



ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE FRAÇÕES ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Wanderson Rocha Lopes
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
wandersonrochalopes@gmail.com

Andresa Maria Justulin
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
ajustulin@utfpr.edu.br

Resumo: Nosso objetivo foi refletir sobre os processos desenvolvidos em uma aula de matemática sobre frações *através* da resolução de problemas. A experiência desenvolvida ocorreu em uma turma do 7º ano do ensino fundamental de uma escola estadual do município de Londrina. Planejamos uma aula de matemática de acordo com os pressupostos e orientações de Onuchic e Allevato (2011; 2014) e Van de Walle (2009). Após a realização da aula elaboramos um diário de campo para anotar as reflexões e percepções que surgiram durante a aula e junto a este material utilizamos alguns registros escritos dos estudantes para realizar nossa análise. Os resultados que são apresentados se referem ao desenvolvimento da aula, das resoluções e atitudes das alunas e dos alunos em uma aula fazendo uso desta metodologia. As resoluções dos estudantes se apresentaram de maneiras distintas e, em alguns casos, a intervenção do professor e da professora por meio de perguntas levou as alunas e os alunos a pensarem sobre outros elementos do problema.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Ensino de frações. Ensino de matemática.

INTRODUÇÃO

Resolver um problema é encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado. Se o fim por si só não sugere de imediato os meios, se por isso temos de procurá-los refletindo conscientemente sobre como alcançar o fim, temos de resolver um problema. Resolver um problema é encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho a partir de uma dificuldade, encontrar um caminho que contorne um obstáculo, para alcançar um fim desejado, mas não alcançável imediatamente, por meios adequados. (POLYA, 1997, p. 1).

Ao se ensinar matemática com resolução de problemas surgem diversas possibilidades no que se refere ao seu uso em sala de aula. Onuchic e Allevato (2011; 2014) apresentam três tendências no uso de resolução de problemas no ensino da matemática. Uma delas é quando se entende que, para fazer matemática, é necessário saber resolver problemas, e a prática de resolução de problemas é o que deve ser ensinado, é o que deve estar no currículo enquanto conteúdo, um ensinar *sobre* a resolução de problemas. Uma segunda tendência é quando se ensina matemática para utilizar as técnicas adquiridas com a finalidade de resolver problemas, um ensinar *para* a resolução de problemas. Há também uma terceira tendência utilizada pelas

pesquisadoras, é a resolução de problema que perpassa todo o movimento de ensinar matemática, de forma que a resolução de problemas se torna um condutor, um veículo, para se ensinar matemática, um ensinar *através* da resolução de problemas.

Este estudo é resultado de um trabalho final elaborado para a disciplina de Resolução de Problemas no ensino de Matemática do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Londrina/Cornélio Procópio. Nosso objetivo foi refletir sobre os processos desenvolvidos em uma aula de matemática sobre frações *através* da resolução de problemas. Com base nos estudos e seminários teóricos e práticos que ocorreram na disciplina buscamos elaborar uma aula de matemática *através* da resolução de problemas e aplicar em uma sala de aula do 7º ano do ensino fundamental para refletir sobre a metodologia.

Na primeira seção apresentamos o referencial teórico utilizado na investigação, nela iremos abordar o uso de resolução de problemas em sala de aula e o papel do professor e da professora bem como dos alunos e das alunas. Na segunda seção iremos discorrer sobre o planejamento da aula que foi executada e alguns procedimentos metodológicos utilizados. Na terceira seção, antes das considerações finais, apresentamos algumas reflexões sobre o desenvolvimento da aula com base na experiência que realizamos.

ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Ensinar matemática *através* da resolução de problemas é quando a atividade de resolução de problemas atravessa o próprio processo de se ensinar e aprender matemática. Estudantes resolvem um problema com modos próprios de agir que variam de acordo com seus conhecimentos prévios. Durante a resolução de problemas, professora e professor buscam incentivar as resoluções e seguem avaliando as alunas e os alunos enquanto estão agindo, portanto, o problema é ponto de partida para que coloquem seus conhecimentos prévios em prática. Estudantes podem discutir os algoritmos utilizados para a construção da solução elaborada. Na formalização, ao fim da aula, professora e professor devem apresentar símbolos e maneiras de se registrar informações ou resolver o problema.

Um problema é apresentado em sala de aula, antes mesmo do conteúdo e sua resolução é solicitada. No que se refere à aprendizagem, Van de Walle (2009) explica que o sujeito relaciona a situação do problema com esquemas próprios de explicação da realidade, uma vez que trazem, com suas experiências, conhecimentos prévios para a escola. O contato

com o problema faz com que estudantes busquem utilizar seus conhecimentos já aprendidos, fazendo uma rica rede de relações. Nesta metodologia, espera-se que os alunos e as alunas sigam construindo seus próprios modos de resolver os problemas, dando diferentes significados às relações matemáticas encontradas. Alunas e alunos passam a desenvolver um conhecimento rico de relações, fazendo conexões com diferentes ideias já aprendidas. Sendo assim, este aprendizado torna-se mais compreensivo e menos mecânico, de forma que a compreensão esteja situada em um nível mais relacional do que instrumental, conforme o esquema apresentado na Figura 1.

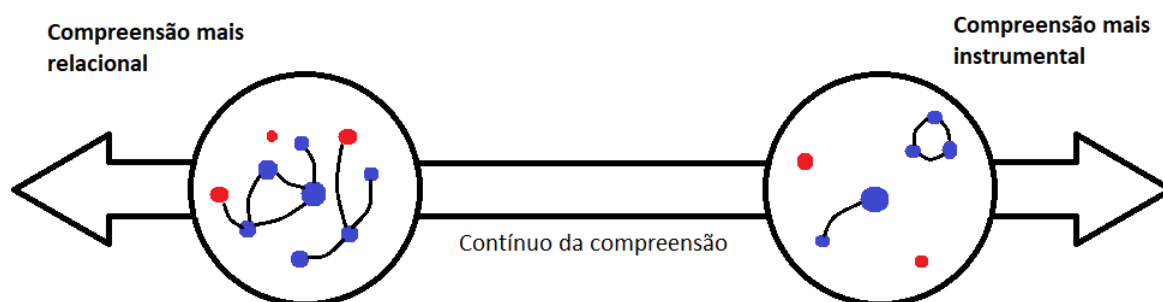


Figura 1 – Contínuo da compreensão
Fonte: adaptado de Van de Walle (2009)

Professor e professora são aqueles e aquelas que planejam todo o processo e o coloca em execução, organizando e avaliando as alunas e os alunos, fazendo perguntas sobre suas resoluções e motivando-as e motivando-os a resolverem os problemas (VAN DE WALLE, 2009). O professor e a professora podem fazer perguntas, solicitar explicações aos alunos e às alunas sobre o que estão fazendo, para que os mesmos, ao passo que estão elaborando suas explicações oralmente, também estão pensando e reorganizando suas resoluções. Pretende-se que alunos e alunas percebam os momentos em que erraram para que os mesmos e as mesmas se autocorrijam buscando certa autonomia e se auto avaliem.

Ao considerar o ensino-aprendizagem-avaliação, isto é, ao ter em mente um trabalho em que estes três elementos ocorrem simultaneamente, pretende-se que, enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprenda, e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário. Chamamos a esse processo de trabalho de uma forma Pós-Polya de ver resolução de problemas. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 81).

Deste modo, todas as perguntas que a professora e o professor fazem em sala de aula, devem ser feitas no sentido de oportunizar às alunas e aos alunos um novo momento de reflexão. Em todo o processo, a professora e o professor devem acompanhar e avaliar os alunos e as alunas. É no ato de avaliar que se busca compreender os significados e as explicações que as alunas e os alunos estão construindo durante a resolução de problemas. Ao mesmo tempo, é esta avaliação que orienta o professor e a professora para as próximas atividades e intervenções (VAN DE WALLE, 2009).

Onuchic e Allevato (2011; 2014) elaboraram um conjunto de etapas para orientar professoras e professores no desenvolvimento de aulas para se ensinar matemática através da Resolução de Problemas:

- preparação e proposição do problema;
- leitura individual;
- leitura em conjunto;
- resolução do problema;
- observar e incentivar;
- registro das resoluções na lousa;
- plenária;
- busca do consenso;
- formalização do conteúdo; e
- proposição e resolução de novos problemas.

A seguir, apresentamos o planejamento de uma aula com base nesta metodologia e nessas etapas. Também serão abordados alguns procedimentos metodológicos que foram utilizados.

PLANEJAMENTO DA AULA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para conhecer e refletir sobre as possibilidades de se trabalhar em um ambiente de sala de aula com resolução de problemas, planejamos uma aula para uma turma de 7º ano do ensino fundamental, de uma escola pública estadual do município de Londrina (PR). Quando buscamos uma sala de aula para este fim, a professora da sala estava ensinando sobre números racionais e suas operações¹. Sendo assim, recorreremos à Onuchic e Allevato (2008) que apresentam diferentes personalidades dos números racionais, que podem variar de acordo com

¹ Durante a aplicação da atividade não ministrávamos nenhuma aula que pudéssemos usar para esta investigação.

a situação e/ou problema em que eles estão envolvidos. Sendo assim, optamos por desenvolver em sala de aula a personalidade de fração de um número racional, onde se entende o número racional como aquele que representa uma relação entre a parte e o todo. Nesta direção, escolhemos o seguinte problema:

Problema: Jô, Pat e Cris resolveram fazer um piquenique e combinaram levar sanduíches para o almoço. Jô levou 3 sanduíches, Pat levou 2 e Cris se esqueceu do combinado e não levou nenhum. Assim, resolveram repartir os sanduíches que tinham levado igualmente entre as três, mas cobraram de Cris R\$ 5,00 por sua parte. Que parte dos R\$ 5,00 recebeu Jô? E Pat?²

Um dos motivos que torna este um bom problema para se ensinar matemática através da resolução de problemas é que a divisão a ser realizada pode ocorrer de três maneiras em sala de aula, de modo que cada uma delas leva a soluções bem diferentes. Na primeira delas, a divisão pode ser feita em partes iguais para cada pessoa, R\$ 2,50 para Jô e R\$ 2,50 para Pat. Na segunda, tendo em vista que Jô e Pat contribuíram com quantidades diferentes de sanduíches, caberia a divisão de acordo com a quantidade de sanduíches compartilhada, R\$ 3,00 para Jô (que levou 3 sanduíches) e R\$ 2,00 para Pat (que levou 2 sanduíches). Na terceira solução, e mais complexa pois envolve mais informações da situação, a divisão é feita a partir da parte que Cris comeu. Sendo assim, a divisão em partes iguais dos 5 sanduíches entre as três, levaria a repartir os 5 sanduíches em três pedaços, de forma que cada uma comeria $\frac{5}{3}$ de sanduíche. Deste modo, Cris pagaria R\$ 5,00 referente aos seus $\frac{5}{3}$ de sanduíches, de modo que cada $\frac{1}{3}$ de sanduíche vale R\$ 1,00. Ao analisarmos que os 3 sanduíches trazidos por Jô representam $\frac{9}{3}$ de sanduíche e ela comeu $\frac{5}{3}$, logo Jô deu $\frac{4}{3}$ de sanduíche para Cris e como cada pedaço de sanduíche de $\frac{1}{3}$ vale R\$ 1,00, Jô deveria ficar com R\$ 4,00. Do mesmo modo, os 2 sanduíches de Pat representam $\frac{6}{3}$ de sanduíches, o que resta $\frac{1}{3}$ que foi compartilhado com Cris, sendo que R\$ 1,00 fica para Pat.

Em diálogo com a professora da turma, esperávamos que as alunas e os alunos realizassem algumas das duas divisões realizadas inicialmente. Sendo assim, já pensamos em perguntas, previamente, que levariam cada integrante dos grupos a explicar seus modos de resolução, e a partir daí, questionarmos no sentido de fazê-los refletirem sobre alguns dados do problema que necessitariam de uma resposta mais elaborada. Esta foi uma das preocupações que pensamos antes mesmo de ir para a sala.

² Um problema semelhante a este é apresentado e discutido no livro *O homem que calculava* de Malba Tahan.

Nesta situação, tínhamos a nossa disposição duas horas aulas em um único encontro para desenvolver a atividade. Primeiramente, planejamos organizar a turma em grupos. Desta forma, cada aluna e aluno ficariam com uma folha do problema para a sua leitura e compreensão individual. Depois disso, pretendíamos que as alunas e os alunos passassem a resolver o problema, e iríamos orientá-las e orientá-los. Ao final, os grupos deveriam registrar as resoluções na lousa e apresenta-las. Também foi planejado o momento de formalização, onde os conceitos a respeito das representações em fração e sua divisão seriam trabalhados.

Nossa investigação é uma pesquisa qualitativa, que busca refletir sobre os processos desenvolvidos em uma aula de matemática sobre frações *através* da resolução de problemas. Durante a aula, levamos um caderno para fazer rápidas anotações de reflexões que pudessem surgir no momento da aula. Com base nestas anotações, realizamos um diário de campo descrevendo os acontecimentos das aulas, as reflexões de sala de aula que foram anotadas e outras reflexões que surgiram do próprio momento da escrita, este diário foi feito após a realização da aula. As atividades registradas nos grupos e de forma individual foram coletadas, mediante autorização dos pais, para incrementar alguns elementos da discussão. Contudo, nossa investigação é uma pesquisa qualitativa.

Na próxima seção compartilhamos algumas reflexões que surgiram a partir de nossas experiências.

DESCRIÇÃO E REFLEXÃO DA ATIVIDADE DESENVOLVIDA³

A parte de análise foi escrita com base na escrita do diário de campo. Junto às discussões, foram colocados alguns registros utilizados pelos grupos o que permitiu outras reflexões a partir da nova análise. Inspiramo-nos nas três fases apresentadas por Van de Walle (2009) *antes da resolução, durante a resolução e depois da resolução*.

Antes da resolução

Onuchic e Allevato (2011; 2014) orientam que uma aula com resolução de problemas se inicie pela proposição de um problema. Sendo assim, a aula começou com a apresentação do pesquisador para a turma, pois até então, este contato não ocorrera. Feitas as apresentações, conversamos com a turma sobre o problema que havíamos levado e, então,

³ O uso da escrita na primeira pessoa do plural nesta seção irá se referir ao primeiro autor junto com a professora da turma se estiver relacionado às ações em sala de aula.

pedimos que fizessem uma leitura atenta do problema na busca de compreender o problema e o que ele pedia. Assim, as alunas e os alunos se organizaram em grupos para discutirem o problema, que foi entregue em mãos de forma individual para fazer os registros prévios. A turma já estava acostumada com trabalhos em grupo e, portanto, se organizaram rapidamente.

Ao entregar a atividade era importante que a turma compreendesse bem o que o problema pedia, para que eles seguissem com seus próprios conhecimentos para a resolução. Solicitamos a leitura, e aparentemente todos haviam compreendido o problema. Assim não realizamos a leitura do problema com algum aluno ou alguma aluna, entretanto, passado certo tempo de contato com a tarefa, alguns grupos estavam com dificuldade de compreender o problema. Nestes casos, para dois grupos, buscamos apresentar a questão oralmente, em outras palavras, por vezes, usando as pessoas presentes no momento como personagens do problema.

Van de Walle (2009) apresenta alguns cuidados importantes de serem observados antes do início das resoluções. O primeiro é verificar se o problema foi compreendido, assim, evitam-se distorções por parte dos alunos e alunas. Houve casos de demora a solicitar ajudar para a compreensão, e enquanto isso, os outros grupos já haviam iniciado as atividades. O segundo cuidado é o de preparar as alunas e os alunos com a tarefa, por exemplo, com a apresentação de um problema mais simples e rápido para ativar seus conhecimentos prévios. Não pensamos esta questão e os grupos tiveram de lidar com o problema na íntegra, diretamente e em duas aulas. O terceiro é deixar claro para a turma as nossas expectativas sobre o problema. Assim, antes do início das resoluções dos problemas, apresentamos nossas intenções e deixamos claro que os grupos poderiam resolver a questão da forma que preferissem, por exemplo, com desenho. Veremos mais adiante que nesta última orientação deveríamos ter tomado mais cuidado, pois as alunas e alunos recorreram a um recurso pictórico para realizar as divisões dos sanduíches, entretanto, tiveram dificuldade de trabalhar registros numéricos a partir de seus desenhos.

Dentre as primeiras tentativas dos grupos, eles começaram a fazer a divisão dos sanduíches entre as três personagens do problema. Ao serem indagados sobre o motivo de utilizar tal procedimento, alguns grupos disseram que não sabiam explicar o motivo, outros falaram que não haviam lido direito. Contudo, estas alunas e estes alunos podem ter apresentado esta postura de cálculos de divisão por causa do termo “dividir”, no problema. Novamente percebemos que é muito importante o cuidado com a compreensão do problema.

Do mesmo modo nos preocupa pensar sobre como estudantes se expressam quando dizem ter compreendido ou não o problema apresentado. Como estes alunos e estas alunas

poderiam saber se realmente compreenderam ou não o problema? E se sabiam que não compreenderam, por qual motivo não se manifestaram? Talvez pelo medo de errar? Essas são algumas questões pensadas sobre o momento que precede a resolução das alunas e dos alunos. A seguir, apresentamos algumas descrições e reflexões sobre o momento em que as alunas e os alunos desenvolveram suas soluções.

Durante a resolução

Enquanto os estudantes se engajavam em suas resoluções, buscamos ouvir e escutar atenciosamente todos os grupos. Pedimos que explicassem suas resoluções, que falassem sobre como chegaram às respostas. Pretendíamos deixar que eles e elas seguissem seus próprios raciocínios com seus conhecimentos prévios durante a resolução. Na interação com os grupos, as perguntas que fazíamos e as sugestões que dávamos deviam ser adequadas a esse raciocínio que eles estavam seguindo.

A atividade foi desenvolvida com 7 grupos em sala de aula. A quantidade de estudantes em cada grupo variou de 2 a 5 estudantes por grupo conforme a Tabela 1. Essa organização foi a mesma em que a turma já estava acostumada a trabalhar. Os grupos fizeram registros individuais, mas também fizeram um registro único da resolução pelo grupo, de acordo com cada debate e discussão interna ao grupo. Entretanto, devido ao não retorno de todas as autorizações para o uso do registro, nesta seção apresentaremos os registros individuais situando-os dentro do grupo ao qual pertence. A distribuição do uso de registros que foram utilizados está listada na Tabela 1. O único grupo que obtivemos nenhum registro foi o Grupo A. Durante as descrições, buscamos estabelecer conexões com as reflexões escritas no diário de campo e os registros das resoluções das alunas e dos alunos, outras reflexões que surgiram no meio da escrita também foram fazendo parte do trabalho.

Tabela 1 – Distribuição de estudantes por grupos e autorização do registro escrito

Código do grupo	Quantidade de estudantes	Registros autorizados
Grupo A	3	0
Grupo B	5	1
Grupo C	5	2
Grupo D	4	2
Grupo E	3	1
Grupo F	2	1
Grupo G	2	2
Total	24	9

Fonte: elaborada pelo autor e pela autora

Ao iniciar a resolução, uma parte da turma achou o problema simples e fácil de resolver. Logo de início, muitos grupos chamaram o pesquisador presente e a professora da sala, para nos dizer que já haviam terminado. Nesses casos, os grupos apresentaram como resposta R\$ 2,50 para Jô e R\$ 2,50 para Pat.

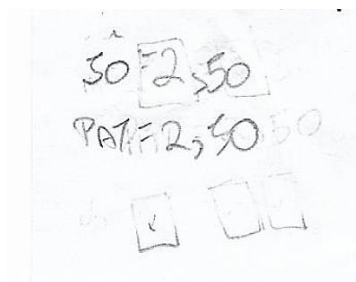


Figura 2 – Resposta apresentada por uma estudante do Grupo G
Fonte: dados da pesquisa

Na resolução de problemas não queríamos questionar diretamente a resposta dos grupos, buscamos perguntar primeiro: “Por que R\$ 2,50?”⁴. Um aluno respondeu: “Porque eu dividi por 2”. E perguntamos novamente: “Porque dividir por 2?”, e como resposta: “Para dividir para as duas”. Para esses casos, perguntamos quanto cada uma delas deu de sanduíche e, com a resposta, retornamos com outra pergunta, se seria correto então o dinheiro ser dividido em duas partes iguais. Assim, os grupos voltaram a pensar sobre o problema e sobre suas próprias maneiras de resolvê-lo.

Levados a pensarem essa nova situação, que antes fora respondida de maneira simples, os grupos passam a buscar um novo modo de se resolver o problema. Facilmente, muitos grupos chegaram à resposta de que a divisão poderia ser feita dando R\$ 3,00 para Jô e R\$ 2,00 para Pat.

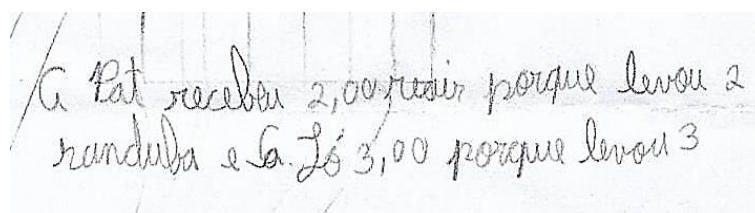


Figura 3 – Resposta apresentada por uma estudante do Grupo F
Fonte: dados da pesquisa

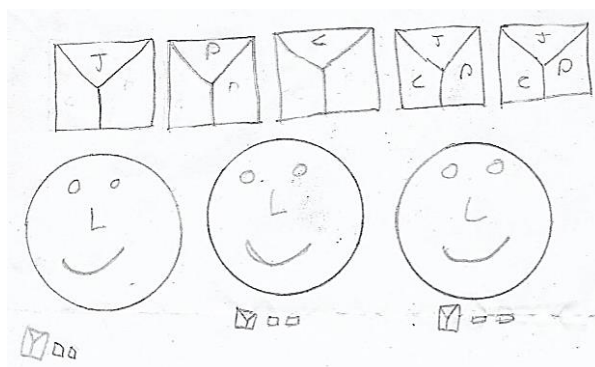
⁴ Anotações tiradas do diário de campo.

Na Figura 3 a estudante justificou sua nova resposta, que dessa vez, para cada sanduíche podemos associar R\$ 1,00 e fazer a divisão dos mesmos de acordo com a quantidade de sanduíches que cada uma levou. Afinal, são R\$ 5,00 e 5 sanduíches, ou seja, cada sanduíche valia R\$ 1,00. Esta resposta aparece na resolução de vários grupos, sendo que alguns trouxeram por escrito esta justificativa e outros, não. Nos casos em que essa justificativa não ocorreu se fez necessário, no momento do diálogo com os grupos, que eles explicassem como chegaram a tal resposta. Até aqui, os grupos não utilizaram nenhum conceito em que se trabalharia a fração, e para esses grupos foi necessário mais para reflexão, até que eles buscassem resolver a questão com uma quantidade maior de informações. Conforme Onuchic e Allevato (2008),

Com frequência a maioria responde que, dos R\$5,00, R\$3,00 vão para Jô e R\$2,00 para Pat. Isso reflete que a maioria das pessoas foi levada a reconhecer os números contidos no problema e buscar uma possível operação sobre eles. Nossa posição é questionar os resolvidores do problema: Que Matemática justificaria essas respostas? (p. 89).

Tal resposta já era esperada, e assim questionamos como elas foram feitas, a fim de que os grupos em suas explicações buscassem perceber algo de diferente. Mas aparentemente, os grupos desconsideraram a informação de que os sanduíches foram divididos igualmente e que os R\$ 5,00 era o valor dado pela parte que Cris comeu. Portanto, fizemos mais um questionamento: se levarmos em consideração a divisão dos sanduíches em partes iguais que foi realizada, essa divisão ocorre de maneira justa?

Nesta nova perspectiva, alguns grupos perceberam que era necessário fazer a divisão dos sanduíches para as três, e muitos o fizeram, apesar de não conseguirem dar a devida continuidade na resolução do problema⁵. Seguem exemplos de estratégias utilizadas pelos grupos.



⁵ Embora planejássemos discutir a personalidade de fração dos números racionais, houve mais produções a respeito da divisão de dois inteiros que resultariam em números racionais.

Figura 4 – Resposta apresentada por uma estudante do Grupo C
Fonte: dados da pesquisa

Na Figura 4 a aluna realizou algumas divisões utilizando do recurso de desenho, e este foi um dos mais utilizados pela turma na divisão dos sanduíches entre as três. Entretanto, para este caso, a aluna não conseguiu utilizar os registros numéricos, ou seja, o trabalho da divisão foi realizado pela aluna sem a utilização de recursos numéricos ou de frações, e esta poderia ser uma forma de se trabalhar com alguns conceitos matemáticos no momento da formalização. Entretanto, esperávamos que os grupos utilizassem os registros numéricos, inclusive fração, uma vez que a turma é do 7º ano do ensino fundamental, e que operassem com sua divisão.


$$\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{5}{5} \div \frac{3}{1} = \frac{5}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{15}$$

Figura 5 – Resposta apresentada por uma estudante do Grupo E
Fonte: dados da pesquisa

Na Figura 5, a aluna conseguiu chegar a uma representação numérica, que se configura bem diferente da divisão feita na Figura 4. Aqui, ela utiliza a fração para representar uma relação numérica entre a quantidade de sanduíches de cada personagem e todos os 5 sanduíches. Ela fez uma operação de soma com todos os sanduíches e dividiu o total pelas três pessoas do problema, ela obteve uma fração de 5/15 para cada uma. Segundo a professora da turma, foi utilizada uma técnica de divisão de frações estudada em sala, ou seja, a divisão da fração 5/5 por 3. Ela chegou a um resultado de 5/15 de todos os sanduíches para cada uma. A redução desta fração nos direciona para a forma 1/3, o que apresenta um movimento circular com as operações, já que de início é fácil perceber que 1/3 de todos sanduíches seria dado para cada uma. Neste caso, consideramos que houve mais uma compreensão instrumental da operação do que uma compreensão relacional, segundo o esquema da Figura 1.

Tendo em vista todos esses dilemas no que se refere à divisão não exata e com uso de frações, consideramos que este conceito ainda merece um amadurecimento da turma sobre o uso de frações em resolução de problemas. Entretanto, tal dificuldade de avançar na resolução também pode ser influenciada pela dificuldade do problema que foi escolhido, combinado com o curto tempo de duração das atividades. E para esta experiência, entendemos que seria necessário mais tempo para o desenvolvimento da turma até que eles resolvessem a questão.

Contudo, nos 40 minutos finais, aproximadamente, solicitamos que os estudantes parassem a questão, para então, iniciarmos as etapas finais da aula planejada, que ocorrem após o momento da resolução dos estudantes.

Depois da resolução

Continuamos com as últimas etapas para a finalização da aula. Nesta última fase da aula, a combinação do curto tempo para a finalização das atividades, com a má organização dos grupos para registrarem as resoluções no quadro culminou em um atraso nas últimas etapas das atividades (soluções na lousa, plenária e formalização).

Pedimos aos grupos que registrassem suas resoluções na lousa. Os grupos ficaram muito tempo no quadro, e demoraram para registrá-las. Houve muitas dificuldades no momento de selecionar as informações da solução para serem colocadas no quadro. Por outro lado, houve também a resistência de alguns grupos sobre a situação de ter que se levantar e ir até o quadro para fazer o registro para a apresentação que aconteceria. Tendo em vista as outras atividades da professora da turma, não poderíamos continuar a atividade em outro dia, para realizar as etapas finais. Com isso, desconsideramos esta etapa que iria atrasar as outras, a de apresentação, e seguimos com a plenária sem registro na lousa. Neste momento já faltavam aproximadamente 15 minutos para o fim da aula.

O mesmo ocorreu com a apresentação das resoluções. Os estudantes se mostraram desestimulados a fazer as apresentações das resoluções para a turma. Alguns grupos também não queriam, e ficaram muito incomodados, e outros aparentemente frustrados, de terem que falar na frente para a turma. Entretanto, neste momento, os estudantes queriam saber qual seria a resposta final do problema, e pediram para a gente apresentar a resposta. A dinâmica que utilizamos foi selecionar a apresentação de dois grupos que se dispuseram a apresentar as primeiras duas respostas. E após esse momento, finalizamos com nossa apresentação, o que seria algo mais próximo da etapa da formalização.

Fizemos alguns comentários com a turma, e dissemos que para nós as respostas foram muito interessantes e válidas no sentido de terem uma justificativa, e que, portanto, não estavam definitivamente erradas, queríamos não desestimular os grupos que não conseguiram sair da resposta de R\$ 2,50, e dissemos que o importante em uma aula de matemática como esta, era pensar nos processos de resolução e revisar se estão realmente corretos ou se podem ser feitos de outro modo. Feito isso, para mostrar que a questão poderia ser discutida em um

nível mais profundo, apresentamos a solução da repartição de R\$ 4,00 para Jô e de R\$ 1,00 para Pat.

Esta última etapa nos mostra como é importante ter um bom conhecimento da turma. Como ela reage frente aos problemas difíceis? Como ela se organiza ao fazer apresentações na frente da turma? De que modo ela se comporta em uma última aula de uma sexta-feira à tarde? Que habilidades suas alunas e seus alunos possuem ao fazer anotações na lousa? Entendemos que tais perguntas podem nos ajudar na preparação da aula bem como na escolha do problema a ser utilizado na aula. O fator tempo foi algo que não auxiliou nesta última fase e tais dificuldades poderiam ser diluídas com uma tarefa mais ajustada para a situação. Entretanto, a escolha da tarefa se deu pela possibilidade de se chegar a várias respostas ao fazer operações com os dados do problema.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao realizar esta investigação, buscávamos refletir sobre os processos desenvolvidos em uma aula de matemática através da resolução de problemas. Sendo assim, buscamos uma sala de aula para executar uma aula com pauta nas etapas descritas pelas pesquisadoras Onuchic e Allevato (2011; 2014). Tendo em vista a necessidade da professora que nos abriu este espaço, buscamos um problema que envolvesse o conceito de números racionais e de frações. Na busca de refletir e discutir a metodologia e alguns acontecimentos na aula, utilizamos um diário de campo para escrever reflexões que surgiam no momento da aula e no momento de sua escrita. Junto ao diário recolhemos os registros escritos da turma para analisar as resoluções mais profundamente.

Percebemos que uma única aula propicia material para diversas reflexões quando se coleta os dados adequadamente e tomamos um tempo para analisá-los. Esta é uma reflexão valiosa sobre as aprendizagens das alunas e dos alunos. Uma análise como essa pode nos ajudar a pensar em outros problemas para dar continuidade ao desenvolvimento das aulas em uma turma, conhecendo um pouco mais sobre os conhecimentos e comportamentos da turma em geral e das alunas e dos alunos em específico, tendo em vista a diversidade de resoluções que esta metodologia proporciona.

Nenhum grupo conseguiu chegar à resposta que esperávamos, porém, entendemos que isto se deu pelo próprio tempo de desenvolvimento da turma. Não caberia a nós enquanto professores dar as respostas aos grupos para que eles registrassem e apresentassem, mas dar orientações para que eles seguissem seus caminhos na resolução. Fizemos perguntas e

pedimos explicações matemáticas sobre as resoluções, mas não demos as resoluções de forma pronta. Apesar de apresentarmos a resolução mais completa da questão ao fim da aula, não significa que esta seja uma regra. Conhecendo mais profundamente as alunas e os alunos da turma, aos professores e professoras, cabe a liberdade de conduzir com o uso das resoluções de problemas no ensino da matemática de acordo com seus objetivos de aula e especificidades das turmas.

De acordo com nossos objetivos, outras investigações poderiam ser feitas sobre o mesmo tema. Um melhor ajuste da coleta de dados, como a gravação de áudio, por exemplo, nos permitiria uma maior amplitude na investigação dos processos de resoluções dos grupos. Um acompanhamento do desenvolvimento dos alunos e das alunas da turma ao longo de determinado período também seria uma opção metodológica válida. Kilpatrick (2017) apresenta orientações metodológicas a serem utilizadas e aspectos a serem investigados em aulas de matemática através da resolução de problemas. Devido às condições temporais e profissionais não ampliamos a investigação sobre tais aspectos.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas. IN: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Höpner; JUSTULIN, Andresa Maria (Org.). **Resolução de problemas: teoria e prática**. Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2014.

KILPATRICK, Jeremy. Variáveis e metodologias em pesquisa sobre resolução de problemas. IN: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; LEAL JUNIOR, Luiz Carlos; PIRONEL, Márcio (Org.). **Perspectivas em resoluções de problemas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. As Diferentes “Personalidades” do Número Racional Trabalhadas através da Resolução de Problemas. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 21, n. 31, p. 79-102, 2008.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

POLYA, G. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. IN.: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Org.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução: Hygino H. Domingues, Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Traduzido por Paulo Henrique Colonese. ed. 6. Porto Alegre: Artmed, 2009.