REFLEXÕES ACERCA DA PRÁTICA DE ESTUDANTES EM UMA PRIMEIRA EXPERIÊNCIA COM MODELAGEM MATEMÁTICA

Élida Maiara Velozo de Castro
Universidade Estadual de Londrina - UEL
elidamaiara.vc@gmail.com

João Paulo Sebben de Jesus
Universidade Estadual do Paraná -Unespar
joaomath18@outlook.com

Fernanda Silva Pinto
Universidade Estadual do Paraná - Unespar
fernandinhapinto.18@gmail.com

Resumo: Neste artigo temos como objetivo apresentar reflexões acerca da prática dos estudantes em sua primeira experiência com Modelagem Matemática. Nesse contexto, buscamos discutir: "Quais aspectos da prática dos estudantes, do 1º ano do curso de Licenciatura em Matemática, se revelam em sua primeira experiência com atividades de Modelagem Matemática?". Frente a isso, descrevemos o que se revelou da prática de um grupo, composto por quatro estudantes, durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, no terceiro momento de familiarização conforme Almeida e Dias (2004), cujo tema, escolhido pelos estudantes, foi "Arremesso perfeito". Para tanto, utilizamos uma abordagem qualitativa de estudo. Neste sentido, os aspectos identificados foram: aplicação de conhecimentos já anteriormente aprendidos, discussão para compreensão de novos conteúdos, reflexões sobre o uso da modelagem matemática em outras áreas, reconhecimento quanto a autonomia dos estudantes. Nosso estudo nos leva a concluir que, numa primeira atividade de modelagem matemática, no contexto do terceiro momento, o uso desta alternativa pedagógica favoreceu a mobilização e a construção de conhecimentos matemáticos, colaborou no desenvolvimento da criticidade e fomentou discussões sobre o tema e sobre a matemática envolvida.
Palavras-chave: Modelagem Matemática. Momentos de Familiarização. Licenciatura em Matemática. Arremesso Perfeito.

INTRODUÇÃO

Ao compreendermos que a formação inicial de professores pode constituir-se de um momento crucial para a construção de conhecimento didático, pedagógico e de conteúdo (CUNHA, 2010), reconhecemos a importância de que esses saberes sejam construídos de forma integrada, bem como que haja uma interlocução entre teoria e prática.

Assim, por reconhecermos que a Modelagem Matemática favorece a aprendizagem, tanto de temas de contextos reais, de conteúdos matemáticos e de processos de ensino de matemática, é que assumimos essa alternativa pedagógica no trabalho em sala de aula.

ISSN 2595-5578

Entretanto, para o bom desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, é indicado que o professor e os estudantes sejam familiarizados com essa forma de trabalho, o que Almeida e Dias (2004) chamam de momentos de familiarização. Tais momentos podem proporcionar que a Modelagem seja inserida de forma gradativa nas aulas de matemática.

Diante do exposto, trazemos neste estudo uma experiência com Modelagem Matemática, vivenciada por estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática. No decorrer da descrição e análise da atividade desenvolvida, buscamos elucidar e refletir sobre aspectos da prática[1] dos estudantes, revelados em sua primeira experiência com atividades de Modelagem Matemática.

O texto encontra-se organizado em seções. Na primeira, apresentaremos brevemente o que se caracteriza como uma atividade de modelagem matemática na sala de aula, bem como nosso entendimento sobre os momentos de familiarização com modelagem matemática. Na próxima seção tratamos dos aspectos metodológicos do estudo. Em seguida, descrevemos sobre a experiência vivenciada em sala de aula, discorrendo sobre aspectos da prática dos estudantes que foram evidenciados a partir da atividade. E, por fim, tecemos nossas considerações finais.

MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA

Ao considerarmos que Modelagem Matemática se constitui de uma alternativa pedagógica, por meio da qual se utiliza a matemática para resolver problemas que não são essencialmente matemáticos (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013), reconhecemos que ela proporciona aos estudantes uma criticidade e envolvimento com a matemática e com situações da realidade.

Conforme Almeida, Silva e Vertuan (2013), uma atividade de modelagem matemática tem como características partir de uma situação inicial, sendo também chamada de problemática, e chegar a um resultado final, solução para a problemática. Geralmente, no desenvolvimento de tais atividades se utiliza ou constrói um modelo matemático, que pode ser uma função, uma tabela, um gráfico, uma expressão, etc.

Modelagem Matemática, nessa perspectiva, apresenta um caráter aberto, flexível e dinâmico, que possibilita ao estudante trabalhar com hipóteses variadas para a resolução da problemática. Nesse sentido, podem ser diversos os encaminhamentos assumidos, bem como os conhecimentos que emergem no desenvolvimento da atividade, o que, de início pode causar

[1] Neste estudo, compreendemos “prática” como a ação, ato de fazer ou executar algo, exercício, atividade

uma insegurança tanto para professor quanto para o estudante. Tal insegurança se justifica, muitas vezes, pelo fato de que tanto estudante quanto professor estarem habituados às aulas que se sabe previamente como irão ocorrer, os conhecimentos que serão mobilizados e os resultados que irão chegar, diferentemente do que acontece na Modelagem Matemática.

Sendo assim, Almeida e Dias (2004) sugerem a implementação desse tipo de atividade em sala de aula seja gradativa, propondo para isso, o que elas chamam de momentos de familiarização. Esses momentos de familiarização, que são divididos em três, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2013) e Almeida e Dias (2004), possibilita que o estudante desenvolva a habilidade de fazer modelagem.

Almeida e Dias (2004) ponderam que a introdução de atividades de Modelagem Matemática em cursos regulares pode ser realizada de forma gradativa e apontam diferentes momentos para esta introdução: em um primeiro momento, podem ser abordadas, com todos os alunos, situações em que estão em estudo a dedução, a análise e a utilização de um modelo matemático a partir de uma situação problema apresentada e discutida pelo professor aos estudantes, o professor leva o tema juntamente com a problemática a ser analisada, a partir deste ponto ele deve estimular e envolver os estudantes nesta atividade, para que os estudantes consigam tecer reflexões sobre a sua situação de estudo, e consequentemente, sobre os conteúdos matemáticos que são por ela abordados.

No segundo momento o professor propõe um tema, juntamente com informações a respeito de tal tema, auxiliando os estudantes para que eles possam formular suas hipóteses e consequentemente, consigam elaborar, estruturar ou identificar um problema a ser investigado.

Para o terceiro momento é solicitado aos estudantes que eles escolham um tema de seu interesse, elaborem e desenvolvam suas atividades em grupos. Para este momento os estudantes devem conseguir sozinhos, elaborar um problema a ser investigado, buscar os dados, levantar hipóteses, deduzirem o modelo e a resolução do problema, devem ser capazes de fazer a interpretação da solução obtida. Ao professor cabe apenas acompanhar e mediar as discussões e apenas intervir quando necessário.

Segundo Almeida e Brito (2005), o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática seguindo orientações dos momentos de familiarização, pode ser uma forma de inserir a Modelagem na prática de sala de aula, em diferentes níveis de escolaridade. Na medida em que o aluno vai realizando as atividades nos "diferentes momentos", conforme a sequência apresentada, a sua compreensão acerca da Modelagem Matemática vai sendo constituída.

A inserção da Modelagem Matemática em sala de aula pode ser vista nos estudos de vários autores, como Blum e Niss (1991), D'Ambrosio (2001), Barbosa (2001), Bassanezzi,

(2002) Almeida e Ferruzzi et al. (2002), Almeida e Dias (2003), Borssoi e Almeida (2004), Almeida e Dias (2004), Borssoi (2004), entre outros. Esses autores, de modo geral, argumentam que a Modelagem Matemática, por um lado, desperta a motivação, favorece a autonomia dos estudantes e proporciona ensino e aprendizagem de Matemática. Por outro lado, em um sentido mais amplo, aparecem aspectos extra matemáticos, vinculados à competência crítica e reflexiva dos estudantes relacionadas a algo da sua realidade.

Tais estudos ainda apontam a relevância do uso da Modelagem Matemática em sala de aula, de modo a favorecer que o estudante reflita sobre a importância e a utilização da matemática que aprende na escola em situações com contexto real.

Conforme nos apontam Almeida e Brito (2005),em seu trabalho, das três atividades de modelagem matemática desenvolvidas, em uma turma de ensino médio de uma escola pública de Londrina, eles elencam as que tiveram como interesse um problema mais subjetivo e que partiu do interesse dos estudantes. A partir desse momento, o desenvolvimento da atividade foi de fato um problema para eles, pois nessa atividade de modelagem, a escolha do tema e a definição do problema investigado surgiram de uma inquietação comum no grupo, o grupo se identificou muito com o problema e buscaram meios para tentar solucioná-lo.

O segundo problema que os autores descrevem no artigo, que também traz contribuição ao processo de ensino e aprendizagem, aborda um tema que foi sugerido pelo professor e que os estudantes engajados com o problema buscaram resolver e relacionar seus conhecimentos para tentar solucionar o problema, onde podemos notar que os estudantes conseguem procurar outros aspectos de seu cotidiano, onde eles podem envolver a matemática escolar aprendida.

O terceiro caso descrito pelos autores Almeida e Brito (2005) foi uma atividade que os estudantes escolheram tornar relevante o uso da matemática na abordagem de um problema que eles viram uma reportagem de uma revista sobre a idade biológica do corpo humano, e tentaram encontrar uma maneira de descobrir matematicamente a solução para qual é a verdadeira idade do corpo humano.

De modo geral, o uso da modelagem matemática traz resultados positivos e significativos para o desenvolvimento dos estudantes e, por esta razão, as experiências dos estudantes que têm contato com a modelagem matemática, a partir dos momentos de familiarização, tornam-se auto críticos e capazes de compreender e utilizar conceitos matemáticos e relacioná-los com outras áreas de conhecimento e situações reais.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Nos propormos a investigar sobre a prática dos estudantes, quando estes vivenciam sua primeira experiência com atividades de Modelagem Matemática, no contexto do terceiro momento, conforme Almeida, Silva e Vertuan (2013). Assumimos que o presente estudo segue orientações da abordagem qualitativa, a qual tem por essência investigar materiais que ainda não receberam um tratamento analítico ou que podem ser reexaminados com vistas a uma interpretação nova ou complementar (GODOY,1995, p. 21).

A atividade descrita foi desenvolvida por um grupo de quatro estudantes do 1º ano de um Curso de Licenciatura em Matemática, no contexto da disciplina de Matemática Elementar, do qual dois alunos são autores deste texto. Cabe ressaltar que os estudantes haviam trabalhado em momentos anteriores com atividades no primeiro e no segundo momento, entretanto nossa opção por desenvolver o estudo referente ao terceiro momento se deu pelo fato de perceber que é nesse contexto que emergem uma diversidade maior de práticas por parte dos próprios estudantes. A atividade desenvolvida se constituiu também como requisito avaliativo, sendo que para o seu desenvolvimento os estudantes dispuseram de quatro aulas e as discussões em um grupo num aplicativo de celular. Os dados coletados são resultantes do relatório (registros escritos e arquivos digitais) e mensagens de áudio e escritas do celular.

Para análise dos dados, foi necessária a transcrição dos áudios e a seleção de trechos do relatório que figuram como relevantes para a compreensão das práticas dos estudantes no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática. Os recortes dos diálogos, que fornecem elementos para a discussão, são apresentados em forma de Episódios, onde os estudantes são identificados como A1, A2, A3 e A4.

O tema discutido pelos estudantes foi “Arremesso perfeito” por ser um tema do interesse do grupo, o que os levou a enunciar o problema: Existe arremesso perfeito? Os encaminhamentos assumidos pelos estudantes, para o desenvolvimento da atividade, bem como os aspectos referentes à sua prática encontram-se descritos a seguir.

ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA DESENVOLVIDA

A opção pelo tema “Arremesso perfeito” se deu devido a partir do relato dos estudantes de que o jogador Stephen Curry vem se destacando no cenário de jogos de basquete. Tal destaque se dá por conta de Curry ser o “maior cestinha de 3 pontos” da atualidade. A precisão e exatidão dos lances despertou interesse do grupo em investigar acerca dos arremessos do jogador e, consequentemente, analisar a trajetória da bola nesses arremessos. Embora o tema tenha sido proposto por um dos integrantes do grupo, foi bem aceito pelos demais estudantes.

Assim, podemos perceber que a escolha do tema foi algo espontâneo, que surgiu de uma curiosidade sobre um fato cotidiano com o qual o estudante se identificava, e não houve dificuldades, nem indecisão por parte do grupo.

O problema foi enunciado pelo grupo, a partir da definição do tema, conforme contatamos no Quadro 1:

O jogador norte-americano que atua na NBA Stephen Curry é alvo de vários estudos, tanto pela velocidade de seu arremesso quanto pela sua precisão. Mas uma coisa que não vimos é: ***será que o arremesso dele é perfeito?***

Quadro 1: Problema do Arremesso Perfeito
Fonte: Relatório dos estudantes.

Com o tema e o problema definidos, realizaram uma pesquisa mais detalhada e uma descrição sobre o jogador responsável pelo arremesso. Isso foi importante porque precisaram dos dados sobre as medidas do jogador e estudos sobre arremesso para conseguir a lei de formação. No Quadro 2, apresentamos os dados principais a partir da pesquisa dos estudantes:

- *O arremesso perfeito de 3 cai no alvo a um ângulo de 45º.*
- *Uma quadra de basquete da NBA tem a distância da linha de três pontos até a cesta de 6,75 m como as regras da liga delimitam.*
- *A altura em que a bola sai da mão do jogador é de aproximadamente 2,70 m, logo esse será nosso ponto (0; 0).*
- *O alvo que será a cesta que está no ponto (6,75; 0,35)*
- *x é a distância do jogador até a cesta*
- *y a diferença de altura do ponto inicial e da altura da cesta em relação ao chão (3,05 – 2,70).*

Quadro 2: Informações e Hipóteses sobre o Arremesso Perfeito
Fonte: Relatório dos estudantes

Assim, os dados coletados retratam informações sobre a altura do jogador, envergadura no site da NBA, liga que ele atua e as medidas dos ângulos dos arremessos bem-sucedidos do jogador, ou também dito arremesso perfeito, segundo fontes como Montessanti (2016) e Cavalcante (2016). Além disso, os estudantes também traçam hipóteses matemáticas para a interpretação do lançamento, trajetória e “cesta” a partir da jogada.

Nesses primeiros encaminhamentos, os estudantes começaram a procurar formas de encontrar pontos no plano cartesiano e a partir desses pontos e do ângulo encontrar a lei de formação do arremesso.

Diante das informações levantadas, o próximo encaminhamento assumido pelos estudantes foi a análise dos dados obtidos. Percebendo que a trajetória percorrida pela bola forma uma parábola, os estudantes passaram a analisar o ponto em que a bola sairia da mão do jogador, o ponto em que chegaria na cesta e o ângulo com o qual ela sairia e cairia. Com essa análise foi possível que os estudantes chegassem à conclusão de que seria possível encontrar uma expressão de uma reta que fosse tangente a parábola que estava sendo procurada.

- Ângulo considerado: -45º.
- Tangente do ângulo: -1
- Ponto: (6,75 ; 0,35)
- Coeficiente angular:

$$(y - y') = m(x - x')$$

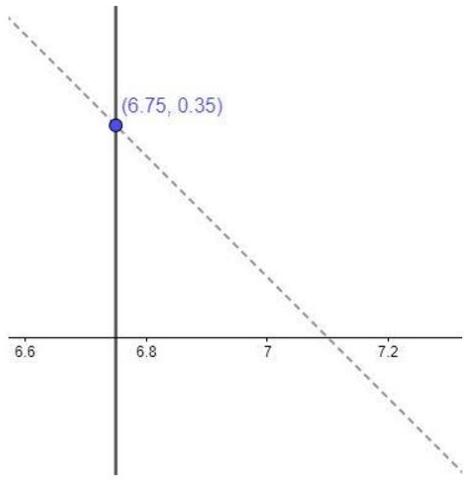
$$y - 0.35 = -1(x - 6.75)$$

$$y - \frac{7}{20} = -1\left(x - \frac{27}{4}\right)$$

$$y = -x + \frac{71}{10}$$

Quadro 3: Cálculo de coeficiente angular
Fonte: Relatório dos estudantes

Fica evidente o aspecto da prática de que os estudantes precisaram mobilizar conhecimentos prévios para seguir com a atividade. O fato de conhecer sobre parábola e tangente, por exemplo, facilitou a continuidade da atividade e a tomada de decisão dos estudantes.



- Lei de formação da reta tangente: -x +$\frac{71}{10}$
- Ponto 1 da base: (0 ;$\frac{27}{4}$)
- Ponto 2 da base: (0 ; $\frac{71}{10}$)
- Ponto 3 da base: o ponto de lançamento (0 ; 0) mais a diferença entre os pontos da base do triângulo.

$$y = -x + \frac{71}{10}$$

$$0 = -x + \frac{71}{10}$$

$$x = \frac{71}{10}$$

Assumimos que y=0 e calculamos o valor de x utilizando a lei de formação da nossa reta (ao lado).

Logo a reta intercepta o eixo x no ponto ($\frac{71}{10}$; 0). Fazendo a diferença do ponto x que encontramos menos o ponto $\frac{27}{4}$.

$$\frac{71}{10} - \frac{27}{4} = \frac{7}{20}$$

Esse valor é a diferença da base do triângulo, agora somando ao ponto (0 ; 0) obtemos a coordenada de $x = \frac{7}{20}$. Para acharmos a coordenada y será fácil, pois a altura do ponto em relação ao lançamento será de $\frac{7}{20}$, logo nossa coordenada equidistante ao eixo x da coordenada da cesta será de $(\frac{7}{20};\frac{7}{20})$.

Com os três pontos { $(0\,;0)$, $\left(\frac{7}{20};\frac{7}{20}\right)$, $\left(\frac{27}{4};\frac{7}{20}\right)$ } basta aplicar na equação geral do segundo grau $y = ax^2 + bx + c$. Para isso criamos um sistema e encontramos o valor de a, b e c.

Primeiramente o ponto $(0{,}0)$

$$0 = 0a + 0b + c$$
$$c = 0$$

Para o ponto $(\frac{7}{20},\frac{7}{20})$

$$\frac{7}{20} = \left(\frac{7}{20}\right)^2 a + \frac{7}{20}b + c$$

$$\frac{7}{20} = \frac{49}{400}a + \frac{7}{20}b + 0$$

$$7b = \frac{140}{20} - \frac{980}{400}a$$

$$7b = 7 - \frac{49}{20}a$$

$b = 1 - \frac{7}{20}a\ (I)$

Quadro 4: Cálculos para definir o 3º ponto
Fonte: Relatório dos alunos

Após obter essa expressão, a partir da equação da reta, os estudantes passaram à construção do gráfico, por entender que a visualização gráfica facilita a compreensão da situação. Ou seja, um aspecto relevante da prática dos estudantes neste momento foi a opção por ilustrar graficamente e considerar a visualização como um recurso facilitador na interpretação dos cálculos realizados anteriormente.

Ao utilizar os dados para tentar obter a lei de formação da parábola do arremesso perfeito, os estudantes demonstraram maior dificuldade, pois não sabiam ao certo como fariam para encontrar tal lei, qual meio usar para chegar a ela, e além do mais os dados estavam um pouco confusos. O diálogo a seguir ilustra discussões dos estudantes sobre como resolver essa parte da atividade:

Episódio 1:

> *A1:* considerei a reta onde seria o ponto máximo, outra onde a bola deveria cair, calculei a hipotenusa que é a reta inclinada que passa pelo ponto (0,0) e na intercessão da nossa curva com o ponto máximo. [...] talvez pela aproximação feita como a da altura do arremesso que pode ser um pouco maior ou menor.
>
> [...]

A2: há uma altura do jogador até a cesta tendo o jogador como o ponto (0,0), então você vai considerar o arremesso da altura da cesta em relação ao eixo X. [...] a altura do Xv é um ponto crítico, logo, Xv= $(X_1+X_2)/2$, por que é o ponto médio onde a bola estará na altura máxima dela, [...] o X1 que é a distância máxima entre a cesta e o jogador, então a distância de $\bar{x}$ a X1 é a mesma de $\bar{x}$ a X2 por ser o ponto médio, tendo a distância de X_1 a X_2 temos dois pontos que serão as raízes da função e o ponto de vértice a partir disso temos a função
A1: Não, vai ser a metade disso, vai ser a metade da bola vai atingir a altura inicial, ou seja, quando vai atingir o eixo X novamente, que vai ser as raízes disso, então vai ser (0,0) uma das raízes e a outra onde a bola irá cair e a metade disso a altura máxima que é o Xv, então não vai ficar até a metade do jogador até a cesta, não vai ser a metade do jogador até a cesta. [sic]
A2: 2,24 em relação ao eixo X [...]
A1: assim o que o professor tomou é que ele tá trabalhando a 45 graus, então tem uma altura para desconsiderar. Daí fica mais fácil para trabalhar.
A2: por isso do X_1, X_2 e $\bar{x}$, porque o $\bar{x}$ é o ponto médio que é a altura máxima da bola, tipo ela vai subir até uma altura e vai começar a cair, daí como $\bar{x}$ é o ponto médio entre eles a parábola vai ser simétrica.
[...]
A1: mas o ponto que vai cair na cesta não vai ser no final dessa parábola, vai ser um pouco antes [...] [se] usar Pitágoras e espelhar isso a gente chega até o final. Vamos saber ali o ponto médio, que vai ser 3,5. Isso porque a bola vai cair aproximadamente no ponto 7, espelhando isso vai ter um triângulo isósceles, que vai nos mostrar um pouco de como vai ser a curvatura da parábola.
A2: altura M do arremesso, que fala nos dados ali é a altura máxima do arremesso?
A1: então ali ele colocou 2,70 como altura máxima do arremesso, ou seja, a altura que a bola sai da mão dele, porém esse ponto a gente considerou (0,0), desconsiderando a altura dele, então a diferença entre a altura dele e da cesta é 35 cm, então a altura da cesta é 35 cm acima do eixo X
A2: uma pergunta, já que vocês diminuíram as alturas, da altura máxima da bola também foi diminuído?
A1: na verdade é 4,94m, mas como estamos desconsiderando a altura do jogador que dá 2,24.

Sendo assim, foi necessário corrigir alguns erros de estimativa dos dados e tentar uma melhor aproximação para conseguir um resultado satisfatório. Alguns aspectos sobre a prática dos estudantes, que se pode evidenciar estão relacionados ao fato de que eles precisaram tomar decisões a respeito da utilização de determinados dados e informações e optar por descartar alguns. Ou seja, ao conhecer o problema que investigam os estudantes desenvolvem a capacidade crítica de escolha. Também fica evidente que a linguagem utilizada entre os estudantes do grupo é de caráter mais informal e nem sempre os termos utilizados por eles são termos propriamente matemáticos, por exemplo "espelhando" para tratar de algo simétrico. Além disso, é possível notar que no momento da resolução matemática os estudantes recorrem com frequência às hipóteses, formuladas no decorrer da atividade, para tomar decisões. Ainda, desse diálogo emergiram as compreensões matemáticas, os encaminhamentos e soluções finais para o problema.

- *O valor de b:* $b = 1-\frac{7}{20}a$

- *Ponto:* $(\frac{27}{4};\frac{7}{20})$

$$\frac{7}{20}=\left(\frac{27}{4}\right)^2 a+\frac{27}{4}b+c$$

$$\frac{7}{20}=\left(\frac{27}{4}\right)^2 a+\frac{27}{4}b+0$$

$$\frac{7}{20}=\frac{729}{16}a+\frac{27}{4}*\left(1-\frac{7}{20}a\right)$$

$$\frac{7}{20}=\frac{729}{16}a+\frac{27}{4}-\frac{189}{80}a$$

$$\frac{7}{20}=\frac{216}{5}a+\frac{27}{4}$$

$$a=-\frac{4}{27}\ (II)$$

Aplicando $(II)\ em\ (I)$

$$b=1-\left(\frac{7}{20}*\left(-\frac{4}{27}\right)\right)$$

$$b=1+\frac{142}{135}$$

$$b=\frac{142}{135}$$

Com os valores de $a, b\ e\ c$, chegamos a equação da curva que representa o percurso da bola no arremesso perfeito.

$$y=-\frac{4}{27}x^2+\frac{142}{135}x$$

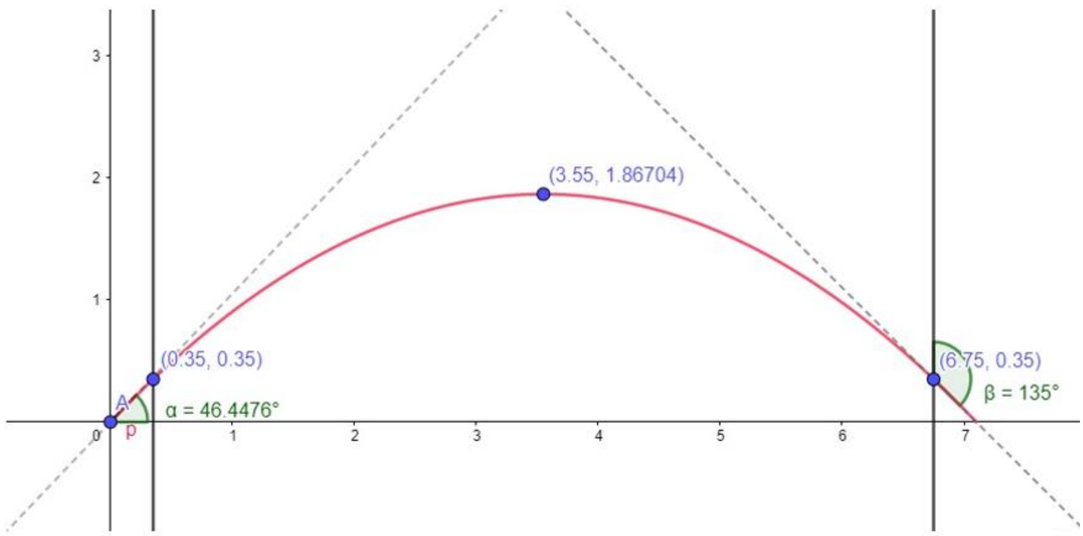
Quadro 4: Equação que descreve o arremesso "perfeito"
Fonte: Relatório dos alunos

Após encontrarem a lei de formação os estudantes inseriram no aplicativo Geogebra juntamente com a tangente utilizada no Quadro 4, duas retas paralelas ao eixo y onde uma interceptava o ponto (0,35 ; 0,35) e a outra o ponto (6,75 ; 0,35) e uma reta tangente ao ponto (0,35 ; 0,35). Assim, conseguiram visualizar o gráfico apresentado no quadro 5.

Essa prática dos estudantes se deu devido ao fato de que eles conheciam o aplicativo Geogebra e sabiam que com ele, poderiam colocar as leis de formação da parábola, das retas paralelas a parábola no ponto de arremesso e no ponto da cesta, e todos os outros pontos utilizados como parâmetros para os cálculos, assim, visualizando se tudo se encaixava e se a angulação correspondia.

- A lei de formação: y= $\frac{4}{27}x^2+\frac{142}{135}x$

Graficamente:



Portanto, concluímos que, mesmo com nosso gráfico tendo um ângulo de 46º ele ficou muito próximo do arremesso perfeito, pois cai a 45º, porém esse arremesso perfeito representado pelo nosso gráfico tem a altura máxima de 1.86 m, somando com a altura média de saída da bola de 2,70m temos que essa altura será de 4,56m e o arremesso de Stephen Curry tem uma altura máxima de 4,94m, além disso fontes indicam que seu arremesso tem uma angulação de 50º à 55º. Portanto o arremesso dele, por mais que seja muito bom e certeiro não é o arremesso perfeito.

Quadro 5: Gráfico da trajetória da bola
Fonte: Relatório dos alunos

Ao chegar à resposta, os alunos viram que as tangentes eram tangentes da parábola inserida e a parábola interceptava o ponto de arremesso, o ponto médio e o ponto da cesta, logo, concluíram que seria essa a lei de formação da parábola que representa a trajetória do arremesso perfeito, por mais que não seja perfeito para o Stephen Curry o arremesso é muito próximo do perfeito. Essa atividade foi importante para perceberem que talvez para alguém esse arremesso seja perfeito, que para cada pessoa pode ter uma parábola diferente representando a trajetória do seu arremesso perfeito, e que para o arremesso de 45º que é o perfeito, segundo os dados, a bola terá que sair a uma altura de cerca de 2,70 m e que o ponto máximo desse arremesso terá que ser de 4,56 m.

No geral a atividade de modelagem trouxe aos alunos alguns desafios, primeiramente em encontrar uma situação problema e em seguida em resolve-la. Mas no processo de resolução o desafio foi maior, pois, por mais que fosse uma proposta simples, o caminho para solucionar e chegar a uma resposta satisfatória foi de muita discussão e erros, no entanto o grupo como um todo colaborou com ideias e contribuiu nas discussões, o conhecimento de cada indivíduo foi essencial para a resolução do problema.

A melhor parte do trabalho para os alunos foi poder olhar de uma outra forma para algo que está presente na vida real, um arremesso, que parece simples mas que envolve muita matemática por trás, e com isso foi possível perceber que não só o arremesso pode ser estudado e analisado com um olhar matemático, mas sim qualquer coisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Buscando responder à questão norteadora “Quais aspectos da prática se revelam em uma primeira experiência de estudantes, do 1º ano do curso de Licenciatura em Matemática, com atividades de Modelagem Matemática?”, tecemos algumas considerações a partir das impressões, do relato da atividade em concordância com o referencial teórico adotado.

A atividade de modelagem matemática apresentada neste relato foi desenvolvida no contexto do terceiro momento de familiarização, posto que teve caráter aberto e proporcionou aos estudantes a autonomia pela sua condução desde a escolha do tema e definição do problema até a solução para o mesmo.

Os estudantes envolvidos tiveram a oportunidade de vivenciar uma atividade de modelagem matemática já no primeiro ano do curso de licenciatura em Matemática, em uma disciplina regular. Isso pode contribuir para que esses estudantes refletissem sobre conteúdos matemáticos bem como sobre alternativas metodológicas de ensino, visto que estão num curso de formação inicial de professores.

Além disso, conforme foi possível constatar e que vai ao encontro da teoria apresentada, a atividade favoreceu a autonomia dos estudantes na tomada de decisão, na busca por novos conceitos, na mobilização de conhecimentos e na aprendizagem de aspectos da Matemática e da situação em estudo. Ou seja, aspectos extra matemáticos emergiram não apenas no momento inicial, como uma breve contextualização, mas em todo desenvolvimento da atividade, o que desencadeou necessidade de uma atitude crítica e reflexiva sobre a matemática utilizada para compreender e explicar uma realidade.

Algumas ações dos estudantes foram mais imediatas, sem maiores dificuldades tais como: a coleta de dados e a percepção de que a representação gráfica seria uma parábola e que encontrar retas tangentes a pontos específicos ajudaria, assim encontrando as mesmas. Enquanto outras ações exigiram maior demanda cognitiva (utilizar os dados para encontrar a reta tangente ao ponto da cesta), possibilitaram discussões mais densas (o próximo passo após conseguir os pontos e a reta tangente) e manifestaram a necessidade de tomada de decisões (utilização de Pitágoras para encontrar o ponto médio e máximo).

A prática dos estudantes em atividade de modelagem matemática, portanto, mostrou-se significativa. Alguns aspectos ficaram mais evidentes durante o desenvolvimento da atividade foram: o interesse e conhecimento sobre basquete facilitaram na definição do tema; a interação e a boa comunicação entre os integrantes do grupo auxiliou em compreensões matemáticas e na dedução do modelo; houve dificuldades em adaptar os dados sem mudar de uma forma significativa o que foi coletado e conseguir trabalhar com esses dados e deles gerar outras informações essenciais para a conclusão do problema; os conhecimentos matemáticos que surgiram foi uma mesclagem dos conhecimentos prévios dos alunos para concluir as etapas, o que fez com que os alunos percebessem a importância desses conhecimentos e a aplicabilidade deles (função, trigonometria, plano cartesiano, equação, geometria, etc.).

Por fim, concluímos que, numa primeira atividade de modelagem matemática, no contexto do terceiro momento, o uso desta alternativa pedagógica favoreceu a mobilização e a construção de conhecimentos matemáticos, colaborou no desenvolvimento da criticidade e fomentou discussões sobre o tema e sobre a matemática envolvida.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. Atividades de modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir?. **Ciência & Educação** (Bauru) [enlinea] 2005, 11 (Septiembre-Diciembre) : [Fecha de consulta: 5 de abril de 2019] Disponível em:<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=251019515011> ISSN 1516-7313

ALMEIDA, L.M.W; SILVA, A. Por uma Educação Matemática Crítica: a Modelagem Matemática como alternativa. **Educ. Matem. Pesq., São Paulo**, v.12, n.2, pp. 221-241, 2010

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **BOLEMA**, ano 12, nº 22, pp.19-36.2004.

ALMEIDA, L. M. W., SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica.**1. ed. 1ª reimpressão. SP: Contexto, 2013.

ALMEIDA, L. M. W; PALHARINI, B. N. Os “Mundos da matemática” em atividades de modelagem matemática. **Bolema-Boletim de Educação Matemática,** v. 26, n. 43, p. 907-934, 2012.

BORSSOI, A. H; ALMEIDA, L. M. W. Modelagem matemática e aprendizagem significativa: uma proposta para o estudo de equações diferencias ordinárias. **Educação Matemática Pesquisa.** Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 6, n. 2, 2004.

CAVALCANTE, L. F. S. Estatísticas: Na comparação entre Stephen Curry x LeBron James, quem leva a melhor?: O encontro das finais da NBA que todos esperavam enfim chegou a um momento decisivo. A equipe do Golden State Warriors liderada por Stephen Curry venceu na última partida o Cleveland Cavaliers de LeBron James e ficou com a serie a favor de 3 a 1. Porém, além do jogo que pode decidir a série já esta noite, outro confronto que chama bastante a atenção do público, é o duelo de nada mais nada menos, dos dois MVPs das equipes, Curry x James..**Torcedores.com**, [S. l.], 13 jun. 2016. Basquete, p. 0-0. https://www.torcedores.com/noticias/2016/06/estatisticas-na-comparacao-entre-stephen-curry-x-lebron-james-quem-leva-a-melhor.

CUNHA, M H. Saberes profissionais de professores de matemática: dilemas e dificuldades, realização de tarefas de investigação. **Revista Millenium** on-line, ano 4, n.17, p.280-331, 2000.

GODOY, Arilda Schmidt. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. **Revista de Administração de Empresa**s, São Paulo, v. 35, n. 3, p. 20- 29, 1995

MONTESANTI, B. Como o arremesso de Stephen Curry dá nova cara ao basquete: O desempenho de um jogador do Golden State Warriors nesta temporada pode revolucionar o esporte. **Nexo,** São Paulo, 23 maio 2016. ESPORTES. Disponível em: https://www.nexojornal.com.br/expresso/2016/05/23/Como-o-arremesso-de-Stephen-Curry-d%C3%A1-nova-cara-ao-basquete. Acesso em: 6 dez. 2018.

VERONEZ, M. R. D. **As funções dos signos em atividades de modelagem matemática.** 176 p. 2013. Tese de Doutorado (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, 2013. Londrina.

VERONEZ, M.R.D. Modelagem matemática como alternativa pedagógica na Educação Básica - ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO …, 2009 - uel.br.

VERTUAN, R. E. **Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem** Matemática. 247p. 2013. Tese de Doutorado (Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, (2013), UEL, Londrina.