HISTÓRIA DA MATEMÁTICA PARA O ENSINO DA RAZÃO ÁUREA: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA

Érica Gambarotto Jardim Bergamim
Universidade Estadual de Maringá - UEM
ericagambarotto@hotmail.com

Ana Caroline Frigéri Barboza
Universidade Estadual de Maringá - UEM
anac_fbarboza@hotmail.com

Lucieli M. Trivizoli
Universidade Estadual de Maringá – UEM
lmtrivizoli@uem.br

Resumo: O presente trabalho visa relatar a experiência de uma implementação envolvendo História da Matemática para o ensino da Razão Áurea. A implementação foi realizada no decorrer de 6 horas-aula, distribuídas em 3 dias, na disciplina de Teoria e Prática Pedagógica III, contando com a participação de alunos do 4º ano de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Maringá. O objetivo foi proporcionar uma oportunidade para alunos no âmbito da formação inicial compreenderem o conteúdo Razão Áurea por meio da utilização da História da Matemática. Desse modo, a implementação foi organizada com o intuito de que os alunos participantes pudessem ter uma ideia de como utilizar a História da Matemática para ensinar algum conteúdo matemático. No que se refere aos aspectos metodológicos empregados neste texto, tem-se uma abordagem qualitativa, de cunho bibliográfico, aludindo a autores que contribuem no tocante à Razão Áurea, à História da Matemática e relacionando estas duas temáticas, a fim de cooperar para o objetivo retratado. Inferimos que nossa implementação atende ao objetivo proposto, baseando-se em argumentos reforçadores que serão elencados no decorrer do trabalho e na descrição realizada a respeito da implementação de História da Matemática para o ensino da Razão Áurea.
Palavras-chave: História. Matemática. Razão Áurea. Formação inicial docente.

INTRODUÇÃO

O presente trabalho abrange um relato de experiência referente a uma implementação de História da Matemática para o ensino da Razão Áurea. Esta implementação se constitui em um dos critérios de avaliação da disciplina de Tópicos Especiais em Ensino de Matemática e sua Didática do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática (PCM) da Universidade Estadual de Maringá (UEM).

Na disciplina mencionada são estudadas algumas das tendências em Educação Matemática, entre elas: História da Matemática, Modelagem Matemática, Tecnologias de Informação e Comunicação, Investigação Matemática e Etnomatemática. Nesse sentido, o foco das autoras se voltou para a História da Matemática, tendo em vista a abrangência do trabalho.

Vale ressaltar que, conforme Miguel e Miorim (2004) há três campos de investigação que se destacam no que se refere às relações entre História, Matemática e Educação, a saber: História da Matemática, História da Educação Matemática e História na Educação Matemática. Neste trabalho, o cerne se voltará ao terceiro destes campos de investigação – História na Educação Matemática, pois este campo constitui-se de "todos os estudos que tomam como objetivo de investigação os problemas relativos às inserções efetivas da história na formação inicial ou continuada de professores de Matemática" (MIGUEL; MIORIM, 2004, p. 11).

Sendo assim, o objetivo da implementação mencionada foi proporcionar uma oportunidade para os alunos no âmbito da formação inicial compreenderem aspectos do conteúdo Razão Áurea por meio da utilização da História da Matemática. Desse modo, a implementação foi organizada com o intuito de que os alunos participantes pudessem ter uma ideia de como utilizar a História da Matemática para ensinar algum conteúdo matemático.

Com esse objetivo em vista, a implementação foi realizada no decorrer de 6 horas-aula, distribuídas em 3 dias, na disciplina de Teoria e Prática Pedagógica III (TPP III), contando com a participação 20 de alunos do 4º ano de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Maringá.

Vale ressaltar que essa implementação está em consonância com alguns aspectos do próprio objetivo da disciplina (TPP III), por exemplo: "Habilitar o futuro professor ao uso da história e da filosofia como instrumento pedagógico" e " Provocar e incentivar a reflexão crítica sobre os temas da história da matemática e sua contribuição para a compreensão da matemática e na formação do professor".

Quanto à natureza e tipologia de pesquisa, este trabalho tem uma abordagem qualitativa, de cunho bibliográfico, aludindo a autores (MIGUEL; MIORIM, 2004; LIVIO, 2006; MENDES; CHAQUIAM, 2016) que contribuem no tocante à Razão Áurea, à História da Matemática e relacionando estas duas temáticas, a fim de cooperar para o objetivo indicado.

Para tanto, nas próximas seções serão enfatizados alguns pontos acerca da História na Educação Matemática, a descrição da implementação juntamente com algumas reflexões sobre os argumentos potencializadores identificados e, por fim, algumas considerações com relação ao que foi exposto no decorrer do trabalho.

HISTÓRIA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A História na Educação Matemática é um campo de investigação concernente à Educação Matemática e que procura corroborar com propósitos destinados à formação de professores, ao processo de ensino e aprendizagem, bem como a relação entre professor, aluno e ambiente escolar (MIGUEL; MIORIM, 2004).

Segundo Mendes e Chaquiam (2016) tem se ampliado estudos acerca de abordagens didáticas baseadas na História da Matemática como ferramenta para o ensino de Matemática. Neste cenário, alguns autores dialogam acerca da utilização da História da Matemática em sala de aula, elencando argumentos reforçadores e outros questionadores quanto à utilização da História da Matemática.

Para Miguel e Miorim (2004, p. 62), os argumentos questionadores das potencialidades pedagógicas da história são: “ausência de literatura adequada; natureza imprópria da literatura disponível; história como fator complicador e ausência de sentido de progresso histórico”. Em contrapartida, esses autores discutem duas categorias no que diz respeito aos argumentos reforçadores das potencialidades pedagógicas do uso da História da Matemática para o ensino de Matemática, sendo eles de natureza epistemológica e ética.

Dessa forma, tem-se que os argumentos de natureza epistemológica são:

> Fonte de seleção e constituição de sequências adequadas de tópicos de ensino;
> Fonte de seleção de métodos adequados de ensino para diferentes tópicos da Matemática escolar;
> Fonte de seleção de objetivos adequados para o ensino-aprendizagem da Matemática Escolar;
> Fonte de tópicos, problemas ou episódios considerados motivadores da aprendizagem da Matemática escolar;
> Fonte de busca de compreensão e de significado para o ensino-aprendizagem da matemática escolar na atualidade;
> Fonte de identificação de obstáculos epistemológicos de origem epistemológica para se enfrentar certas dificuldades que se manifestam entre os estudantes no processo de ensino-aprendizagem da Matemática escolar;
> Fonte de identificação de mecanismos operatórios cognitivos de passagem a serem levados em consideração nos processos de investigação em Educação Matemática e no processo de ensino-aprendizagem da Matemática Escolar.
> (MIGUEL; MIORIM, 2004, p. 61-62).

Com relação aos argumentos de natureza ética, estes são elencados da seguinte maneira:

> Fonte que possibilita um trabalho pedagógico no sentido de uma tomada de consciência da unidade da matemática;

> Fonte para a compreensão da natureza e das características distintivas e específicas do pensamento matemático em relação a outros tipos de conhecimento;
> Fonte que possibilita a desmistificação da Matemática e a desalienação do seu ensino;
> Fonte que possibilita a construção de atitudes academicamente valorizadas;
> Fonte que possibilita uma conscientização epistemológica;
> Fonte que possibilita um trabalho pedagógico como sentido da conquista da autonomia intelectual;
> Fonte que possibilita o desenvolvimento de um pensamento crítico, de uma qualificação como cidadão e de uma tomada de consciência e de avaliação de diferentes usos sociais da Matemática;
> Fonte que possibilita uma apreciação da beleza da Matemática e da estética inerente a seus métodos de produção e validação do conhecimento;
> Fonte que possibilita a promoção social, via resgate da identidade cultural de grupos sociais discriminados no (ou excluídos do) contexto escolar.
> (MIGUEL; MIORIM, 2004, p. 62).

Nesta perspectiva, Mendes e Chaquiam (2016) também ressaltam a relevância da história nas aulas de Matemática, afirmando que é um bem comum tanto aos discentes que enriquecem seus conhecimentos com relação ao progresso histórico relacionado à Matemática, quanto aos docentes, que se apropriam de uma ferramenta para abordagem em sala de aula e, não obstante, de contribuições à própria formação profissional.

No entanto, Mendes e Chaquiam (2016) também frisam que o apoio à utilização da história em concomitância à Matemática se refere a uma história que abrange não apenas exposições de nomes, datas, locais e demais informações que se direcionam a personagens destacados no decorrer dos tempos, mas sim de uma história que busca desencadear um conjunto de “aspectos matemáticos em seu processo de criação, reinvenção e organização lógica, estabelecido no tempo e no espaço com a finalidade de sistematizar soluções de problemas de ordem sociocultural, científica e tecnológica, em todos os tempos e lugares.” (MENDES; CHAQUIAM, 2016, p. 19).

Dessa forma, cabe ao professor apropriar-se adequadamente da História da Matemática enquanto uma ferramenta para a sala de aula, a fim de que os argumentos potencializadores, embasados nos autores mencionados (MIGUEL; MIORIM, 2004; MENDES; CHAQUIAM, 2016), sobressaiam aos argumentos questionadores e contribuam cada vez mais à formação, seja dos docentes ou discentes. É nesse seguimento que se encontra a próxima seção, buscando expor ao leitor o relato de uma experiência para a inserção da História da Matemática visando o ensino do conteúdo Razão Áurea.

IMPLEMENTAÇÃO DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA PARA O ENSINO DA RAZÃO ÁUREA – ALGUNS RESULTADOS E DISCUSSÕES

A implementação foi realizada pelas duas primeiras autoras, sob orientação da terceira autora deste trabalho com duração de 6 horas-aula, distribuídas em 3 dias. A terceira autora é a professora regente da disciplina Teoria e Prática Pedagógica III (TPP III). No período da implementação a turma, constando de 20 alunos, estaria estudando aspectos históricos da civilização grega e da matemática grega.

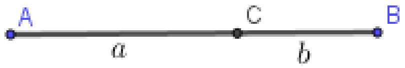
Diante desta informação e tendo em vista que alguns historiadores destacam que as primeiras discussões sobre a Razão Áurea se devem aos pitagóricos e que o primeiro registro desta razão se encontra no livro "Os Elementos" de Euclides, ambos destaques de origem grega, buscamos iniciar a aula fazendo questionamentos acerca das contribuições da civilização grega para o ensino de Matemática, bem como sobre os conhecimentos prévios dos alunos sobre a Razão Áurea.

Nosso primeiro dia de aula ocorreu em 25/04/2019 e contou com um total de 19 alunos. Inicialmente, solicitamos que a turma se dividisse em 5 grupos (Grupo 1, Grupo 2, Grupo 3, Grupo 4 e Grupo 5) e, conforme havíamos planejado, começamos a aula fazendo questionamentos sobre as contribuições da civilização grega. Os alunos ficaram bastante entusiasmados, citando vários nomes, dentre eles, Pitágoras e Euclides (indo ao encontro do que era nossa intenção). Nós destacamos as contribuições de Pitágoras e Euclides e explicamos que, dentre elas, estes matemáticos auxiliaram nos estudos sobre a Razão Áurea: Pitágoras (ou os Pitagóricos) com as primeiras investigações sobre a Razão Áurea com símbolo da Escola Pitagórica - o pentagrama; e Euclides com o primeiro registro da construção de segmentos que possuem a Razão Áurea, encontrado no sexto capítulo do livro "Os Elementos".

Desse modo, introduzimos o tema da nossa aula e seguindo com esse encaminhamento fizemos questionamentos do tipo: "*Vocês já ouviram menções sobre a Razão Áurea?*", "*O que vocês conhecem sobre a Razão Áurea?".* Algumas respostas manifestadas pelos alunos foram: "*Número de Ouro*", "*Perfeição*", "*Proporção*", "*Retângulo de Ouro*", dentre outras. Assim, percebemos que os conhecimentos que eles já possuíam acerca deste tema estavam relacionados com a sua aplicação e o modo como a Razão Áurea é retratada por muitos historiadores, não conhecendo o valor do Número de Ouro propriamente dito.

Feita esta discussão sobre o que os alunos já conheciam da Razão Áurea, explicamos que o primeiro registro histórico se encontra no sexto capítulo do livro "Os Elementos" de Euclides, em que o autor aborda a construção do pentagrama utilizado pelos pitagóricos. Ressaltamos que nesta época a denominação "Razão Áurea" ainda não era conhecida e para denotar um segmento dividido de modo a conter esta razão, era utilizada a expressão “dividir um segmento em média e extrema razão” (BOYER, 2010, p. 35). Para que os alunos pudessem entender essa ideia, apresentamos a seguinte definição, de acordo com o Clube de Matemática da OBMEP:

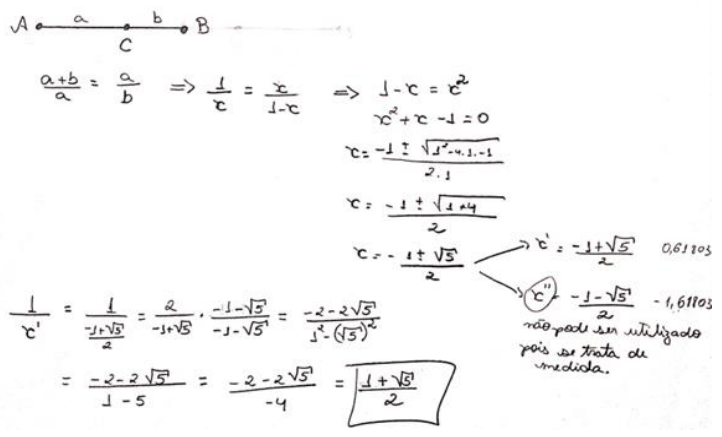
Seja C o ponto que divide um segmento AB em média e extrema razão.



Chamamos de Razão Áurea, a razão entre os comprimentos do maior e do menor segmentos resultantes da divisão inicial do segmento AB, ou seja, $\frac{a}{b}$.

Apresentada esta definição, foi explicado aos alunos que segmentos divididos em média e extrema razão atendiam à seguinte proporção: a razão do comprimento de AB para o comprimento de AC é igual à razão do comprimento de AC para o comprimento de CB (LIVIO, 2006). Tendo explicado isso, fizemos uma construção no Geogebra, em que intencionávamos ilustrar como Euclides dividia um segmento em média e extrema razão, para logo após entregarmos uma folha impressa com a Atividade 1[1], que possuía como objetivo proporcionar que os alunos encontrassem o número irracional que é gerado pela Razão Áurea, bem como sua representação decimal e fracionária.

A seguir, apresenta-se o enunciado da Atividade 1 e um registro escrito por parte de um aluno da turma, contendo uma resolução esperada:

Atividade 1: Se $|AB| = 1$ e $|AC| = x$, encontre o valor numérico para a razão dourada.	

[1] Atividade retirada do livro “Learning Activities from the History of Mathematics” de Swetz (1994).

Quadro 1 – Enunciado da Atividade 1 e Registro da Resolução do Grupo 2
Fonte: as autoras

É válido ressaltar que nesta atividade apenas um dos grupos, o Grupo 4, apresentou um pouco mais de dificuldade e não conseguiu encontrar o valor numérico da razão dourada. Em contrapartida, foi verificado que este grupo realizou discussões sobre o contexto histórico inserido na Atividade, como pode ser observado no exemplo a seguir:

> *Sujeito 1:* Peraí... Em que época a gente tá tratando?
>
> *Sujeito 2:* Ninguém sabe... Na verdade elas não falaram os períodos...
>
> *Sujeito 1:* Porque se pensar em época de Euclides, eles não conheciam, mas um pouco mais para frente de Pitágoras já conhecem.
>
> *Sujeito 2:* Mas, eles já sabiam, por exemplo: dizer que um quadrado de um número é igual a outro se esse número fosse quadrado perfeito... dizer que o número era esse.
>
> *Sujeito 1:* Mas, eles não sabiam dizer isso, não é?
>
> *Sujeito 2:* Eu nunca disse isso.
>
> *Sujeito 1:* Eles não sabiam dizer raiz, [faz menção ao aluno A3]... Depende da época.

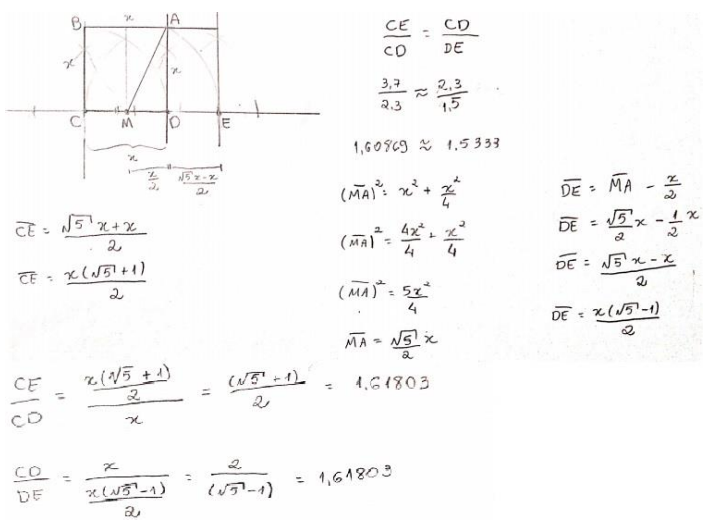
Inferimos que essas falas corroboram para o argumento "*Fonte que possibilita uma conscientização epistemológica*", pois apesar de os alunos parecerem estar confusos com relação à época em que o conceito matemático em estudo estava sendo retratado, manifestaram indícios de que reconhecem a natureza do conhecimento matemático (suas limitações, soluções e consequências), desse modo a conscientização epistemológica volta-se para o sentido de abordar e discutir os diversos aspectos relacionados a este conhecimento.

Depois que os alunos haviam investigado o número irracional (Número de Ouro) gerado pela Razão Áurea, solicitamos que realizassem a Atividade 2[2], que tinha como objetivo construir um Retângulo de Ouro e verificar onde se encontrava o Número de Ouro em tal retângulo. Os alunos começaram a fazer algumas construções solicitadas na atividade e a exploraram por aproximadamente 20 minutos, momento em que tivemos que recolher as folhas com suas construções, pois a aula já estava terminando neste dia.

Prosseguindo com o relato, nosso segundo dia de aula ocorreu em 26/04/2019, contando com um total de 17 alunos. Nós iniciamos devolvendo as folhas da Atividade 2 a cada grupo para que pudessem retomar os passos de construção e fazer a validação da presença da Razão Áurea no retângulo construído.

A seguir, apresenta-se o enunciado e a produção escrita de um dos grupos para resolver a Atividade 2:

[2] Atividade retirada do livro "Learning Activities from the History of Mathematics" de Swetz (1994).

Atividade 2: Um retângulo cujo lados estão sob a medida da razão de ouro é conhecido como retângulo de ouro. Utilizando a régua e compasso, construa um retângulo de ouro seguindo os seguintes passos: a. Construa um quadrado ABCD. b. Construa o ponto médio M de $\overline{CD}$. c. Construa o ponto E que está no prolongamento do segmento $\overleftrightarrow{DC}$ tais que $\overline{MB} \cong \overline{ME}$. d. Encontre o ponto F que situa na perpendicular traçada por E a $\overleftrightarrow{AB}$. e. O retângulo AFED é o retângulo dourado. f. Fazer a validação.	

Quadro 2 – Enunciado da Atividade 2 e Registro da Resolução do Grupo 3
Fonte: as autoras

Nesta atividade todos os grupos manifestaram dificuldades relacionadas às construções geométricas e tal fato tomou um tempo considerável da aula. O Grupo 1 e o Grupo 4 fizeram a construção, mas não conseguiram concluir a validação da presença da Razão Áurea. Os grupos 2, 3 e 5 conseguiram concluir a atividade. No decorrer da discussão sobre essa atividade, cabe ressaltar que houve reflexões acerca de como fazer essa validação, tendo em vista que não poderiam ser utilizadas somente medições. Um trecho de discussão pode ser verificado na fala de um dos integrantes do Grupo 5, a seguir:

> *Sujeito 1:* Aqui você está dizendo como construir.
>
> *Professora:* Perfeito!
>
> *Sujeito 1:* Então tipo... Como aqui está afirmando... Aqui está afirmando que esse “cara” é um retângulo áureo. Só que aí se eu mostrar que os lados desse retângulo estão numa proporção áurea, eu realmente demonstrei que ele é um retângulo áureo, mas eu pensei em fazer isso porque foi dito que é um retângulo áureo aqui.

Neste trecho é possível perceber que o aluno está utilizando a hipótese de que o retângulo é áureo, para mostrar que a razão entre as medidas de seus lados tem que ser igual a Razão Áurea e assim a utiliza para fazer a validação, evidenciando um modo específico de pensar matematicamente. Desse modo, é possível indicar que este trecho está de acordo com o argumento reforçador “*Fonte para a compreensão da natureza e das características distintivas e específicas do pensamento matemático em relação a outros tipos de conhecimento”.*

Para a socialização acerca do modo como os grupos haviam feito a validação da presença da Razão Áurea, as professoras solicitaram aos grupos que indicassem a razão entre quais segmentos do retângulo construído eles haviam considerado para encontrar o Número de Ouro, e conforme os grupos indicavam elas faziam a verificação no Geogebra. Depois, o representante de um dos grupos foi para o quadro explicar o modo como havia feito a validação em função de qualquer medida para o lado do quadrado que deveria ser construído no passo inicial da construção. Terminada a explicação deste aluno, foi esclarecido aos alunos que o Retângulo de Ouro é um retângulo cuja razão entre a medida da dimensão maior e a medida da dimensão menor resulta no Número de Ouro.

Concluída a Atividade 2, foi solicitado aos alunos que pesquisassem, com seus celulares e notebooks, objetos do cotidiano e construções históricas que continham a Razão Áurea. Este foi um momento muito rico da aula, pois tivemos a oportunidade de descontruir com eles alguns mitos referentes à presença da Razão Áurea em construções e objetos. Algumas das respostas advindas das pesquisas dos alunos e apresentadas foram: "*Cartão de crédito*", "*Pirâmides do Egito*", "*Partenon*", "*Monalisa*". No decorrer das discussões feitas durante esta pesquisa, os próprios alunos começaram a duvidar de certas afirmações sobre a presença da Razão Áurea em determinados objetos, o que pode ser verificado nos trechos da discussão do Grupo 1, a seguir:

Professora: O que vocês registraram?

Sujeito 1: Tá falando aqui que também tem nos dentes?

[risos]

Professora: Nos dentes?

Sujeito 2: É. Eu também achei um negócio....

Sujeito 1: Nos dentes, na mão.

Professora: O que vocês acham?

Sujeito 1: Nem todo dente tem.

Sujeito 2: Então... é a boca de tal fulano que deu certo.

Sujeito 1: No símbolo da Apple também.

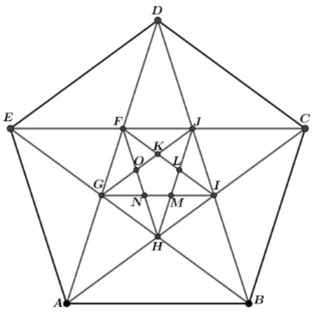
Sujeito 3: Tem?

Sujeito 4: Eu acho que aí já tá... já tá forçando, né. Será?

Inferimos que a reflexão presente nessas falas está em consonância com dois argumentos reforçadores: "*Fonte que possibilita o desenvolvimento de um pensamento crítico, de uma qualificação como cidadão e de uma tomada de consciência e de avaliação de diferentes usos sociais da Matemática"* e "*Fonte que possibilita a construção de atitudes academicamente valorizadas"*, pois a atividade possibilitou que os alunos desse grupo manifestassem seu senso crítico, desconfiando de algumas informações disponibilizadas na internet sobre a Razão Áurea.

Ressaltamos que outro aspecto importante se refere ao fato de que as professoras autoras deste trabalho utilizaram as próprias informações históricas, presentes em Livio (2006), como apoio para explicar o porquê de algumas informações sobre a presença da Razão Áurea - no *Partenon*, *Pirâmides do Egito* e *Monalisa* - não poderem ser comprovadas cientificamente.

Feita esta discussão, propusemos aos alunos que realizassem a Atividade 3[3] que tinha como objetivo propiciar que os alunos verificassem um objeto histórico (pentagrama) que verdadeiramente contém a Razão Áurea. O enunciado desta atividade, bem como os registros de investigação do Grupo 5 é apresentado a seguir:

Atividade 3: Os pitagóricos usavam o pentagrama como seu símbolo secreto. Dado um pentágono regular, se todas as diagonais possíveis são desenhadas dentro desse pentágono, então temos formada uma estrela pentagonal regular. Esta estrela é chamada de pentagrama. Um pentagrama possui muitas propriedades incomuns, uma delas é a que ele gera um outro pentágono no qual outra estrela pentagonal pode ser formada, então o pentagrama gera ele mesmo. Além disso o pentagrama contém muitas razões douradas. Dado um pentagrama, verifiquei onde se localiza a Razão Áurea.		$\frac{DE}{EG} = \frac{8,5}{5,25} = 1,61904$ $\frac{FK}{KO} = \frac{2}{1,25} = 1,6$ $\frac{\overline{AD}}{DE} = \frac{13,9}{8.55} = 1,6257$ $\frac{DJ}{JF} = \frac{5,25}{3,25} = 1,6153$ $\frac{EF}{FG} = \frac{DJ}{JF}$

Quadro 3 – Enunciado da Atividade 3 e Registro da Resolução Grupo 5
Fonte: as autoras

Nesta atividade, os grupos utilizaram régua graduada para fazer as medições e inferir a razão entre os segmentos que continham a Razão Áurea. Todos os grupos apresentaram pelo menos três pares de segmentos cuja divisão entre suas medidas resultava em um número aproximado do Número de Ouro. Para fazer a verificação de que a divisão entre os segmentos que eles haviam considerado resultava no Número de Ouro foi feito o cálculo da divisão no Geogebra.

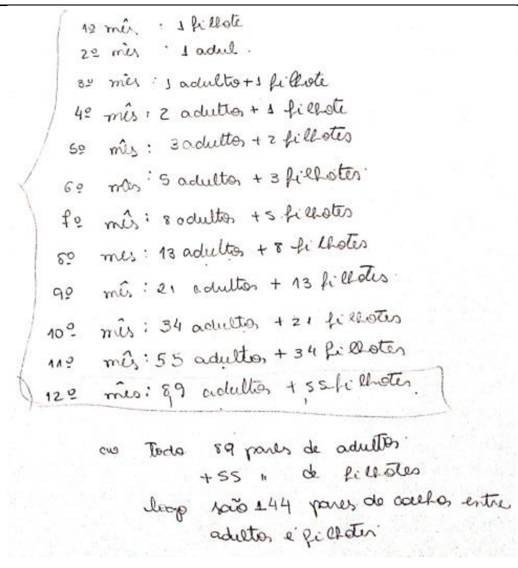
[3] Atividade retirada do livro "Learning Activities from the History of Mathematics" de Swetz (1994).

Após este momento, foi explicado aos alunos que a razão entre o comprimento da diagonal do pentágono e o comprimento do lado do pentágono é igual ao Número de Ouro. Além disso, explicamos também que se considerarmos cada segmento do pentagrama em ordem decrescente de comprimento, a razão entre cada segmento e seu antecessor é igual ao Número de Ouro (LIVIO, 2006). Ou seja, utilizando algumas medidas de segmentos do pentagrama da Atividade 3 (Quadro 3), temos:

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AG}} = \frac{\overline{AG}}{\overline{GH}} = \frac{\overline{GH}}{\overline{GN}} = \cdots = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}61803\ldots$$

Em seguida, ocorreu uma breve discussão com o objetivo de retomar em que época da história surge a Razão Áurea. Reforçamos que Pitágoras viveu no século IV a. C., e Euclides viveu no século III a. C. e, explicamos que iríamos avançar um pouco mais de um milênio na história. Feito isso, apresentamos brevemente a biografia de Leonardo Fibonacci e solicitamos que realizassem a Atividade 4[4], que tinha como objetivo resolver o problema dos coelhos presente no livro “Liber Abacci”, de Leonardo Fibonacci, para posteriormente investigarem os números da sequência de Fibonacci e descobrir o porquê da sequência de Fibonacci estar relacionada ao Número de Ouro. Os alunos começaram a resolver o problema e o exploraram por aproximadamente 10 minutos, após esse período foi preciso recolher as folhas com suas construções, pois a aula já estava terminando.

Por fim, nosso terceiro dia de aula ocorreu em 31/04/2019 e contou com um total de 18 alunos. No Quadro 4, apresentamos o enunciado da Atividade 4, bem como o registro escrito contendo o modo como o Grupo 1 encontrou a solução esperada para o problema.

Atividade 4: “Quantos pares de coelhos serão produzidos num ano, começando com um só par, se em cada mês cada par gera um novo par que se torna produtivo a partir do segundo mês?” (BOYER, 1974, p. 186)	 1º mês: 1 filhote 2º mês: 1 adul. 3º mês: 1 adulto + 1 filhote 4º mês: 2 adultos + 1 filhote 5º mês: 3 adultos + 2 filhotes 6º mês: 5 adultos + 3 filhotes 7º mês: 8 adultos + 5 filhotes 8º mês: 13 adultos + 8 filhotes 9º mês: 21 adultos + 13 filhotes 10º mês: 34 adultos + 21 filhotes 11º mês: 55 adultos + 34 filhotes 12º mês: 89 adultos + 55 filhotes. ou Todo 89 pares de adultos +55 " de filhotes logo são 144 pares de coelhos entre adultos e filhotes

Quadro 4 – Enunciado da Atividade 4 e Registro da Resolução do Grupo 1
Fonte: as autoras

[4] O enunciado da atividade foi retirado do livro “História da Matemática” de Boyer (2010).

ISSN 2595-5578

Nesta atividade todos os grupos conseguiram encontrar a solução e ficaram muito empolgados enquanto discutiam para resolver o problema. Para a socialização de ideias foi solicitado que dois alunos fossem ao quadro e explicassem o modo como haviam resolvido.

Feito isso, foi explicado que o número de pares de coelhos de cada mês que haviam encontrado formava os primeiros termos da famosa sequência de Fibonacci. Assim, foi solicitado que os grupos investigassem propriedades na sequência de Fibonacci que pudessem estar relacionadas ao Número de Ouro. Um dos grupos conseguiu perceber que a divisão entre um número de Fibonacci e seu precedente leva ao Número de Ouro quando se avança para valores cada vez maiores na sequência, conforme é apresentado no Quadro 5.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
F_n	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144
F_n/F_{n-1}		1/1= 1	2/1= 2	3/2= 1,5	5/3= 1,6667	8/5= 1,6	13/8= 1,625	21/13= 1,61538	34/21= 1,61905	55/34= 1,61765	89/55= 1,61818	144/89= 1,61798

Quadro 5 – Divisão de um número de Fibonacci por seu antecessor
Fonte: Belini (2015, p.38)

A partir disso, explicamos que em termos matemáticos significa que $\frac{F_n}{F_{n-1}}$ tende para $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ quando n tende a infinito (BELINI, 2015), ou seja,

$$\lim_{n\to\infty} \frac{F_n}{F_{n-1}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}61803\ldots$$

Na continuidade, apresentamos um vídeo[5] aludindo a relação entre o Retângulo de Ouro, a sequência de Fibonacci e a espiral de Fibonacci para então finalizar a aula com a apresentação de uma linha do tempo com momentos históricos em que a Razão Áurea apareceu retratada, conforme apresentada na Figura 1.

Figura 1 – Linha do tempo sobre a Razão Áurea
Fonte: as autoras

Ao apresentar esta linha do tempo buscamos retomar com os alunos as discussões feitas sobre o contexto histórico em que surge a Razão Áurea, os diferentes momentos da

5 Vídeo disponível no link: https://www.youtube.com/watch?v=qTw_qay54WI.

história que caracterizam as evoluções da Razão Áurea, bem como a influência de determinadas obras (por exemplo, *Divina Proportione*) para a surgimento de alguns mitos referentes à presença desta razão na natureza.

Durante a implementação verificamos que, de modo geral, os alunos manifestaram motivação, empenho e curiosidade para aprender sobre a temática e seu contexto histórico. Assim, inferimos que a implementação propiciou que os alunos se envolvessem de forma ativa e se sentissem motivados para desenvolver as atividades propostas, o que vai ao encontro do argumento que justifica a utilização da história da matemática informando que a mesma se constitui em uma *Fonte de tópicos, problemas ou episódios considerados motivadores da aprendizagem da Matemática escolar*.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Neste texto tivemos por objetivo proporcionar uma oportunidade para os alunos no âmbito da formação inicial compreenderem o conteúdo Razão Áurea por meio da utilização da História da Matemática. Inferimos que nossa implementação atende ao objetivo proposto, baseando-se nos argumentos reforçadores elencados no decorrer do trabalho e na descrição realizada a respeito da implementação de História da Matemática para o ensino da Razão Áurea.

Justificamos essa afirmação ressaltando que a utilização da História da Matemática para ensinar o conteúdo Razão Áurea propiciou aos participantes em formação inicial reflexões acerca da construção do conhecimento matemático, refutando a ideia de que a matemática está pronta e acabada e reconhecendo que o conhecimento matemático se desenvolve conforme as necessidades humanas. Além disso, foi possível verificar que houve a oportunidade de os alunos expressarem seu senso crítico e desenvolverem uma tomada de consciência e atitudes no que diz respeito ao desenvolvimento da implementação, relacionando o conteúdo estudado e seu contexto histórico.

Em relação aos argumentos questionadores já mencionados acerca da utilização da História da Matemática para o ensino de Matemática, concluímos que foi possível refutar alguns destes argumentos, tendo em vista que os estudos realizados sobre o tema Razão Áurea possibilitaram o encontro de materiais que abordassem conceitos específicos do tema e seu progresso histórico. Além disso, no decorrer da implementação foi possível perceber que o uso da História da Matemática não se configurou em um fator complicador, mas sim em um fator motivador, propiciando que os alunos compreendessem o contexto histórico envolvido nos diferentes momentos da história que caracterizam as evoluções da Razão Áurea.

REFERÊNCIAS

BELINI, M. M. **A razão áurea e sequência de Fibonacci**. 2015. 67 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos: SP, 2015.

BOYER, C. B. **História da Matemática.** São Paulo: Blucher, 2010.

CLUBES DE MATEMÁTICA DA OBMEP. **Disseminando o estudo da matemática**. Atividade: A razão áurea. Disponível em:< http://clubes.obmep.org.br/blog/atividade-a-razao-aurea/>. Acesso em: 08 mai., 2019.

LIVIO, M. **Razão Áurea:** a história de Fi, um número surpreendente. Tradução de Marco Shinobu Matsumura. Rio de Janeiro: Record. 2006.

MENDES I. A.; CHAQUIAM, M. **História nas aulas de matemática:** fundamentos e sugestões didáticas para professores. Belém: SBHMat, 2016.

MIGUEL A.; MIORIM M. A. **História na Educação Matemática**: Propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

SWETZ, F. J. **Learning Activities from the History of Mathematics**. Portland: J. Weston Walch Publisher, 1994.