MÉTODOS MULTIPLICATIVOS: UM ESTUDO HISTÓRICO

Aline Vilas Boas
Universidade Estadual de Maringá - UEM
aribeiro.matematica@gmail.com

Lucieli Maria Trivizoli
Universidade Estadual de Maringá - UEM
lmtrivizoli@uem.br

Resumo: Este trabalho traz resultados de uma pesquisa de uma Iniciação Científica desenvolvida na Universidade Estadual de Maringá (UEM). Abordaremos os métodos multiplicativos dos povos egípcio, russo, hindu (gelosia) e chinês, estudados por meio de uma pesquisa bibliográfica, com o objetivo de descrever e exemplificar os procedimentos matemáticos utilizados, além de expor o contexto social e histórico dos povos que desenvolveram e utilizaram esses métodos. Neste texto, versaremos sobre os seguintes aspectos: utilização da História da Matemática como uma ferramenta de ensino, amparadas nos documentos oficiais para a Educação Básica, sendo esses os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Paraná (DCE-PR); um breve contexto histórico e social dos povos envolvidos na criação e disseminação de cada método; o desenvolvimento dos métodos; o porquê funcionam; vantagens e comparações entre eles. Finalizamos apontando que tais métodos, e muitos outros desenvolvidos na história, são alternativas aos professores no ensino da Matemática e para a compreensão de algoritmos de multiplicação.
Palavras-chave: História da Matemática. História na Educação Matemática. Métodos de Multiplicação. Algoritmo de Multiplicação.

INTRODUÇÃO

Este trabalho traz resultados de estudos desenvolvidos no âmbito de uma Iniciação Científica, em que buscamos identificar métodos multiplicativos no decorrer da História da Matemática. Trazemos esses métodos multiplicativos desenvolvidos por antigos povos, pois “[...] valorizar esse saber matemático, intuitivo e cultural, aproximar o saber escolar do universo cultural em que o aluno está inserido é de fundamental importância para o processo de ensino e aprendizagem.” (BRASIL, 1998, p. 27).

Nesse artigo, apresentamos aspectos de dois campos de investigação da História da Matemática apontados por Trivizoli (2016): “História da Matemática” e “História na Educação Matemática”. O primeiro é descrito como o ramo de estudos que “[...] estão preocupados com os produtos da atividade matemática em práticas sociais; práticas sociais que participaram, direta ou indiretamente, do processo de constituição da atividade matemática e dos produtos gerados.” (TRIVIZOLI, 2016, p. 10), e o segundo compreende estudos que “têm interesse na questão de como a História da Matemática pode ajudar professores e alunos de matemática.” (TRIVIZOLI, 2016, p. 11).

Desse modo, neste trabalho apresentaremos a descrição dos métodos multiplicativos dos povos egípcio, russo, hindu (gelosia) e chinês, bem como um breve contexto histórico em que cada um foi criado e utilizado. Essas informações foram alcançadas a partir de uma pesquisa bibliográfica que “[...] procura explicar um problema a partir de referências teóricas publicadas em artigos, livros, dissertações e teses” (CERVO; BERVIAN; SILVA, 2011, p. 60). Por fim, neste texto apontaremos possibilidades para usos desses métodos multiplicativos históricos em aulas de Matemática.

APRESENTAÇÃO DOS MÉTODOS MULTIPLICATIVOS

Método Egípcio de Multiplicação

Os egípcios tiveram papel importante na construção da matemática. Nas pirâmides, por exemplo, podemos observar um trabalho notável de engenharia (SOLDATELLI, 2016), que demandou considerável conhecimento de geometria.

Ao falar sobre o Egito é fundamental considerar a importância do Rio Nilo, posto que o Rio Nilo supria muitas necessidades práticas desse povo e muitos conhecimentos desenvolvidos estavam relacionados à vivência a partir do que o Rio oferecia. Por exemplo, segundo Oliveira Junior (2015), o calendário egípcio foi baseado nas inundações do Rio. Boyer e Merzbach (2011) apresentam um trecho atribuído a Heródoto em que ele defende que a geometria foi conhecida no Egito devido à necessidade de redistribuir as terras após as cheias do Rio Nilo, em que o rei determinava que examinassem a extensão exata da perda.

Os egípcios também são conhecidos pelo seu sistema de numeração. Esse sistema era decimal, não posicional e se baseava na repetição de símbolos para representar os números. Sobre as formas de operar, foco do nosso trabalho, para os egípcios, “suas operações aritméticas básicas eram somar e duplicar. Para multiplicar ou dividir, usavam um método engenhoso baseado em duplicação.” (BERLINGHOFF; GOUVÊA, 2012, p. 9).

A seguir, vamos apresentar o método utilizado pelos egípcios para multiplicar 19 por 37, mas faremos uso de nossa notação e do nosso sistema de numeração hindu-arábico:

Segundo o método, devemos dispor em duas colunas o número 1 e um dos fatores da multiplicação em questão (19 ou 37).

Nesse caso tomaremos o número 37, com o objetivo de termos o resultado mais rapidamente:

1	37

Quadro 1 – Início da multiplicação egípcia 19 × 37
Fonte: As autoras.

O próximo passo, segundo o método, ir dobrando os valores em ambas as colunas sucessivamente, até que na coluna da esquerda apareça um valor que não ultrapasse o outro fator da multiplicação (no nosso caso, não ultrapasse 19), como no exemplo:

1	37
2	74
4	148
8	296
16	592

Quadro 2 – Desenvolvimento da multiplicação egípcia 19 × 37
Fonte: As autoras.

O próximo passo é, olhando na coluna da esquerda, escolher os valores cuja soma resulta no segundo valor da nossa multiplicação, nesse caso os valores que somados temos 19 = 1 + 2 + 16:

1	37
2	74
4	148
8	296
16	592

Quadro 3 – Resultado da multiplicação egípcia 19 × 37
Fonte: As autoras.

Em seguida, tomamos os valores que estão na coluna da direita que são correspondentes a esses escolhidos. Nesse caso, tomamos o 37, o 74 e o 592, como indicado no quadro a seguir. A soma desses valores é o resultado de nossa multiplicação 19 x 37.

1	37
2	74
4	148
8	296
16	592

Quadro 4 – Resultado da multiplicação egípcia 19 × 37
Fonte: As autoras.

Sendo assim, 19 × 37 = 37 + 74 + 592 = 703.

Como dito anteriormente, esse método é baseado em duplicações e funciona porque todo número pode ser escrito como a soma de potências de base 2.

No exemplo, tem-se 19 × 37. Podemos escrever 19 como sendo igual a $1 + 2 + 16 = 2^0 + 2^1 + 2^4$, ou seja $19 \times 37 = (1 + 2 + 16) \text{ x } 37 = (1 \text{ x } 37) + (2 \times 37) + (16 \times 37) = (2^0 \text{ x } 37) + (2^1 \times 37) + (2^4 \times 37)$.

O dobro de 37 é 74. O dobro de 74 é 148. O dobro de 148 é 296. O dobro de 296 é 592. Assim, $19 \times 37 = (2^0 \text{ x } 37) + (2^1 \times 37) + (2^4 \times 37) = 37 + 74 + 592 = 703$.

Método Russo de Multiplicação

Derivado da necessidade prática dos camponeses russos (ZONZINI, 2016), esse método muito se assemelha ao método egípcio, considerando que trabalha com duplicações e divisão por 2:

> Tal método, além de possuir um valor histórico por ter sido criado para satisfazer às necessidades práticas de cálculo de camponeses russos, também traz uma vantagem sobre o algoritmo da multiplicação geralmente empregado na escola: ele é efetuado apenas com a divisão e a multiplicação por 2, não sendo necessário o uso da tabuada. (BAIER; SANTOS, 2017, p. 02-03)

Vejamos como multiplicar 19 por 37, agora pelo método russo.

Segundo o método, dispomos em duas colunas os fatores da multiplicação (recomendamos que seja colocado o menor fator na primeira coluna e o maior na segunda, com o objetivo de termos o resultado mais rapidamente), como a seguir:

19	37

Quadro 5 – Início da multiplicação russa 19 × 37
Fonte: As autoras.

Na primeira coluna realizamos sucessivas divisões por 2, porém, quando o número for ímpar, subtraímos 1 e só então dividimos por 2, paramos as divisões quando resultar em 1.

Na segunda coluna realizamos as duplicações sucessivas dos valores.

19	37
9	74
4	148
2	296
1	592

Quadro 6 – Desenvolvimento da multiplicação russa 19 × 37
Fonte: As autoras.

Na coluna da direita tomamos os valores correspondentes aos ímpares na coluna da esquerda, nesse caso 19, 9 e 1. E tomamos os valores correspondentes a esses números, na coluna da direita, como é indicado no quadro a seguir, nas linhas coloridas:

19	37

9	74
4	148
2	296
1	592

QUADRO 7 – Resultado da multiplicação russa 19 × 37
Fonte: As autoras.

O resultado da multiplicação é a soma dos valores tomados da coluna da direita, no caso: 37, 74 e 592.

Sendo assim, 19 × 37 = 37 + 74 + 592 = 703.

Criamos nesse quadro uma nova coluna com o resto da divisão por 2, para explicar o motivo do método funcionar. Note que na linha dos ímpares teremos resto 1 na divisão por 2:

19	1	37
9	1	74
4	0	148
2	0	296
1	1	592

QUADRO 8 – Resultado, com restos, da multiplicação russa 19 × 37
Fonte: As autoras.

Tomando de baixo para cima os restos e multiplicando por potências de base 2, começando por 2^4 (maior potência de base 2 contida em 19), tem-se:

$1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 2^4 + 2^1 + 2^0 = 19$. Quanto à multiplicação, têm-se: $19 \times 37 = (2^4 + 2^1 + 2^0) \times 37 = 2^0 \times 37 + 2^1 \times 37 + 2^4 \times 37 = 1 \times 37 + 2 \times 37 + 16 \times 37 = 37 + 74 + 592 = 703$.

Note que, na coluna da esquerda, foram selecionados apenas os valores relacionados aos números ímpares (ou com resto 1 do quadro).

Método Gelosia de Multiplicação

Algumas vezes atribuído ao povo árabe como “Multiplicação Árabe” (SOLDATELLI, 2016), fontes como Eves (1985), Soldatelli (2016) e Zonzini (2015) apontam que o método gelosia teve sua origem na Índia por volta do século XI, uma vez que aparece em diversos registros daquela região, utilizado para realizar cálculos rápidos pelos mercadores sem o uso de calculadoras (ZONZINI, 2015).

Os árabes adotaram esse método que foi levado através do comércio de especiarias à Europa por volta do século XIV, e estudado por alguns autores no século XV. Segundo Reis (1996 apud ZONZINI, 2015), o método recebeu o nome “Gelosia” nessa viagem para a

Europa, mais precisamente na Itália, onde havia janelas com grades, grades que se assemelham ao formato da tabela em que são realizados os cálculos.

A seguir, será dado um exemplo de como funciona tal método para a multiplicação de 19 por 37:

O método consiste em dispor o multiplicando e o multiplicador numa tabela, em que as células estão dividas em uma das suas diagonais (a chamada Gelosia), de modo que os algarismos de um dos números ocupem a parte de cima da tabela (19) e o outro na lateral (37) como indicado a seguir:

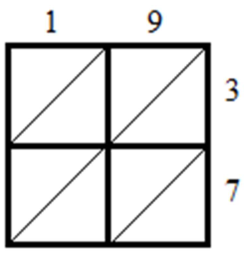

Figura 1 – Início do método gelosia 19x37
Fonte: As autoras.

Em seguida multiplicamos a dezena do número que está na lateral tanto pela dezena quanto pela unidade do número de cima, ou seja, 3x1=03 e 3x9=27, e colocamos as dezenas na parte de cima da diagonal da célula correspondente à respectiva multiplicação e as unidades na parte de baixo da diagonal da célula. Da mesma forma realiza-se a multiplicação entre a unidade do número que está na lateral e a dezena do que está em cima (7x1=07), como também pela unidade (7x9=63).

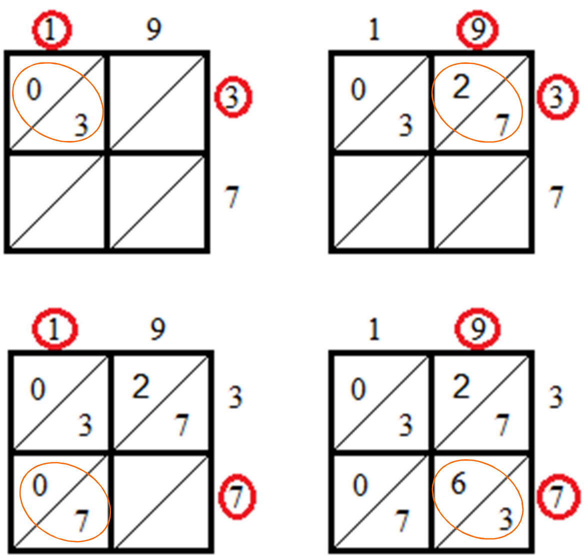

Figura 2 – Desenvolvimento do método gelosia 19x37
Fonte: As autoras.

Então, devemos somar os números que estão na mesma diagonal, registrando o resultado logo abaixo e fora da gelosia. Caso a soma seja um número com dois algarismos, devemos dispor a unidade como feito com números com apenas um algarismo, e a dezena deve ser adicionada à soma da próxima diagonal, como veremos a seguir:

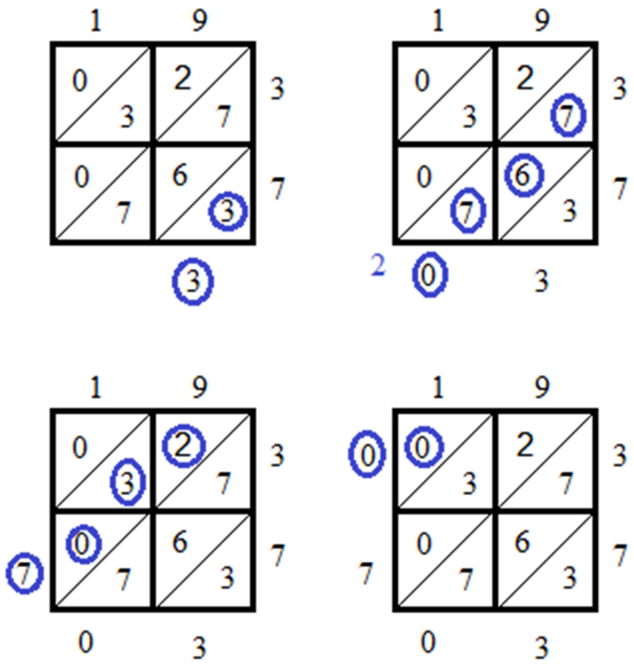

Figura 3 – Soma das diagonais do método gelosia 19x37
Fonte: As autoras.

A leitura do resultado do produto entre 19 e 37 deverá ser feita de cima para baixo e da esquerda para a direita como indicam as flechas:

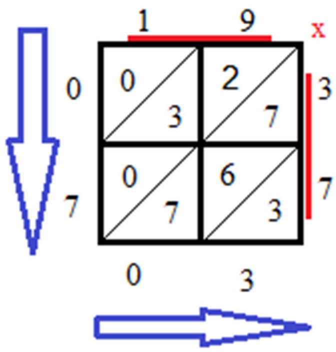

Figura 4 – Leitura do resultado do método gelosia 19x37
Fonte: As autoras.

Sendo assim, 19×37=703.

Método Chinês de Multiplicação

Poucas informações sobre a civilização chinesa chegaram até nós. O primeiro fator que corroborou para tal fato é a forma com que realizavam os registros:

> Não sabemos muito sobre a matemática chinesa dos tempos mais remotos. Antes da invenção do papel, em 100 d.C. aproximadamente, os chineses escreviam em cascas de árvores ou bambu, de modo que seus escritos eram muito sujeitos a decomposição. Mesmo livros em papel raramente eram preservados de geração para geração; em vez disso, eram copiados, muitas vezes com mudança ou anotações." (BERLINGHOFF; GOUVÊA, 2012, p. 12).

De fato, como o bambu é um material perecível, foi natural a deterioração e consequentemente a perda dos registros. Outro fator que nos impede de ter informações diretas sobre essa civilização foi a queima de livros ordenada pelo imperador Shi Huang em 213 a.E.C.(antes da Era Comum), pois:

> [...] como muitos dos livros queimados foram reconstituídos de memória, hoje há dúvidas sobre a autenticidade de grande parte do material bibliográfico que se alega ser anterior àquela data infeliz. Por consequência, muito de nosso conhecimento sobre a matemática chinesa primitiva baseia-se em informações orais e interpretações posteriores de textos originais. (EVES, 1985, p. 241)

Algumas inscrições em ossos e carapaças de tartarugas do período Shang (aproximadamente 1500 a.E.C. a 1027 a.E.C.) revelam um sistema de numeração posicional e decimal. Além disso, já era utilizado no período Han (206 a.E.C. a 221 d.E.C) o sistema de numeração em barras com varetas de bambu, até então o mais avançado sistema de numeração (EVES, 2011, p.242). Essas varetas eram usadas também para as operações. Veremos como usá-las na multiplicação. As varetas são dispostas para descrever o multiplicando e arranjamos de forma paralela à quantidade que representa unidades, dezenas, etc.. O multiplicador deverá estar perpendicular ao multiplicando, como a seguir está representada a multiplicação entre 19 e 37:

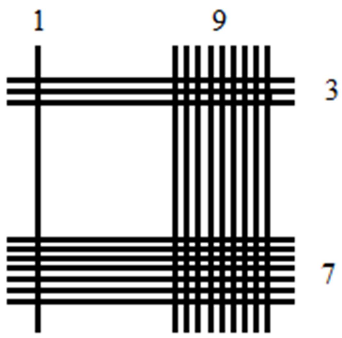

Figura 5 – Início do método chinês 19x37
Fonte: As autoras

Marcam-se os pontos de interseção entre as varetas:

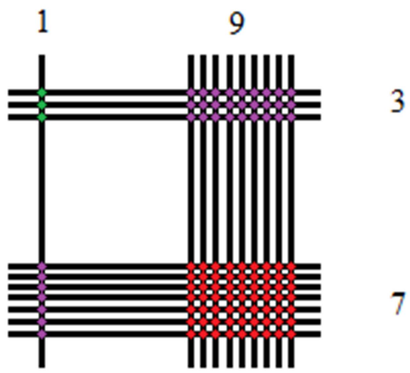

Figura 6 – Desenvolvimento do método chinês 19x37
Fonte: As autoras.

Os pontos de interseção devem, então, ser contados:

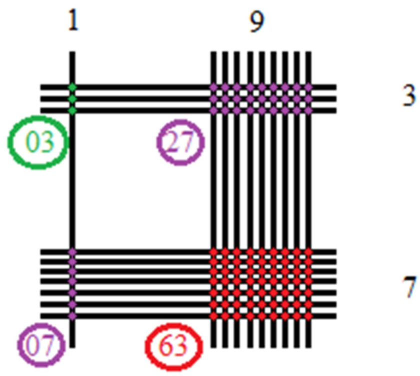

Figura 7 – Soma das diagonais do método chinês 19x37
Fonte: As autoras.

A partir da soma dos pontos, somamos agora os pontos de cada diagonal, neste caso, é necessário somar apenas a que está destacada na cor roxa na figura 8, ou seja, 27+7=34. Assim, temos 63 unidades + 34 dezenas + 03 centenas. O resultado da multiplicação será encontrado da seguinte maneira:

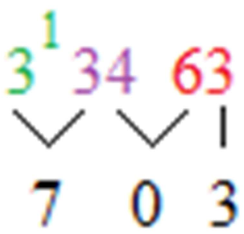

Figura 8 – Leitura do resultado do método chinês 19x37
Fonte: As autoras.

Sendo assim, com a leitura sendo da direita para a esquerda, 19×37=703.

Oliveira Junior (2015) afirma que quando aparece o algarismo zero nos fatores a serem multiplicados, ele deve ser representado como um traço mais forte e seus pontos de interseção não devem ser contados, como a seguir, na multiplicação 12×10=120.

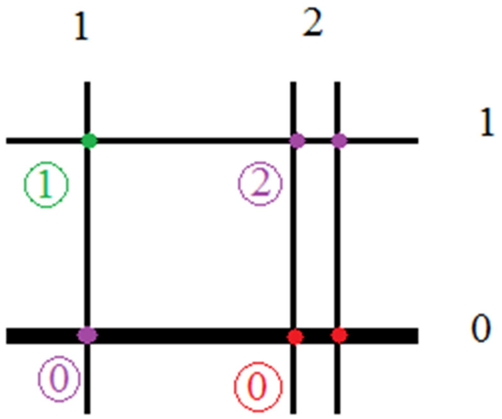

Figura 9 – Resultado do método chinês 12x10
Fonte: As autoras.

CONSIDERAÇÕES

Nesta seção teceremos alguns comentários e comparações entre os métodos.

Semelhanças dos métodos egípcio e russo

Os métodos egípcio e russo apresentam algumas semelhanças:

- São necessárias multiplicações (egípcia) e divisões (no caso da russa) por 2.
- São métodos elementares, considerando que é necessário àquele que o aplica, apenas que saiba como dobrar os valores.
- Para ambos, o algoritmo encerra-se mais rápido se no lado direito ficar fator de maior valor. Mas não importa a ordem em que colocamos nas colunas, o método funciona.

Considerações sobre o método gelosia

- A ordem em que as multiplicações dos algarismos são feitas não altera o resultado. Observe que na Figura 2 há uma recomendação de se iniciar multiplicando dezena com dezena, porém essa recomendação é uma possibilidade para o leitor poder correlacionar texto e imagem, uma vez que alterando a ordem em que os algarismos são multiplicados o resultado não se altera.

- A disposição na gelosia faz com que as somas das diagonais sejam propositalmente colocadas no lugar correto, sem possibilidade de erro quanto à posição das somas.
    - Note que esses dois pontos positivos anteriores podem não ser observados no algoritmo tradicional atual. Alunos apresentam dificuldades ao multiplicar a dezena do multiplicador pelos algarismos do multiplicando como na imagem a seguir:

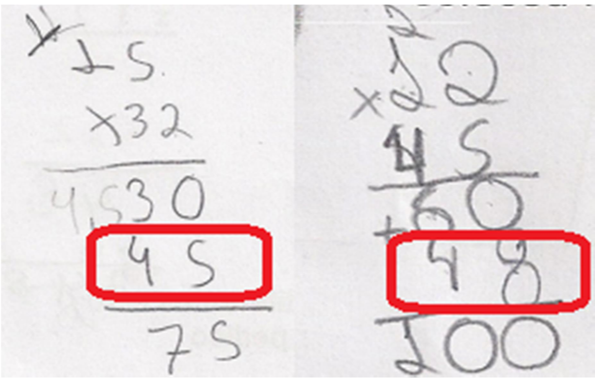

Figura 10 – Erro no algoritmo tradicional atual.
Fonte: Zonzini (2015, p.22).

- Zonzini (2015) aponta que o método pode ser usado com fatores decimais, porém sem exemplos ou explicações sobre como proceder com a vírgula.

Considerações sobre o método chinês

- De fácil assimilação, considerando que é necessário apenas saber contar e somar.
- Apelo à geometria, pois o professor que utilizar este método para ensinar a multiplicação poderá reforçar ou retomá-lo no futuro para relacionar com conceitos como: ponto de interseção, retas paralelas, retas perpendiculares, ângulos e retas concorrentes.
- Apelo ao visual. Ao perceber a disposição dos pontos de interseção, o aluno nota a multiplicação "acontecendo fisicamente" (uma disposição de colunas por linhas, como os alunos em uma sala de aula), indo além da aritmética. Esse método faz com que aquele que o utiliza note a multiplicação como uma configuração retangular, sendo assim, o professor que empregar em suas aulas

estará trabalhando uma das possibilidades de interpretação da multiplicação apontadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998).

Considerações sobre os métodos Gelosia e Chinês

- Passo da contagem e da multiplicação apresentam os mesmos valores. Note que a Figura 2 e a Figura 7 apresentam os mesmos valores (03, 27, 07 e 63).
- Passo da soma diagonal necessário em ambos. Embora não sejam os mesmos valores a serem somados, ambos os métodos contam com o passo em que somamos as diagonais, decorrente do valor posicional atribuído a cada algarismo.
- O método chinês parece ser mais elementar no âmbito matemático, já que não é necessário saber a "tabuada", apenas contar e somar.
- O método gelosia é mais proveitoso quanto a tempo e espaço.

Algumas fontes apresentam o método chinês da seguinte forma, observe que a multiplicação em questão é 23×45=1035:

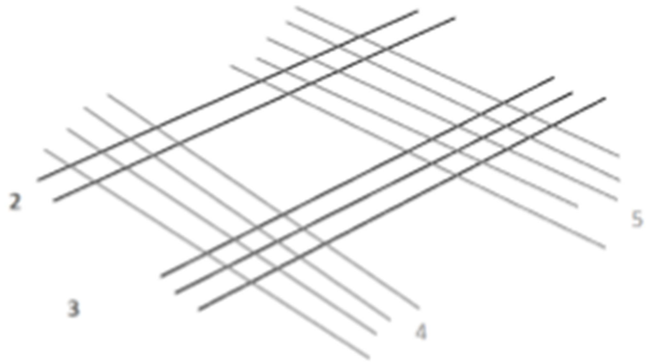

Figura 11 – Método chinês outro formato.
Fonte: Soldatelli (2016, p. 4)

Escolhemos colocar de outra maneira para poder relacionar com o método gelosia, e também para não acontecer a montagem como na Figura 11, que representa a multiplicação 23×54=1242.

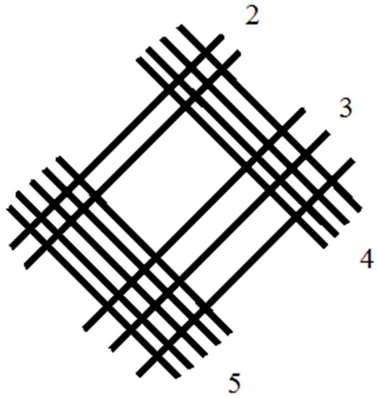

Figura 12: Método chinês e o possível erro.
Fonte: As autoras.

CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentamos métodos multiplicativos desenvolvidos e utilizados por diversos povos ao longo da história. Foram descritos os métodos multiplicativos dos povos egípcio, russo, hindu (gelosia) e chinês.

Entendemos que os diferentes métodos apresentados neste trabalho (e outros) podem ser interessantes para uso em sala de aula, como alternativas ao algoritmo tradicional para alunos do ensino fundamental, ou como uma possibilidade de discussão histórica, ao perceber que diferentes povos, em diferentes lugares desenvolveram suas formas de multiplicação, ou até mesmo, quanto aos métodos egípcio e russo, podendo abordar as potências de base 2.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos aos membros do Grupo de Estudos em História da Matemática e Educação Matemática (GHMEM) que examinaram e apontaram sugestões para este trabalho.

Agrdecemos também ao Conselho Nacional de Pesquisas (CNPq) que financia e incentiva essa pesquisa e fomenta nossa dedicação.

REFERÊNCIAS

BAIER, T; SANTOS, I. Á. História da Matemática no Ensino Fundamental: A Multiplicação Russa como Alternativa de Trabalho em Aritmética. VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, **ANAIS do VII CIEM**. Canoas - RS: ULBRA, Canoas – RS, 2017.

BERLINGHOFF, William P.; GOUVÊA, Fernando Q. **A Matemática Através dos Tempos:** Um guia fácil e prático para professores e entusiastas. 2. ed. São Paulo: Blücher, 2012. Tradução de Elza F. Gomide e Helena Castro. 1ª reimpressão.

BOYER, Carl Benjamin; MERZBACH, Uta Caecilia. **A History of Mathematics.** 3. ed. Hoboken: Jonh Wiley & Sons, Inc, 2011. 690 p. Disponível em: <https://atiekubaidillah.files.wordpress.com/2013/03/a-history-of-mathematics-3rded.pdf>. Acesso em: 31 out. 2018.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 31 out. 2018.

CERVO, Amando L.; BERVIAN, Pedro A.; DA SILVA, Roberto. **Metodologia Científica.** 6. ed. São Paulo: Pearson, 2011. 7ª reimpressão.

CUNHA JUNIOR, L. C. **Matemática Lúdica na Educação de Jovens e Adultos do Centro de Progressão Penitenciária do Distrito Federal.** 2015. 124 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Profmat, Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2015.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática.** São Paulo: Blücher, 1985. 5ª reimpressão.

OLIVEIRA JUNIOR, Moacy Araújo de. **O Uso dos Métodos Egípcio, Babilônico, Chinês e Russo no Ensino da Multiplicação de Números Naturais da Escola Pública.** 2015. 60 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Profmat, Universidade Federal do Amapá, Macapá, 2015.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**: Matemática. Paraná, PR. Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/diretrizes/dce_mat.pdf>. Acesso em: 31 out. 2018.

ROLOFF, M. C. S. Diferentes povos e suas técnicas de multiplicar. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Curitiba/PR. **Anais do XI ENEM**, 2013.

SOLDATELLI, A. Etnomatemática: a Multiplicação ao Redor do Mundo. **Scientia cum Industria**, v. 4, p. 219-222, 2016.

TRIVIZOLI, L.M. Um Panorama Para a Investigação em História da Matemática Surgimento, Institucionalização, Pesquisas e Métodos, **RPEM**, Campo Mourão, Pr, v.5, n.8, p.189-212, jan.-jun. 2016.

ZONZINI, C. S. F. **Algoritmos de multiplicação:** uma experiência no Ensino Fundamental. 2016. 67 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Profmat, Universidade de Brasília, Brasília, 2016.

ZONZINI, C. S. F. **Método Gelosia:** Facilitando a multiplicação. 2015. 33 f. Monografia (Especialização) - Curso de Especialização em Letramento e Práticas Interdisciplinares nos Anos Finais (6º Ao 9º Ano), Universidade de Brasília, Brasília, 2015.