



“EXPLORANDO UMA RECEITA”: ESTRATÉGIAS UTILIZANDO FRAÇÃO E DIVISÃO

Eduardo Cesar Tonin
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR
eduardotonin@alunos.utfpr.edu.br

Wilson Ivan de Oliveira
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR
naneroliveira@hotmail.com

Rosimeiri da Silva de Moraes
Secretaria Estadual de Educação do Estado do Paraná - SEED/PR
meirrh@gmail.com

Línlya Sachs
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR
linlyasachs@yahoo.com.br

Resumo: Neste relato de experiência, apresentamos uma atividade contextualizada desenvolvida por uma professora de Matemática, com auxílio de outros professores, com alunos do sexto ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual do município de Cornélio Procópio – Paraná, que tinha como objetivo abordar razão e proporção, unidades de medida de massa e volume, calcular resultados de multiplicação e divisão e operações envolvendo fração. A atividade, nomeada “Explorando uma receita”, consistia na receita de um “brigadeirão” e duas tarefas a serem realizadas a partir da receita. Exploramos com mais detalhes, neste texto, quatro estratégias possíveis em parte dessa atividade que envolviam a operação de divisão e significados de fração: “qual a metade de três ovos?”. A primeira delas entende a fração como um número; a segunda utiliza a numeração decimal como resultado de uma divisão entre inteiros; a terceira utiliza a relação parte-todo e a soma de frações; e, por fim, a quarta utiliza a ideia de quociente, em que há uma divisão indicada.

Palavras-chave: Contextualização; Ensino Fundamental; Divisão; Fração.

INTRODUÇÃO

Documentos orientadores do ensino de Matemática na Educação Básica indicam a importância da contextualização dos conceitos no Ensino Fundamental.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para as séries finais do Ensino Fundamental¹ (BRASIL, 1998, p. 36) afirmam que:

[...] um conhecimento só é pleno se for mobilizado em situações diferentes daquelas que serviram para lhe dar origem. Para que sejam transferíveis a novas situações e generalizados, os conhecimentos devem ser

¹ À época, o Ensino Fundamental era organizado em oito séries.

descontextualizados, para serem novamente contextualizados em outras situações. Mesmo no ensino fundamental, espera-se que o conhecimento aprendido não fique indissolúvelmente vinculado a um contexto concreto e único, mas que possa ser generalizado, transferido a outros contextos.

Nesse caso, a contextualização não é indicada como uma estratégia de ensino para melhor aprendizado, mas algo que deve ser feito a fim de tornar um conhecimento “pleno”.

As Diretrizes Curriculares da Educação Básica do estado do Paraná (PARANÁ, 2008) indicam diversas tendências para o ensino de Matemática e, em muitas delas, está presente a ideia de se considerar o uso dos conceitos matemáticos em diferentes contextos. De um modo mais geral, afirmam que “os conteúdos disciplinares devem ser tratados, na escola, de modo contextualizado, estabelecendo-se, entre eles, relações interdisciplinares e colocando sob suspeita tanto a rigidez com que tradicionalmente se apresentam quanto o estatuto de verdade atemporal dado a eles” (PARANÁ, 2008, p. 14).

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017, p. 222), documento oficial orientador do ensino mais recente, ao se referir ao ensino de Matemática, afirma:

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas.

Nesse sentido, há pesquisas que mostram a diferença de resultados entre alunos submetidos a tarefas matemáticas contextualizadas e mais abstratas. Um exemplo importante na literatura é a pesquisa de Carraher, Carraher e Schliemann (1982), em que mostram a discrepância entre o desempenho de estudantes no contexto do trabalho, em questões envolvidas de enunciados e em questões puramente aritméticas².

Também, algumas abordagens metodológicas de ensino de Matemática utilizam-se da contextualização para elaboração de estratégias para aulas. Uma delas é a Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011) que, ao tomar determinados problemas para disparar resoluções pelos alunos, pode utilizar contextos interessantes para os fins a que se propõe. A contextualização, nesse caso, não é, necessariamente, ligada a situações reais da vida; mas, ainda que artificial, ela é profícua para a aprendizagem de novos conceitos. A Modelagem Matemática considera situações reais – ou próximas à realidade, descartando algumas variáveis – em que a Matemática é útil para resolver problemas ou tomar decisões (BARBOSA, 2004). Na Educação Matemática Crítica, ao apresentar cenários para

² Esses resultados levaram os autores a nomear o texto (que, posteriormente, se tornou um livro) em: “Na vida, dez; na escola, zero”.

investigação como modelos para aulas que incentivam a reflexão, são considerados aqueles que fazem referência à realidade ou a uma semirrealidade – mas não apenas (SKOVSMOSE, 2014). Nesses casos, há bastante aproximação com a Modelagem Matemática.

Em outras abordagens, a contextualização também é utilizada como estratégia de ensino de Matemática. Neste relato de experiência, apresentamos uma atividade contextualizada elaborada por uma professora de Matemática e desenvolvida, em conjunto com outros professores, com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental com o objetivo de abordar razão e proporção, unidades de medida de massa e volume, calcular resultados de multiplicação e divisão e operações envolvendo fração. Exploramos neste texto, com mais detalhes, a realização da divisão e alguns significados da fração em parte dessa atividade.

CONTEXTO

A atividade “Explorando uma Receita” foi realizada no Colégio Estadual Zulmira Marchesi da Silva, localizado no município de Cornélio Procopio – Paraná, e teve a participação de duas turmas de sextos anos do Ensino Fundamental, com o total de 57 alunos. Ela foi desenvolvida por seis professores³, das disciplinas de Matemática, Ciências, História, Geografia e Língua Inglesa, e por quatro bolsistas do Programa de Residência Pedagógica⁴, da área de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, contando, também, com o auxílio das cozinheiras da escola.

A proposta da atividade foi feita pela professora de Matemática regente nessas turmas com o objetivo de trabalhar os conceitos de razão, proporção, unidades de medida de massa e volume, multiplicação, divisão e fração⁵ em uma receita de “brigadeirão”. A motivação da atividade se deu pelas dificuldades dos alunos em questões que envolviam representações de frações, evidenciadas na realização da 1ª fase da Prova Paraná (aplicada no dia 13 de março de 2019)⁶. Algumas das questões da Prova Paraná com essa temática estão no Quadro 1.

Questão 24 (M0500383H6) Maurício gasta por mês $\frac{1}{5}$ do seu salário com alimentação. Esse gasto mensal corresponde a qual percentual do seu salário?

³ Não se constituiu como uma atividade interdisciplinar, mas uma atividade extraclasse, em que foram abordados temas matemáticos e o gênero textual “receita”.

⁴ O Programa de Residência Pedagógica é financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) e incentiva a articulação entre teoria e prática nos cursos de licenciatura, estando previstas 440 horas de atividades que envolvem a imersão e a vivência na Educação Básica.

⁵ Nem todos os temas são explorados nesta pesquisa.

⁶ A Prova Paraná é uma avaliação diagnóstica que tem como objetivo identificar as dificuldades apresentadas por cada um dos estudantes e apontar as habilidades já apropriadas no processo de ensino e aprendizagem, nas disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática (PARANÁ, 2019)

- A. 0,2%
- B. 1,5%
- C. 2%
- D. 20%

Questão 32 (M052086E4) Em um determinado mês, as vendas de uma pizzaria aumentaram 58% em relação ao mês anterior. No Mês anterior, foram vendidas 900 pizzas. Quantas pizzas a mais foram vendidas nesse mês em relação ao mês anterior?

- A. 225
- B. 250
- C. 300
- D. 450

Questão 36 (M050034H6) Felipe gasta $\frac{1}{3}$ de seu salário no pagamento da mensalidade de sua faculdade e $\frac{2}{5}$ com as demais despesas fixas do mês.

A fração do salário de Felipe usada no pagamento da mensalidade da faculdade e das demais despesas fixas do mês é:

- A. $\frac{3}{15}$
- B. $\frac{3}{8}$
- C. $\frac{3}{5}$
- D. $\frac{11}{15}$

Quadro 1 – Questões da Prova Paraná

Fonte: PARANÁ (2019)

Após a realização da 1ª fase da Prova Paraná, foi feita a correção, sendo possível verificar a quantidade de erros e acertos. Na turma A, composta por 25 alunos, foram cinco acertos na questão 24, sete acertos na questão 32 e um acerto na questão 36. Na turma B, composta por 27 alunos, um acerto na questão 24, doze acertos na questão 32 e um acerto na questão 36. A professora regente das turmas questionou aos alunos que acertaram as questões os métodos por eles utilizados para realização das questões. A maioria disse ter “chutado” as alternativas corretas.

Diante disso, a professora decidiu elaborar uma atividade que abordasse alguns conteúdos necessários para a realização das questões, de um modo contextualizado. Essa foi a primeira atividade desse tipo realizada no ano letivo com essas turmas de sexto ano do Ensino Fundamental. A receita de “brigadeirão” foi escolhida pela proximidade à data da Páscoa, período em que as crianças consomem muitos doces, e pela facilidade no acesso aos ingredientes e na execução da receita.

ELABORAÇÃO DA ATIVIDADE

A atividade foi elaborada utilizando o gênero textual “receita”, que permite aos alunos, por meio da leitura, a obtenção dos dados necessários para a resolução do que foi proposto. Além da receita propriamente dita, foram elaboradas tarefas com o objetivo de trabalhar

razão, proporção, unidades de medida de massa e volume, calcular resultados de multiplicação para obtenção de dobro, triplo e quádruplo e, também, cálculos de divisão e a noção de fração para obtenção de partes de uma receita. No Quadro 2, está a atividade “Explorando uma receita”.

“BRIGADEIRÃO”

INGREDIENTES

- 1 lata de leite condensado
- 1 lata de creme de leite
- 1 xícara (chá) de chocolate em pó
- 4 colheres (sopa) de açúcar
- 1 colher (sopa) de manteiga
- manteiga para untar
- 3 ovos
- 1 xícara (chá) de chocolate granulado para decorar

MODO DE PREPARO

Em um liquidificador, bata o leite condensado com o creme de leite, o chocolate em pó, o açúcar, a manteiga e os ovos até que esteja tudo homogêneo. Despeje em uma forma com furo central (19 cm de diâmetro) untada com manteiga. Cubra com papel-alumínio e asse em forno médio (180°C), em banho-maria, até ficar firme (cerca de 1 hora e 30 minutos). Desenforma ainda morno e decore toda a superfície com o chocolate granulado. Leve à geladeira por cerca de 6 horas e sirva.

1. Complete a tabela abaixo realizando os cálculos para as quantidades que a receita indica:

Ingredientes	Meia receita	O dobro da receita	O triplo da receita	O quádruplo da receita
Leite condensado				
Creme de leite				
Chocolate em pó				
Açúcar				
Manteiga				
Ovos				
Granulado				

2. A medida do leite condensado da embalagem está em ml (mililitros) ou em g (gramas). Você sabe a diferença entre essas medidas? Justifique sua resposta.

Quadro 2 – Atividade elaborada: “Explorando uma receita”

Fonte: os autores

Para a execução da atividade, foi solicitado aos alunos que contribuíssem para a receita com uma caixinha de leite condensado cada um. Para o desenvolvimento, houve uma readequação dos horários das aulas do dia. Os professores da escola aceitaram a mudança e, ainda, se dispuseram a participar também da realização da receita e no auxílio aos alunos na resolução das questões propostas. O ambiente foi o refeitório da própria escola, reservado com a direção, que também disponibilizou o restante dos ingredientes necessários para a receita.

RELATO DA EXPERIÊNCIA

No dia 19 de maio de 2019, os 57 alunos das duas turmas de sexto ano do Ensino Fundamental foram organizados em grupos e, antes de irem ao refeitório da escola, a professora distribuiu a atividade “Explorando uma receita” impressa (com a receita e as questões) para cada um deles. Os seis professores, os quatro bolsistas do Programa de Residência Pedagógica e as cozinheiras da escola auxiliaram na supervisão da atividade.

As medidas de uma receita de “brigadeirão” foram apresentadas, no refeitório, pela professora de Matemática aos alunos. Durante a mistura dos ingredientes, foram levantados questionamentos orais aos alunos de quanto teriam que aumentar essa receita que eles tinham em mãos para que fosse suficiente para todos os alunos da escola poderem comer. Os olhares dos alunos foram curiosos, mas silenciosos. A professora, então, perguntou qual o cálculo deveria ser feito se quisessem dobrar a receita. Em coro, os alunos responderam que deveriam multiplicar por dois. Em seguida, ela questionou se desejasse o quádruplo, qual cálculo fariam. Eles não souberam responder. Nesse momento, os bolsistas do Programa de Residência Pedagógica intervieram para explicar aos alunos as nomenclaturas dadas para as operações de multiplicação (dobro, triplo, quádruplo, quádruplo etc.) e foram dados breves exemplos para os grupos.

Depois disso, os alunos deram início às tarefas da folha impressa e optaram por iniciar pelos cálculos de dobro, triplo e quádruplo da receita. Diante aos cálculos de multiplicação, não apresentaram dificuldades, porém, ao voltarem à questão inicial em que é solicitada a quantidade de ingredientes da metade da receita, os alunos ficaram receosos para os cálculos. Os bolsistas intervieram novamente, explicando a ideia de metade e a representação desse valor. Um aluno, na realização dos cálculos, perguntou o porquê de “meio ingrediente” ser

representado como “ $\frac{1}{2}$ ”, por exemplo, no caso de uma lata de leite condensado. Foi explicado, de maneira que pôde ser compreendido por ele, que um inteiro (a lata) estava sendo dividido em duas partes, então o “1” representa o inteiro e o “2” a quantidade de partes a ser dividido.

Quando os alunos precisaram responder quantos ovos haveria em meia receita, sendo que em uma receita há três ovos, foi possível perceber um certo estranhamento. Como calcular metade de três ovos? Diferentemente das “4 colheres (sopa) de açúcar”, o número ímpar dificultou a realização da operação de divisão por dois. Os alunos estavam, então, diante da seguinte questão: qual a metade de três ovos?

Apresentamos, na sequência, quatro estratégias possíveis que os alunos poderiam apresentar para essa questão, sendo que duas delas foram, de fato, realizadas e duas não.

Para essa discussão, utilizamos alguns dos subconstrutos de número racional apresentados por Kieren (1980). Ele diferencia cinco modos de compreender números racionais – chamando-os de subconstrutos. São eles: parte-todo; razão; quociente; medida; e operador. No Quadro 3, há uma breve explicação dessas ideias.

Subconstruto de números racionais	Descrição	Exemplo
parte-todo	Particionar um todo em n partes iguais, tomando x dessas partes: $\frac{x}{n}$.	Uma barra de chocolate é dividida em 8 partes iguais e são tomadas 3 dessas partes. Isso pode ser representado por $\frac{3}{8}$.
razão	Relação entre números, tamanhos ou quantidades semelhantes, indicados por p e q : $\frac{p}{q}$.	Em um consultório médico, há 7 pacientes crianças para 10 pacientes adultos. Isso pode ser representado por $\frac{7}{10}$.
quociente	Divisão indicada de a por b : $\frac{a}{b}$.	6 dividido por 3 pode ser representado por $\frac{6}{3}$.
medida	(1) Dados um segmento \overline{AB} de medida p e um segmento \overline{CD} de medida q , quantas vezes \overline{CD} cabe em \overline{AB} ? Isso pode ser representado por $\frac{p}{q}$. (2) Ou, pode ser entendido como a atribuição de um número a uma região.	(1) Quantas vezes uma régua de 20 cm cabe em uma lateral da mesa com 75 cm? Isso pode ser representado por $\frac{75}{20}$. (2) Representar 1 cm dividido em 4 partes, tomando a primeira delas. Na reta numérica, esse valor é o $\frac{1}{4}$.
operador	Multiplicar algo por p e dividir por q , definindo o operador $\frac{p}{q}$.	De 15 balas, quantas representam $\frac{2}{5}$? Nesse caso, $\frac{2}{5}$ é um operador.

Quadro 3 – Subconstrutos de números racionais

Fonte: elaborado a partir de Kieren (1980)

Também, destacamos dois tipos distintos de divisão: partição e quocição – que são chamadas, na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), respectivamente, por repartição equitativa e medida, como apresentados no Quadro 4.

Tipo de divisão	Descrição	Exemplo
partição (ou repartição equitativa)	Divisão entre medidas de grandezas distintas.	Maria tem 32 bombons para distribuir igualmente entre 8 amigos. Quantos bombons cada amigo receberá?
quocição (ou medida)	Divisão entre medidas de uma mesma grandeza.	Joana sabe que em um pacote há seis biscoitos. Ela tem 30 biscoitos. Quantos pacotes Joana tem?

Quadro 4 – Tipos de divisão

Fonte: elaborado a partir de Santana e Lima (2017)

Para a questão “qual a metade de três ovos?”, apresentamos as seguintes estratégias:

A *primeira estratégia* seria dividir 3 por 2 e representar como $\frac{3}{2}$. Apesar de, a princípio, parecer a resposta mais simples, não houve relato de algum aluno que tenha feito dessa forma. Possivelmente, os alunos não entendem que isso seja um número, mas, sim, uma operação a ser realizada⁷ – desse modo, a resposta não poderia ser essa. Kieren (1980) nomeia esse subconstruto de quociente, pois haveria uma divisão indicada de 3 ovos por 2.

A *segunda estratégia*, também não realizada pelos alunos, seria realizar a divisão de 3 por 2, obtendo o resultado decimal 1,5. De acordo com as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do estado do Paraná (PARANÁ, 2008), no 6º ano do Ensino Fundamental, os alunos devem ser capazes de transformar uma fração em um número decimal. Nesse momento – no mês de maio do ano letivo – os alunos ainda não tinham sido ensinados sobre essas estratégias e, por isso, não deram essa resposta. Também, pode não fazer muito sentido essa resposta para ovos; diferentemente se tratássemos de metade de uma medida que pudesse ser representada em uma reta numérica ou em uma quantidade em litros ou em gramas.

A *terceira estratégia* foi desenvolvida por alguns alunos. Cada um dos ovos foi dividido ao meio e, depois, somados: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$, resultado em $\frac{3}{2}$. É importante notar que os alunos já sabiam realizar a operação de adição de frações com denominadores iguais. Nesse caso, a relação parte-todo, apresentada por Kieren (1980), foi utilizada em cada ovo: um ovo é dividido em duas partes iguais, das quais é tomada uma.

A *quarta estratégia* foi realizada por um aluno. Após um primeiro momento em que parecia não ser possível realizar a operação, ele mostrou que poderia fazer da seguinte forma:

⁷ Em Elias, Ribeiro e Savioli (2019), essa ideia de número aparece no tema epistemológico “formas de representar”.

1 ovo para cá, 1 ovo para lá; sobra 1 ovo para ser dividido ao meio. Assim, cada uma das 2 partes será composta por $1 + \frac{1}{2}$ ou $1\frac{1}{2}$. Essa representação mista de frações não era por ele conhecida, mas pareceu fazer sentido diante da estratégia utilizada. Aqui está presente a ideia de partição, apresentada por Santana e Lima (2017). São três ovos para serem divididos em duas receitas ou para duas pessoas; assim, é feita uma distribuição equitativa entre elas. No exemplo de partição apresentado no Quadro 4, a estratégia seria dividir os 32 bombons distribuindo entre os 8 amigos, até acabar os bombons. Esse tipo de ação acontece, muito comumente, quando se distribui cartas de um baralho entre jogadores, entregando uma carta para cada um até acabarem as cartas. Foi assim que fez o aluno, encontrando um obstáculo ao se deparar com o último ovo, que deveria ser, também, dividido igualmente em duas partes. Com esse ovo, ele parece ter utilizado a ideia de quociente, discutida por Kieren (1980): um ovo que é dividido em duas partes e representado por $\frac{1}{2}$.

A atividade “Explorando uma receita” durou cerca de uma hora. Os alunos participaram e se mostraram empolgados com a realização de uma atividade fora do habitual da sala de aula. Ao final da produção da receita, o “brigadeirão” foi distribuído a todos os que estavam presentes na escola – alunos, funcionários e bolsistas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O relato de experiência aqui apresentado, além de compartilhar uma atividade realizada no ambiente escolar, com a receita de um doce e questões matemáticas a partir dela, também visou discutir uma situação específica vivenciada pelos alunos. Quatro estratégias diferentes, que envolvem ideias de divisão e de fração, podem ser realizadas pelos alunos que se deparam com a questão “qual a metade de três ovos?”. O estranhamento inicial e modos diferentes de pensar em como resolver matematicamente a questão foram apresentados.

Reconhecemos que, em uma situação real, de preparação de uma receita, dificilmente usaríamos meio ovo – ou, como era o resultado dessa operação, um ovo e meio – e guardaríamos ou jogaríamos a outra metade restante. Aqui, há uma limitação das atividades contextualizadas para o ensino de matemática. Pesquisas em etnomatemática têm mostrado outras lógicas envolvidas na realidade, que se diferem da lógica das aulas de matemática (KNIJNIK; DUARTE, 2010). De todo modo, a questão propiciou uma discussão sobre formas diferentes de lidar com a operação de divisão e com o conceito de fração.

A Prova Paraná, que foi o disparador da atividade aqui relatada, apresentou um diagnóstico dos conteúdos nos quais os alunos apresentam dificuldades e isso serviu para que a professora de Matemática elaborasse e desenvolvesse uma atividade contextualizada para abordar o conceito de fração – sobre o qual os resultados mostraram desempenho insatisfatório dos alunos de sexto ano.

É importante salientar que avaliações externas como essa, além de apresentarem um diagnóstico da realidade local, implicam em pressões para que os professores melhorem os resultados. Sabemos, porém, que há diversos fatores que fogem à prática pedagógica do professor que interferem nos resultados, como, por exemplo, regime e condições de trabalho dos professores, carga horária muitas vezes incoerente com o que é cobrado, infraestrutura e materiais disponíveis na escola etc.

Ainda, destacamos que atividades como “Explorando uma receita” não se configuram como treinamento para a realização de uma nova avaliação externa, mas como possibilidades para mobilizar conhecimentos matemáticos em situações diversas. Sem dúvida que se espera que essas atividades tenham como consequência a aprendizagem matemática – nesse caso, especificamente, sobre frações – e isso se reflita na realização das avaliações externas, mas sabemos que isso não se dá de forma imediata.

Por fim, entendemos que a realização dessa atividade atingiu o objetivo de contextualizar o conceito de fração e possibilitou abordar modos diferentes de lidar com determinadas situações e questões matemáticas.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) pelo financiamento do Programa de Residência Pedagógica.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: o que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base**. Brasília: Ministério da Educação, 2017. Disponível em:

http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79601-anexo-texto-bncc-reexportado-pdf-2&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192.
Acesso em: 20 jun. 2019.

CARRAHER, T. N.; CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. Na vida, dez; na escola, zero: os contextos culturais da aprendizagem da matemática. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, v. 42, p. 79-86, ago. 1982.

ELIAS, H. R.; RIBEIRO, A. J.; SAVIOLI, A. M. P. D. Epistemological Matrix of Rational Number: a Look at the Different Meanings of Rational Numbers. **International Journal of Science and Mathematics Education**, p. 1-20, 2019.

KIEREN, T. E. The rational number construct – its elements and mechanisms. *In*: KIEREN, T. (Ed.) **Recent Research on Number Learning**. Columbus: Eric/Smeac, 1980, p. 125-150.

KNIJNIK, G.; DUARTE, C. G. Entrelaçamentos e Dispersões de Enunciados no Discurso da Educação Matemática Escolar: um estudo sobre a importância de trazer a “realidade” do aluno para as aulas de matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 23, n. 37, p. 863-886, dez. 2010.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

PARANÁ. Secretaria de Estado de Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática**. Curitiba: SEED, 2008.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Prova Paraná – Avaliação Diagnóstica**. Curitiba: 2019. Disponível em: <http://www.provaparana.pr.gov.br/>. Acesso em: 20 jun. 2019.

SANTANA, E.; LIMA, D. C. Teoria dos Campos Conceituais. *In*: SANTANA, E. R. S.; LAUTERT, S. L.; CASTRO FILHO, J. A. **Ensinando multiplicação e divisão no 4º e 5º anos**. Itabuna: Via Litterarum, 2017. p. 15-44.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à Educação Matemática Crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. 1. ed. Campinas: Papyrus, 2014.