisão, realizamos uma atividade no laboratório de informática para a apresentação da ferramenta Solver do software Excel que, entre outras aplicações, resolve modelos matemáticos da Programação Linear. A utilização deste software para a resolução de problemas de Programação Linear pode ser consultado, passo a passo, em Dias (2011, p. 51).

Após os estudos teóricos, os grupos de alunos procuraram um problema real de Programação Linear. Os problemas escolhidos e investigados pelos alunos foram: minimizar o trajeto de uma condução escolar, investigar a otimização da produção de doces de uma confeiteira, maximizar o lucro das vendas de salgados da cantina e investigar a localização de postos policiais em um município. Três grupos não conseguiram identificar um problema real para o estudo e então receberam problemas fictícios de roteirização, localização e designação. O problema de localização de postos policiais em um município, classificado como um Problema de P-Medianas, foi desenvolvido e aprovado para ser apresentado em forma de pôster num evento de licenciatura no final do ano letivo por um aluno do 1º ano do Ensino Médio e por este destaque foi selecionado para ser apresentado neste trabalho.

Os grupos tinham orientações quinzenais em horários de contra turno, onde se percebeu que as particularidades de cada problema podem trazer a necessidade de outros conhecimentos ou ferramentas. Foi o caso do problema selecionado para este trabalho, onde se usou os centroides dos setores censitários de um município. Desta forma, definimos o conceito de centroide de um polígono e aprendemos juntos a pesquisar dados no site do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatísticas) e usar o software Quantum Gis (QGIS) para a obtenção das coordenadas cartesianas dos centroides. QGIS é um software livre com código-fonte aberto, multi plataforma de sistema de informação geográfica que permite a visualização, edição e análise de dados georreferenciados. Na próxima seção, segue texto do relatório apresentado pelo aluno na apresentação do problema.

PROBLEMA ABORDADO PELO ALUNO

O problema consistia em analisar a distribuição de postos policiais, conhecidas como UPS (Unidade Paraná Seguro), no município de Curitiba-PR, de acordo com as distâncias entre os bairros da cidade, e o número médio de ocorrências nos últimos três anos, para descobrir qual seria a distribuição ideal destes postos, para então compará-los a situação real do município.

Após a definição do problema é preciso identificar e coletar os dados necessários para definir o seu modelo matemático. A identificação dos dados foi discutida e definida juntamente com a professora. A coleta dos mesmos foi tarefa exclusiva dos alunos.

Observa-se que para cada tipo de Problema de Programação Linear há um conjunto particular de dados a serem coletados. Para o Problema de P-Medianas faz-se necessário a localização (cartesiana ou geográfica) dos pontos da região em estudo, candidatos a alocação de postos policiais bem como a determinação do peso de cada ponto. Neste problema o peso foi determinado pelo aluno como sendo o número médio de ocorrências policiais.

O número médio de ocorrências foi obtido a partir de dados da Guarda Municipal de Curitiba, disponibilizados pela Prefeitura Municipal de Curitiba (ver ANEXO I) e as coordenadas dos centroides (ver ANEXO II), utilizadas para a construção da matriz de distâncias. Os centroides de cada bairro foram obtidos através do software Quantum Gis, que analisou os dados obtidos no site do IBGE. O número de postos policiais (medianas) a ser utilizado foi fornecido pela Secretaria da Segurança Pública e Administração Penitenciária do Estado do Paraná. Os bairros que apresentam atualmente postos policiais são: Uberaba, Parolin, Vila Sabará (CIC), Vila Verde (CIC), vila Nossa Senhora da Luz (CIC), vila Caiuá (CIC), Vila Osternack (Sítio Cercado), Vila Sandra (CIC), Vila Ludovica (Tatuquara) e Vila Trindade (Cajuru).

Como existem 5 postos na Cidade Industrial de Curitiba, serão analisados resultados para 10 e para 6 medianas (as 5 medianas da CIC contadas como uma).

O grupo apresentou para a professora o modelo matemático a ser estudado após a coleta dos dados. A revisão do modelo por parte do docente é importante nesta etapa, pois o mesmo será implementado pelos alunos e resolvido no Solver. Caso haja algum erro no modelo o software somente indica que há erro, mas não informa onde está o erro ou pode fornecer uma solução não otimizada do problema real.

RELATÓRIO SOBRE OS RESULTADOS DO PROBLEMA APRESENTADOS PELO ALUNO

De acordo com o aluno, os resultados foram obtidos a partir da formulação do modelo matemático dentro do software Excel. O valor da função objetivo representa a soma das distâncias percorridas para atender todas as ocorrências, dada em quilômetros.

Para 6 medianas, o valor ótimo da função objetivo foi igual a 54891,29 km, e os bairros que foram selecionados como medianas foram: Centro, Cajuru, Boa Vista, Santo Inácio, Sítio Cercado, e Cidade Industrial.

Para 10 medianas, o valor ótimo da função objetivo foi igual a 35785,01 km e os bairros selecionados foram: Centro, Cajuru, Bacacheri, Novo Mundo, Santo Inácio, Barreirinha, Boqueirão, Sítio Cercado, Tatuquara e Cidade Industrial.

Nas figuras 2 e 3, a seguir, são mostradas as comparações entre soluções ótimas encontradas, com a localização real dos postos policiais.

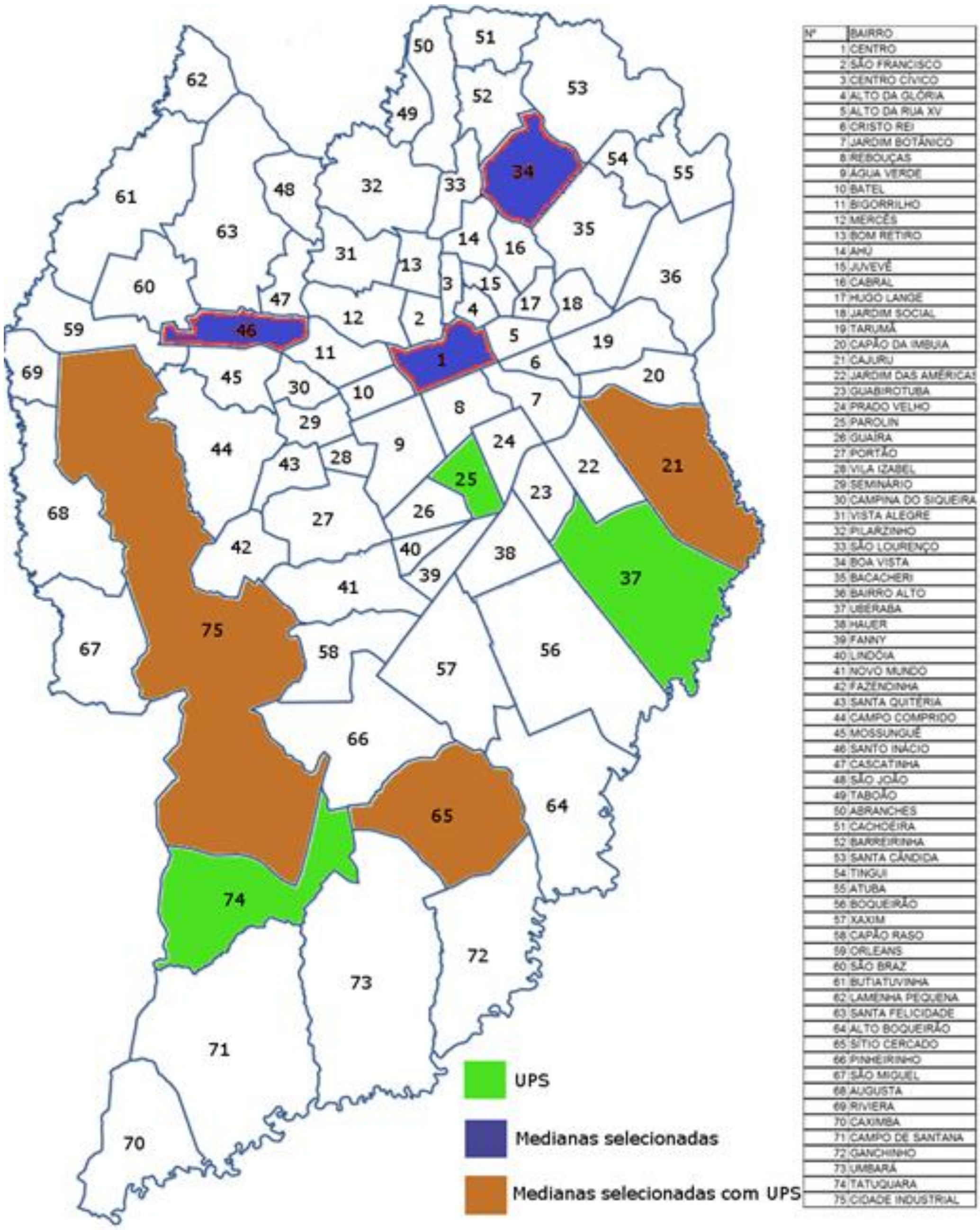

Figura 2- Resultados para 6 medianas comparado com a localização das UPS

O valor da função objetivo “real” é de 90699,45132 km. Podemos ver que há uma melhora significativa em ambos os casos, mesmo havendo várias medianas compartilhadas. Para 10 medianas, se observa um resultado 253,46% melhor do que o estado original, e para 6 medianas, temos uma melhora de 165,24%.

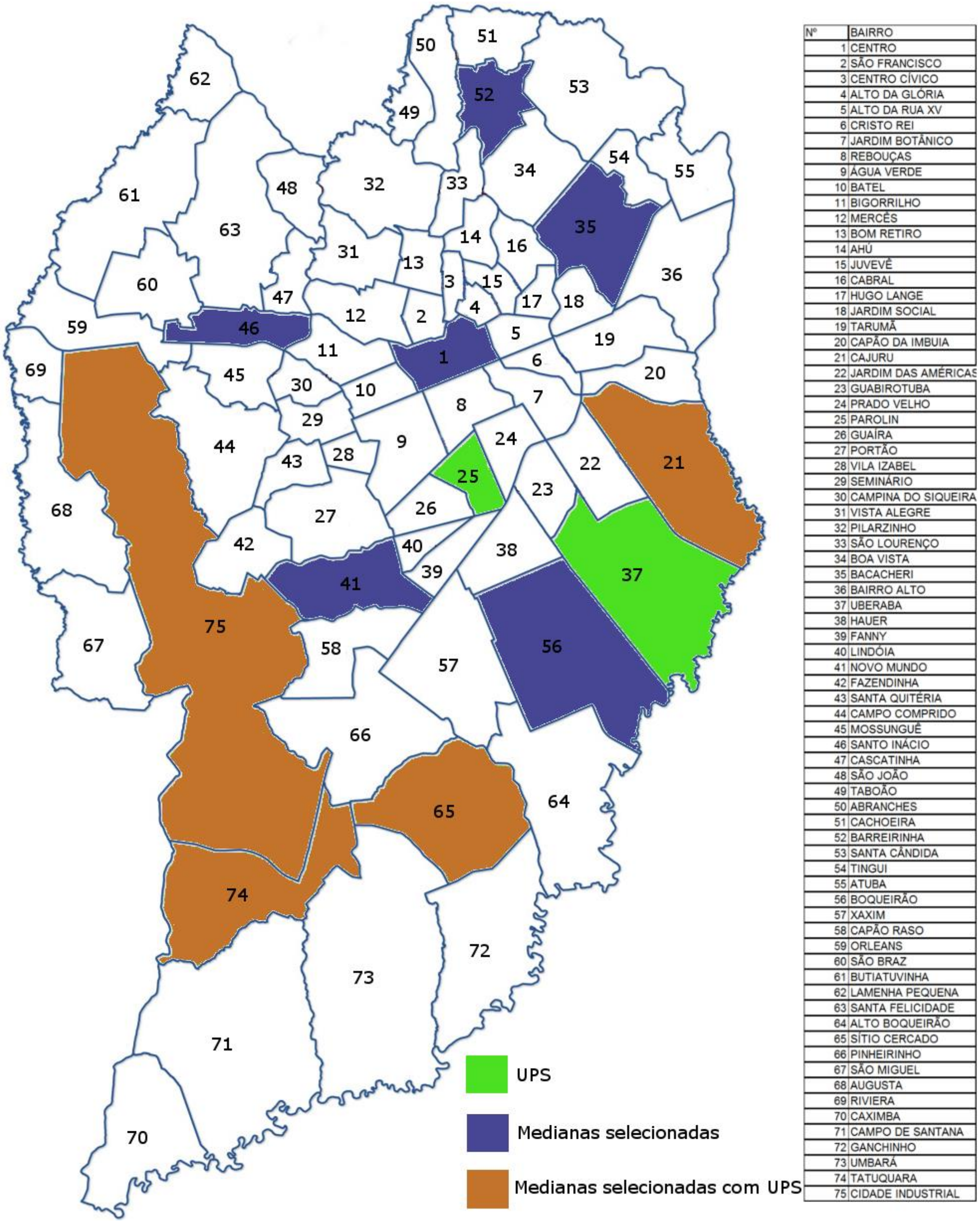

Figura 3- Resultados para 10 medianas comparado com a localização das UPS

CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi apresentado um relato real, de um experimento realizado em uma turma de primeiro ano do ensino médio, da UTFPR.

Após a apresentação dos assuntos de forma tradicional, como definição das funções afim e funções lineares, incluindo a construção dos gráficos destas funções, um problema clássico de programação linear foi apresentado aos alunos, que agrupados em equipes, buscaram soluções intuitivas, em um primeiro momento sem a interferência do professor. Após isso, os dados do problema foram analisados e um modelo matemático foi construído e resolvido de forma gráfica, com o auxílio do professor.

Na sequência, os alunos foram estimulados a pesquisar outros exemplos de problemas reais semelhantes ao apresentado, que poderiam ser modelados e resolvidos, desta vez, utilizando o Solver do software Microsoft Excel.

Neste relatório é detalhado o caso escolhido por um aluno, que trabalhou com o famoso problema da localização de instalações, aplicado à localização de postos policiais na cidade de Curitiba, Estado do Paraná. Os resultados obtidos pelo aluno foram comparados à situação real de localização destes postos policiais, conforme dados da Secretaria Pública e Administração Penitenciária do Estado do Paraná.

Este experimento mostrou claramente a motivação e contentamento dos alunos, ao perceberem que a matemática pode fornecer soluções reais, para problemas da sociedade.

Finalmente, além de mostrar a importância da matemática, a análise de informações relativas à localização dos referidos postos policiais, pode contextualizar perfeitamente o uso da matemática também nas ciências humanas.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, A. S.; SOUZA, L. V.; FIGUEIREDO, D. D.. **Estudo da Localização de Escolas Municipais no Município de São Jerônimo da Serra - PR**. In: CMAC Sul; Congresso de Matemática Aplicada e Computacional, v. 2, 2014..

ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R.; YANASSE, H.. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília, DF. 1996.
______. Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica. Orientações Curriculares Nacionais**.** Brasília, v. 2, 2006.

CHRISTOFIDES, N.. **Graf Theory – An Algorithmic Approach**. New York: ed. Academic Press, 1975.

DIAS, M. A. F. A.. **Programação Linear no Ensino Secundário**. 2011. 89 f. Dissertação Mestrado em Ensino da Matemática – Universidade de Aveiro, Portugal, 2011.

FERREIRA, F. M., BACHEGA, S. J.. **Programação Linear: Um Estudo de um Caso sobre o Custo de Transporte em uma Empresa do Setor de Confecções de Catalão-GO**. XXXI Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 2011. Belo Horizonte-MG, 2011.

QUANTUM GIS. Disponível em: <https://www.qgis.org/pt_BR/site/> Acessado em Maio/2019.

IBGE-Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Disponível em < https://ibge.gov.br/>. Acessado em Maio/2019.

LISBOA, E.. **Notas de aula: Apostila de Pesquisa Operacional**, 2002. Disponível em: <http:// www.iceb.ufop.br/decom/prof/rduarte/ > Acessado em Maio/2019.

MELO, J. N. B.. **Uma Proposta de Ensino e Aprendizagem de Programação Linear no Ensino Médio**. 2012. 124 f. Dissertação Mestrado Profissionalizante em Ensino da Matemática – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

PUCCINI, A. L.; PIZZOLATO, N. D.. **Programação Linear**. 2ª Edição, Rio de Janeiro. Séries Aplicações de Computadores. LTC, 1990.

ANEXO I

Tabela 1– Número médio de ocorrências de 2014 a 2017.

Nº	Nome	Nº Médio	Nº	Nome	Nº Médio
01	Centro	3879,0	39	Fanny	89,7
02	São Francisco	798,3	40	Lindóia	78,0
03	Centro Cívico	216,3	41	Novo Mundo	468,0
04	Alto da Glória	201,3	42	Fazendinha	553,7
05	Alto da Rua XV	204,3	43	Santa Quitéria	103,0
06	Cristo Rei	112,0	44	Campo Comprido	291,3
07	Jardim Botânico	365,0	45	Mossunguê	101,7
08	Rebouças	468,7	46	Santo Inácio	507,7
09	Água Verde	513,3	47	Cascatinha	19,3
10	Batel	196,3	48	São João	134,0
11	Bigorrilho	303,3	49	Taboão	161,7
12	Mercês	231,3	50	Abranches	132,7
13	Bom Retiro	51,0	51	Cachoeira	52,3
14	Ahu	55,0	52	Barreirinha	241,7
15	Juvevê	48,7	53	Santa Cândida	355,7

Continua...

Continuação Tabela 1

Nº	Nome	Nº Médio	Nº	Nome	Nº Médio
16	Cabral	199,0	54	Tingui	50,3
17	Hugo Lange	37,3	55	Atuba	172,0
18	Jd Social	34,0	56	Boqueirão	1016,3
19	Tarumã	50,7	57	Xaxim	492,3
20	Capão da Imbuía	190,7	58	Capão Raso	619,7
21	Cajuru	1185,0	59	Orleans	39,0
22	Jd das Américas	123,7	60	São Braz	156,7
23	Guabirotuba	238,3	61	Butiatuvinha	93,0
24	Prado Velho	172,7	62	Lamenha Pequena	7,3
25	Parolin	161,0	63	Santa Felicidade	401,0
26	Guaíra	141,3	64	Alto Boqueirão	642,0
27	Portão	616,7	65	Sítio Cercado	1422,0
28	Vila Izabel	83,3	66	Pinheirinho	558,0
29	Seminário	31,7	67	São Miguel	52,7
30	Campina do Siqueira	223,3	68	Augusta	100,0
31	Vista Alegre	81,3	69	Riviera	1,3
32	Pilarzinho	250,3	70	Caximba	23,0
33	São Lourenço	164,6	71	Campo de Santana	211,7
34	Boa Vista	335,7	72	Ganchinho	103,0
35	Bacacheri	489,0	73	Umbará	97,3
36	Bairro Alto	250,7	74	Tatuquara	551,3
37	Uberaba	388,0	75	Cidade Industrial	1666,7
38	Hauer	232,7			

Fonte: Prefeitura Municipal de Curitiba (2017)

ANEXO II

Tabela 2 – Coordenadas cartesianas dos Centroides dos Bairros de Curitiba.

Nº	X	Y	Nº	X	Y	Nº	X	Y
01	674.007,63	7.186.093,00	26	673.538,75	7.181.935,50	51	675.248,13	7.194.713,50
02	673.404,69	7.187.128,00	27	670.806,56	7.181.682,00	52	675.256,13	7.192.929,00
03	674.172,38	7.188.009,50	28	671.427,38	7.183.392,00	53	677.997,63	7.193.346,50

Continua...

ISSN 2595-5578

Continuação Tabela 2

Nº	X	Y	Nº	X	Y	Nº	X	Y
04	674.858,81	7.187.421,50	29	670.484,56	7.184.312,00	54	679.027,13	7.191.087,00
05	675.928,50	7.186.661,00	30	670.082,69	7.185.318,00	55	680.587,69	7.191.124,00
06	676.706,13	7.185.829,00	31	671.515,44	7.188.817,00	56	677.310,63	7.177.974,00
07	676.496,06	7.184.923,00	32	672.211,06	7.190.746,00	57	674.209,38	7.177.660,00
08	674.512,19	7.184.701,00	33	674.358,50	7.190.660,00	58	671.288,19	7.178.108,50
09	672.780,63	7.183.547,50	34	676.281,38	7.191.091,00	59	664.425,13	7.186.889,00
10	672.163,56	7.185.122,00	35	678.071,94	7.189.469,50	60	666.001,25	7.188.000,50
11	671.142,69	7.186.135,00	36	680.406,00	7.188.413,00	61	665.427,75	7.190.213,00
12	671.719,44	7.187.294,00	37	679.496,94	7.179.875,00	62	667.374,31	7.193.565,00
13	673.314,81	7.188.592,00	38	675.668,31	7.180.828,00	63	668.241,00	7.190.019,00
14	674.797,31	7.189.383,00	39	674.084,81	7.180.644,00	64	677.212,50	7.174.214,50
15	675.299,75	7.187.990,50	40	673.379,25	7.180.971,00	65	674.141,13	7.173.774,00
16	675.988,13	7.188.925,50	41	671.345,00	7.179.870,50	66	671.631,63	7.175.883,50
17	676.528,88	7.187.676,00	42	668.453,38	7.180.693,50	67	664.620,56	7.178.287,50
18	677.564,38	7.187.508,00	43	669.835,63	7.182.951,50	68	663.653,56	7.181.875,00
19	678.717,50	7.186.565,00	44	667.842,25	7.183.658,50	69	662.850,25	7.185.792,50
20	679.565,31	7.185.477,50	45	668.368,88	7.185.602,50	70	665.737,06	7.164.942,00
21	680.336,44	7.182.957,50	46	668.428,25	7.186.801,50	71	668.337,88	7.167.608,50
22	678.055,88	7.183.041,50	47	669.810,81	7.188.225,50	72	675.109,69	7.170.195,00
23	676.695,81	7.182.485,00	48	669.920,75	7.190.565,50	73	672.083,25	7.169.417,00
24	675.668,38	7.183.659,50	49	673.023,13	7.192.852,00	74	668.600,31	7.171.643,00
25	674.700,19	7.182.781,00	50	673.774,19	7.193.285,00	75	667.163,31	7.178.832,00

Fonte: Autores