



A ENGENHARIA DIDÁTICA: UM OLHAR SOBRE PESQUISAS ACADÊMICAS QUE ENVOLVEM OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO DA FUNÇÃO AFIM

Lisiane Cristina Amplatz¹

Tamires Vieira Calado²

Resumo: O objetivo deste artigo é estudar as propostas metodológicas de pesquisas acadêmicas, da área da Didática da Matemática, cujo tema esteja voltado para o ensino da Função Afim com ênfase em seus registros de representação, na tentativa de investigar quais delas utilizaram a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa, buscando analisar as suas principais características. Para isso, realizamos uma busca de trabalhos acadêmicos na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações - BDTD cujo objeto de estudo estivesse voltado para os registros de representação semiótica da Função Afim. Nesta busca, encontramos treze trabalhos dos quais apresentaremos as análises de quatro dissertações que atenderam aos seguintes critérios: 1) que apresentassem o desenvolvimento e aplicação de sequências didáticas em sala de aula de forma detalhada e explícita; 2) que as sequências didáticas desenvolvidas abordassem a conversão entre os registros de representação da Função Afim; e 3) que envolvessem estudantes da Educação Básica. Após a análise dessas pesquisas concluímos que a Engenharia Didática, quando utilizada como proposta metodológica, possui características restritas que permitem contribuir na aprendizagem do aluno, na produção da pesquisa acadêmica e na validação ou não de novas propostas pedagógicas.

Palavras-chave: Michèle Artigue. Registros de Representação Semiótica. Função Afim.

INTRODUÇÃO

A Engenharia Didática, enquanto metodologia de pesquisa, pode ser observada em seus primeiros trabalhos por volta de 1970, cujo objetivo perpassa a análise de sequências didáticas na sala de aula, preocupando-se, ao mesmo tempo, com as especificidades do conteúdo matemático e as questões didáticas (BITTAR, 2017). Segundo Almouloud (2014) a Engenharia Didática, sistematizada em 1989 por Michèle Artigue, pode ser utilizada em pesquisas que estudam os processos de ensino e aprendizagem de um determinado conteúdo matemático e, em particular, a elaboração de gêneses artificiais para um dado conceito. Esse tipo de pesquisa, mesmo que o suporte seja o ensino de um certo objeto matemático, difere daquelas que são transversais ao conteúdo.

¹ Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE. E-mail: lisianeca@gmail.com.

² Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE. E-mail: tamirescalado@hotmail.com.

Diante do exposto, o presente artigo foi desenvolvido com a pretensão de estudar as propostas metodológicas de algumas pesquisas acadêmicas desenvolvidas no Brasil, especificamente da área da Didática da Matemática, cujo tema estivesse voltado para o ensino da Função Afim com ênfase nos Registros de Representação Semiótica, na tentativa de investigar quais delas utilizaram a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa, para analisar as suas principais características.

Para contemplar o objetivo deste artigo, realizamos uma busca por dissertações e teses na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BDTD³, cujos objetos de estudo estivessem voltados para a Função Afim e Registros de Representação Semiótica, teoria de Raymond Duval que contempla a importância da coordenação entre os registros de representação, com fins à aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos. Nesta busca, encontramos treze trabalhos sendo: cinco da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC/SP e um trabalho em cada uma das seguintes instituições: Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul - PUC/RS, Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, Universidade Federal de Alagoas - UFAL, Universidade Federal de Santa Maria - UFSM, Universidade Federal do Sergipe - UFS, Universidade Federal de São Carlos - UFSCAR, Universidade UNIGRANRIO e Universidade do Vale do Taquari – UNIVATES.

Neste artigo, apresentaremos resultados parciais deste estudo, a partir da análise de quatro trabalhos, os quais atenderam aos seguintes critérios: 1) que apresentassem o desenvolvimento e aplicação de sequências didáticas em sala de aula de forma detalhada e explícita; 2) que as sequências didáticas desenvolvidas abordassem a conversão entre os registros de representação semiótica da Função Afim, tema de estudo das pesquisadoras; e 3) que envolvessem estudantes da Educação Básica, independente da série que fora aplicado.

A partir da leitura integral dessas dissertações, buscamos analisar suas propostas metodológicas e, quando possível, identificar importantes características da Engenharia Didática enquanto metodologia de pesquisa. Na sequência, apresentamos algumas considerações a respeito da Engenharia Didática e dos Registros de Representação Semiótica que fundamentam nossa posterior análise.

A ENGENHARIA DIDÁTICA ENQUANTO METODOLOGIA DE PESQUISA

³ <http://bdtd.ibict.br>

Diversas investigações a respeito do processo de aprendizagem da matemática tiveram início na França, na década de 1970, as quais analisavam a realização de sequências didáticas em sala de aula. No entanto, não havia na época uma metodologia de pesquisa que auxiliasse no preparo e análise dessas sequências, pois era preciso considerar, ao mesmo tempo, a especificidade do conteúdo matemático e as questões didáticas. Tais preocupações deram início ao que se chamou posteriormente de Didática da Matemática (corrente francesa) (BITTAR, 2017, p. 101, 102).

De acordo com Bittar (2017), apesar de não haver uma metodologia de pesquisa que considerasse tal especificidade, as pesquisas seguiam alguns padrões quanto ao seu preparo, à realização em sala de aula e à análise dos dados. Além disso, essas pesquisas tinham o desejo comum de levar o aluno a construir seu conhecimento. A partir da década de 1970 é possível encontrar os primeiros trabalhos a respeito da Engenharia Didática e, posteriormente, na década de 1980, esses estudos começaram a serem sistematizados notadamente por Guy Brousseau, Yves Chevallard, Régine Douady e Michèle Artigue.

A Engenharia Didática, como metodologia de pesquisa, é, segundo Almouloud e Silva (2012) fundamentados em Michèle Artigue, caracterizada “[...] por um esquema experimental baseado nas realizações didáticas em sala de aula, ou seja, sobre a concepção, realização, observação e análise de sequências de ensino, permitindo uma validação interna a partir da confrontação das análises a priori e posteriori” (ALMOULOU; SILVA, 2012, p. 26). Neste sentido, um dos pontos de partida da Engenharia Didática pode ser a escolha do tema para o qual se verifica dificuldades em sua aprendizagem. A investigação dessa aprendizagem é focada no sistema didático – aluno, professor e saber, procurando buscar condições que possam favorecer essa aprendizagem.

Bittar (2017) explica que a Engenharia Didática é constituída de quatro fases: *análise preliminar; concepções e análise a priori das situações a serem propostas; realização da sequência didática; e análise a posteriori e validação*. No entanto, essas fases não precisam ser seguidas linearmente, permitindo inclusive que uma mesma fase ocorra repetidas vezes ou, ainda, que sejam retomadas e aprofundadas ao longo da pesquisa, em função das necessidades emergentes.

Para Bittar (2017), a *análise preliminar* é o momento de se realizar um amplo estudo no objeto (matemático) fornecendo subsídios ao pesquisador para a elaboração da sequência didática. Machado (1999) destaca a importância da realização desse estudo buscando análises epistemológicas dos conteúdos envolvidos, do ensino atual, da concepção dos alunos em suas dificuldades e obstáculos. Ainda, frisamos que a leitura das orientações curriculares, análise

de livros didáticos, pesquisas anteriores relacionadas ao objeto de estudo e, especialmente, aquelas que abordam dificuldades relativas ao tema investigado, podem contribuir nesta etapa. Sendo assim, o pesquisador é capaz de elaborar hipóteses cognitivas e didáticas que fundamentam a construção da sequência didática.

Em um segundo momento, *concepções e análise a priori das situações propostas*, são elaboradas e discutidas atividades a serem propostas e possíveis estratégias de resolução, assim como, as possíveis variáveis didáticas – elementos da situação que, ao serem alterados implicam em mudanças de estratégias de resolução por parte dos alunos. Bittar (2017) enfatiza a importância do pesquisador refletir nesta etapa a respeito dos conceitos e propriedades que podem ser utilizados nas estratégias dos alunos, possíveis dificuldades que podem ocorrer, quais fundamentos o estudante precisa ter para entender o problema proposto, justificando, desta forma, a escolha das atividades que serão propostas. Em suma,

[...] uma análise a priori deve conter a sequência didática (as atividades a serem propostas aos alunos), a descrição e justificativa das escolhas ligadas tanto à organização geral de cada sessão quanto às situações propostas e as possíveis estratégias de resolução das atividades propostas (BITTAR, 2017, p. 104).

Desta forma, o pesquisador estará devidamente preparado para compreender o estudante durante a realização das atividades e, conseqüentemente, determinar, se necessário, algum tipo de intervenção que favoreça a aprendizagem.

Depois de preparada a sequência didática, é o momento de aplicá-la em sala de aula, a fase chamada de experimentação ou *realização da sequência didática*. Ao aplicar as atividades o pesquisador deve observar os alunos e o comportamento destes frente às atividades propostas. Destacamos também a importância e o cuidado com as formas de registro destas observações feitas durante a experimentação, uma vez que estes materiais encaminharão a fase seguinte.

Por fim, de acordo com Bittar (2017), a quarta e última fase da Engenharia Didática, a *análise a posteriori e validação* é o momento de análise dos comportamentos cognitivos dos alunos, a qual necessita ser realizada sempre em confronto com o previsto na *análise a priori* e com os objetivos a serem alcançados com a pesquisa. Esse confronto deve ser realizado em vários momentos da Engenharia Didática uma vez que esta ação permite redefinir rumos, quando necessário.

Neste sentido, Almouloud (2014) afirma que a validação na Engenharia Didática ocorre no momento de comparação entre *análise a priori* e *análise a posteriori*. “Tal tipo de

validação é uma das singularidades dessa metodologia, por ser feita internamente” (ALMOULOUD, 2014, p. 171).

Segundo Bittar (2017), ao se realizar uma pesquisa em Didática da Matemática, deve-se ter em mente que a escolha das teorias que dão suporte à investigação necessita ser coerente com o objetivo de pesquisa e com a metodologia de pesquisa escolhida. A autora considera que por meio da Engenharia Didática é possível transformar o que foi usado como metodologia de pesquisa em um produto que possa ser trabalhado, em sala de aula, por outros professores.

REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DA FUNÇÃO AFIM

Damm (1999) apresenta a teoria dos Registros de Representação Semiótica, desenvolvida por Raymond Duval, explicando que, em Matemática, a comunicação acontece a partir das representações dos objetos de estudo, sejam eles “conceitos, propriedades, estruturas, relações que podem expressar diferentes situações” (DAMM, 1999, p. 135). Assim, no ensino da Matemática é importante considerar as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático, pois “[...] não existe conhecimento matemático que possa ser mobilizado por uma pessoa, sem o auxílio de uma representação” (DAMM, 1999, p. 137).

Para Duval, há quatro grandes tipos de registro: Linguagem Natural, Simbólico (numérico, algébrico e operatório), Gráfico e Figural. Assim, argumenta que para ocorrer a aquisição de conhecimentos matemáticos há a necessidade de o estudante realizar transformações entre estas representações semióticas, ações classificadas em dois tipos: *tratamentos* e *conversões*. Para Damm (1999) um tratamento em uma representação “[...] é a transformação dessa representação no próprio registro onde ela foi formada” (DAMM, 1999, p. 145), ou seja, é interno a um registro. Já a conversão de uma representação “[...] é a transformação desta em uma representação em um outro registro conservando a totalidade ou uma parte do objeto matemático em questão” (DAMM, 1999, p. 146). Damm (1999) enfatiza que a “[...] originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação” (DUVAL, 2003, p. 14).

Damm (1999) destaca que as Funções podem ser representadas de forma algébrica, a partir de tabelas e/ou gráficos. Assim, a autora aponta para as dificuldades dos estudantes na passagem entre uma representação e outra, mencionando que o estudante “[...] é incapaz de

fazer as conversões necessárias para a apreensão deste objeto” (DAMM, 1999, p. 136), ação fundamental na aquisição do conhecimento de Funções.

Para Duval (2011), o registro das representações gráficas e das equações são dificilmente articuladas pelos estudantes, mesmo após o estudo dos conceitos básicos que envolvem a Função Afim. As razões dessas dificuldades estão centradas “[...] na falta de conhecimento das regras de correspondência semiótica entre o registro de representação gráfica e o da expressão algébrica” (DUVAL, 2011, p. 97). Esta é uma das fontes de dificuldades na aprendizagem dos conceitos da Função Afim o que justifica o número de pesquisas encontradas na BDTD, as quais foram utilizadas para o desenvolvimento deste artigo e que serão apresentadas no tópico a seguir.

METODOLOGIA E PESQUISAS SELECIONADAS

Conforme já estabelecido na introdução deste texto, para contemplarmos o objetivo de estudar as propostas metodológicas de pesquisas acadêmicas na área da Didática da Matemática, na tentativa de investigar quais delas utilizaram a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa, buscamos, primeiramente, na BDTD trabalhos relacionados ao tema de função afim e registros de representação semiótica. Foram encontrados nesta etapa treze trabalhos, dos quais, para um primeiro momento de leitura e análise, selecionamos quatro que atenderam aos seguintes critérios: 1) que apresentassem o desenvolvimento e aplicação de sequências didáticas em sala de aula de forma detalhada e explícita; 2) que as sequências didáticas desenvolvidas abordassem a conversão entre os registros de representação semiótica da Função Afim, tema de estudo das pesquisadoras; e 3) que envolvessem estudantes da Educação Básica, independente da série que fora aplicado.

Após a leitura integral das quatro dissertações selecionadas, organizamos o Quadro 1, disposto a seguir, com os seguintes itens referentes a cada trabalho: sigla, para facilitar nossa análise e organização dos dados, a saber, D por serem dissertações, seguidas de um número, título do trabalho, autor e professor orientador, ano de publicação e um breve resumo desenvolvido pelas autoras deste artigo.

Sigla	Título	Autor e Orientador	Ano	Principal assunto abordado
D1	Uma proposta dinâmica para o ensino de função	Adinilson Marques Reis	2011	Este trabalho teve por objetivo elaborar e aplicar uma sequência didática para a priori constatar as

	afim a partir de erros dos alunos no primeiro ano do ensino médio	Dr. Gerson Pastre de Oliveira		dificuldades apresentadas pelos estudantes relacionadas a Função Afim. Posteriormente, aplicar uma segunda sequência didática elaborada com base nos erros cometidos pelos estudantes na primeira sequência, mas com intermédio do software Geogebra. O autor teve como embasamento teórico a Teoria das Representações Semióticas, para compreender o funcionamento cognitivo em relação às dificuldades dos estudantes, e a Engenharia Didática em seus procedimentos metodológicos.
D2	Função afim: uma sequência didática envolvendo atividades com o geogebra	Fabio Correa Scano Dr ^a . Maria José Ferreira da Silva	2009	Esta pesquisa teve por objetivo o desenvolvimento de uma sequência didática para trabalhar com alunos de 9º Ano do Ensino Fundamental buscando contribuir na aprendizagem dos estudantes sobre a Função Afim, especificamente, desenvolver a capacidade de expressar algébrica e graficamente a dependência de duas variáveis, bem como reconhecer graficamente a função e seus coeficientes. Embasado teoricamente na Teoria das Situações Didáticas e na Teoria das Representações Semióticas.
D3	Função afim $y = ax + b$: a articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo	Edivaldo Pinto dos Santos Dr. Benedito Antonio da Silva	2002	A partir da Teoria das Representações Semióticas, o objetivo desta pesquisa foi estudar a aquisição de saberes relacionados aos coeficientes de uma Função Afim, através da articulação entre os seus registros gráfico e algébrico e com o uso de software construído para essa finalidade. A pesquisa se deu a partir da elaboração e aplicação de uma sequência didática.
D4	A importância da utilização de múltiplas representações no desenvolvimento do conceito de função: uma proposta de ensino	Wagner Sanches Lopes Dr ^a . Anna Franchi	2003	O objetivo desta pesquisa foi apresentação e avaliação de uma sequência didática que introduz os conceitos da Função Afim, fundamentado pela Teoria de Raymond Duval.

Quadro 1 – Apresentação das pesquisas selecionadas para análise

Fonte: os autores

Na sequência, apresentamos brevemente os trabalhos selecionados, com ênfase nas suas propostas metodológicas, a fim de contemplarmos os objetivos deste artigo.

Na pesquisa D1, Reis (2011) se propôs em responder a seguinte questão: “[...] *como o uso reconstrutivo do erro pode auxiliar na elaboração de uma sequência de ensino sobre função afim entre estudante do Ensino Médio, a partir de uma estratégia pedagógica com o uso do software Geogebra?*” (REIS, 2011, p. 6). Buscando responder a essa questão de pesquisa, o autor utilizou pressupostos metodológicos da Engenharia Didática, apoiando-se na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Duval, e na Teoria das Situações

Didáticas, de Brousseau, buscando compreender o decurso de avaliação e obstáculo no processo de ensino e aprendizagem.

Desta forma, Reis (2011) aplicou uma sequência diagnóstica para constatar as dificuldades recorrentes aos alunos com o conceito de Função Afim, e em seguida, outra sequência de atividades baseadas nos erros constatados buscando desestabilizá-los com o auxílio do software Geogebra. As atividades foram aplicadas em uma escola pública em São José dos Campos, com 20 alunos do 1º ano do Ensino Médio.

Apoiando-se na Engenharia Didática o autor desenvolveu sua *análise preliminar* baseando-se em documentos oficiais, na Proposta Curricular do Estado de São Paulo e nos resultados obtidos de avaliações do SARESP e da Prova Brasil. Em seguida, foi elaborada a sequência diagnóstica com o objetivo de mobilizar os conhecimentos para possibilitar a obtenção de quais categorias de erros seriam mais recorrentes entre os alunos. No momento da análise a posteriori e validação foi realizada uma análise estruturada confrontando os objetivos da análise a priori. Os resultados obtidos permitiram ao autor inferir e propor uma sequência didática com o uso do software Geogebra, na intenção de possibilitar um avanço na aprendizagem do conceito de Função Afim e com isso indicar contribuições para ampliar os estudos ao respeito do tema e a compreensão considerando os erros na aprendizagem e no preparo de atividades com o uso do software Geogebra.

Na pesquisa D2, Scano (2009) assume a hipótese de que uma sequência de ensino concebida à luz da Teoria das Situações Didáticas e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, mediada pelo uso de um software de geometria dinâmica, poderia contribuir para a iniciação ao estudo da Função Afim no 9º ano do Ensino Fundamental. Neste sentido, buscou responder às seguintes questões: “*Nossa sequência de ensino contribuirá para que os alunos expressem algébrica e graficamente a dependência de duas variáveis de uma função afim? Após a aplicação da sequência de ensino, os alunos reconhecerão que o gráfico de uma função afim é uma reta e conseguirão relacionar os coeficientes da equação da reta com o gráfico?*” (SCANO, 2009, p. 33).

Para tanto, o autor assume a Engenharia Didática como pressuposto metodológico e utiliza Michèle Artigue como referência. Sendo assim, para as *análises preliminares* o autor considerou algumas investigações pautadas nos resultados apontados pelo SARESP de 2005 e 2008 e realizou também uma revisão bibliográfica referente ao estudo das funções, desvelando dificuldades nesse processo que já haviam sido constatadas em outras pesquisas.

No momento da *concepção e análise a priori das situações didáticas*, o autor apresentou as propostas das atividades e os objetivos a serem alcançados em cada uma delas.

A partir daí ocorreu a *experimentação*, momento em que o pesquisador aplica as atividades pretendidas. Para sua pesquisa, Scano (2009) realizou a coleta de dados mediante observações realizadas por três professores de matemática e a análise dos registros da produção dos alunos, contando com 17 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, distribuídos em duplas ou trios.

Para a apresentação de cada atividade em sua pesquisa, Scano (2009) descreveu suas *análises a priori* e, em seguida, confronta suas expectativas com os resultados obtidos na *análise a posteriori*. O autor concluiu que foram obtidos resultados importantes, pois evidenciaram que os alunos articularam diferentes representações no estudo da Função Afim, o que favorece a compreensão deste saber, segundo a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. O uso do Geogebra apresentou grandes contribuições como recurso dinâmico na manipulação da representação gráfica da Função Afim. O trabalho em equipe norteado pela teoria das Situações Didáticas foi estimulador e enriquecedor nesse processo. Diante de tais considerações, o autor valida a sequência didática proposta em sua pesquisa e conclui que seus objetivos foram alcançados, assim como a hipótese inicial confirmada.

Na pesquisa selecionada D3, Santos (2002) apresenta uma investigação acerca da aquisição de saberes relacionados aos coeficientes da equação $y = ax + b$, por meio da articulação entre os registros gráfico e algébrico, conforme a teoria das Representações Semióticas, e com auxílio de um software educativo. Assim, colocou como problema: “[...] *elaborando atividades que trabalhem, com o auxílio da informática, as relações entre as representações gráficas e algébricas da função afim, é possível proporcionar ao aluno uma melhor compreensão da conversão registro gráfico para o algébrico?*” (SANTOS, 2002, p. 15).

O autor, num trabalho conjunto com outro pesquisador, desenvolveu um software educacional, de caráter lúdico, com o objetivo de “[...] *proporcionar uma ajuda eficaz na aprendizagem da articulação entre os registros algébricos e gráficos das funções afins e quadráticas, especialmente permitindo interações dificilmente realizáveis no ambiente papel/lápis*” (SANTOS, 2002, p. 14). Assim, organizou sua pesquisa a partir da aplicação de um pré-teste e um pós-teste, com a utilização apenas do lápis e papel. No intervalo entre as sessões destes testes, realizou tarefas com o uso do software que pudessem proporcionar uma melhor compreensão dos coeficientes da equação associada a uma reta. Chamou este processo de sequência didática, cujas sessões com o uso de informática apresentam análises a priori e posteriori.

O pré-teste consistiu em quatro sequências de atividades sobre o comportamento algébrico e gráfico dos coeficientes angulares e lineares da Função Afim. O autor apresentou

apenas os resultados quantitativos desta etapa, destacando as dificuldades dos estudantes em articular o registro gráfico e o algébrico desta função. A partir deste levantamento, elaborou quinze atividades para serem aplicadas com o auxílio do software na tentativa de levar o aluno a compreender os conceitos envolvidos nesta articulação. Descreveu, sucintamente, uma análise a priori de cada uma destas atividades, apresentando qual o propósito de cada tarefa e a estratégia do estudante esperada pelo pesquisador no momento da resolução. De forma análoga, descreveu os resultados obtidos em análise a posteriori das atividades aplicadas com o uso da informática para 10 alunos voluntários do 2º Ano do Ensino Médio. As conclusões da pesquisa se deram a partir do confronto qualitativo e quantitativo entre os resultados do pré e do pós-teste dos estudantes. Respondeu, desta forma, o seu problema inicial concluindo que as atividades proporcionadas “[...] *via ambiente computacional podem conduzir a uma melhora na capacidade de precisar e estimar os coeficientes do registro algébrico de uma função afim*” (SANTOS, 2002, p. 97).

Por fim, o objetivo da pesquisa D4, de Lopes (2003), é compreender os procedimentos utilizados pelos estudantes, durante a aplicação das atividades de conversão e tratamento de registros de representação, no processo de apreensão do conceito de Função, em especial da Função Afim. Em caráter metodológico, a pesquisa qualitativa, constituiu-se de aplicação de uma sequência didática em uma turma de 8º Ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública de São Paulo, em 2002. Ele elaborou esta sequência didática com nove atividades, aplicado com toda a turma de 40 alunos, distribuídos em equipes de dois à quatro alunos.

Ainda, apresentou cada uma das atividades aplicadas destacando, em análise preliminar, seus objetivos individuais e mencionando o que esperava cognitivamente dos alunos em cada uma das etapas. Em suas análises, o autor procurou avaliar a eficiência dos trabalhos a partir da percepção da “[...] *melhora nas iniciativas, nos procedimentos dos alunos para efetuar os tratamentos matemáticos, no interesse na execução das atividades*” (LOPES, 2003, p. 93). Com base nessas considerações concluiu que a sua pesquisa atingiu seus objetivos.

CONSIDERAÇÕES APÓS A ANÁLISE DAS PESQUISAS

De forma geral, das quatro pesquisas analisadas, percebemos que, a D1 e D2, ou seja, as mais recentes, cujos anos de publicação foram 2011 e 2009 respectivamente, fazem uso

explícito da Engenharia Didática enquanto proposta metodológica. Notamos, em ambos os trabalhos, que cada fase da Engenharia Didática foi importante para alcançar os objetivos da pesquisa. Em alguns trechos dos trabalhos é possível perceber que nas *análises preliminares* os autores buscaram conhecer o quadro teórico-didático-curricular em relação ao objeto matemático em estudo, o que serviu de base para preparar as sequências didáticas e fazer as *análises a priori*. Destacamos destes trabalhos trechos que corroboram com nossa análise: “[...] *buscamos pesquisar elementos que pudessem nos informar concepções dos pesquisadores em torno do conceito da função afim. Consideramos avaliações externas, identificamos as organizações curriculares oficiais de ensino e aprendizagem [...] delineamos de modo fundamentado a questão e os fundamentos teóricos da pesquisa, com os seguintes estudos: breve histórico da PCESP; [...] análise dos resultados da avaliação externa SARESP dos pesquisados [...]. Para a segunda etapa da engenharia [...] iniciamos com uma descrição dos sujeitos e do ambiente [...]. Para o pesquisador, essas variáveis permitem controlar os comportamentos e a realização das atividades dos alunos [...]*” (REIS, 2011, p. 72). “[...] *Podem, também ser realizadas as seguintes análises: da epistemologia dos conteúdos contemplados pelo ensino; do ensino atual e de seus efeitos; [...] das dificuldades e obstáculos que determinam sua evolução*” (SCANO, 2009, p. 33).

Outro momento de destaque da Engenharia Didática, para que fossem alcançados os objetivos das pesquisas, foi o confronto entre as *análises a priori* e as *análises a posteriori*, pois como afirma Almouloud (2014), o “[...] objetivo é relacionar as observações com os objetivos *a priori* e estimar a reprodutibilidade e a regularidade dos fenômenos didáticos identificados” (ALMOULOU, 2014, p. 117). Esta característica fica evidente em D1 quando o autor descreve que “[...] *constantemente consultamos os referenciais teóricos, procurando identificar novamente os erros cometidos, quantidade de respostas corretas por questão, destacando as dificuldades, os desvios conceituais, os métodos usados pelos alunos para procurar as respostas. A validação foi identificada na conclusão da primeira fase, alicerçada pelos estudos preliminares, articulados com a análise a priori e com as constatações feitas na análise a posteriori dos erros cometidos pelos alunos*” (REIS, 2011, p. 73). Também, em D2, quando o autor explicita em sua análise *a posteriori*, de uma das atividades da sequência didática, formas de resolução dos estudantes não previstas pelo pesquisador em análise *a priori*: “*Em nossa análise a priori, não previmos as resoluções que as equipes E e C apresentaram para o item ‘e’, pois utilizaram o registro de representação numérica dos números fracionários [...]*” (SCANO, 2009, p. 69), cuja análise *a priori* era: “*Para o item ‘e’, os alunos deveriam efetuar a divisão da medida do perímetro do quadrado por 4 [...]*

determinando que o lado do quadrado mede 6 cm, por meio do registro de representação numérica” (SCANO, 2009, p. 64). Neste caso, concordamos ainda com Bittar (2017) quando enfatiza que a

análise a priori não é uma ‘receita’ a ser seguida e sim um exercício de reflexão e preparo para a atuação do pesquisador no momento da realização das atividades com os alunos. Nesse sentido, quaisquer mudanças, na sequência didática, que se façam necessárias para favorecer a aprendizagem dos alunos são bem vindas desde que apoiadas nos estudos realizados (BITTAR, 2017, p. 108).

Nestes recortes das pesquisas D1 e D2 compreendemos, também, que a Engenharia Didática não é uma metodologia de pesquisa fechada. “Ao contrário, ela propõe uma forma de preparar, aplicar e analisar sequências didáticas. [...] Seu objetivo é promover a construção do conhecimento pelo aluno, com papel importante atribuído ao professor, e para que isso aconteça, ela é aberta” (BITTAR, 2017, p. 107). Além disso, percebemos a importância da descrição das estratégias de resolução dos estudantes na análise a priori, pois é neste estudo que o pesquisador estará preparado para qualquer tipo de intervenção que necessite fazer, como em caso de identificar um aluno que esteja mobilizando uma concepção errônea do conteúdo. Assim, deve propor ao estudante uma ou mais situações que lhe permitam confrontar suas concepções, deixando claro que, “somente assim é possível evoluir no processo de aprendizagem” (BITTAR, 2017, p. 108).

Nas pesquisas D3 e D4, mais antigas desta seleção, publicadas em 2003 e 2002 respectivamente, percebemos em ambas que, mesmo com o desenvolvimento do trabalho a partir de sequências didáticas voltadas para a aprendizagem da Função Afim, em nenhum momento os autores mencionaram o uso específico da Engenharia Didática para apoio metodológico.

Analisando a abordagem metodológica apresentada na pesquisa D3, identificamos uma característica que a afasta das pesquisas anteriores, as quais assumiram a Engenharia Didática como proposta metodológica. Percebemos que, mesmo o autor tendo trabalhado com pré-teste e, após as sessões de informática, um pós-teste, com a descrição das possíveis estratégias dos alunos esperadas pelo pesquisador, não entendemos este processo como uma análise *a priori* e *posteriori*, segundo a teoria da Engenharia Didática. Os trechos de D3 como: “*Trabalhamos com alunos do ensino médio, tendo aplicação um pré-teste e um pós-teste somente com papel e lápis, e tendo, no intervalo entre estes, realizado sessões de ensino utilizando o Funcplus, com o objetivo de proporcionar aos alunos uma melhor compreensão dos coeficientes da equação associada a uma reta na articulação visada*” (SANTOS, 2002, p.

37); “[...] Essas sessões foram precedidas e seguidas por um teste executado com papel e lápis, para verificar os conhecimentos sobre a articulação dos registros algébricos e gráficos da função afim” (SANTOS, 2002, p. 38); “Os testes serviram para avaliar o efeito da sessão informática sobre os conhecimentos dos alunos. A comparação dos resultados do pré-teste e pós-teste visa avaliar globalmente a aprendizagem” (SANTOS, 2002, p. 39), refletem a preocupação com a aprendizagem do estudante, mas não a partir de um confronto contínuo durante o processo. As conclusões da pesquisa foram formuladas mediante a aplicação e análise dos testes executados pelos estudantes, na tentativa de verificar se a abordagem tecnológica ocorrida entre os testes aprofundou os conhecimentos dos alunos sobre a Função Afim. Como destaca Bittar (2017), “é preciso enfatizar que uma das características marcantes da engenharia didática é o confronto contínuo, ao longo da realização da sequência, entre a análise a priori e a análise a posteriori, uma vez que é esse confronto que permite redefinir rumos, quando necessário” (BITTAR, 2017, p. 107).

No entanto, esta característica pode ser percebida na pesquisa D4, onde o pesquisador apresentou uma postura diferenciada do anterior. No trecho: “[...] minha intervenção deu-se sempre que necessário, colocando questões, pedindo justificativas de suas respostas, propondo estratégias de verificação, identificação de possíveis fontes dos erros cometidos, provocando, desta forma, alterações nas soluções apresentadas pelos grupos” (LOPES, 2003, p. 66), pois interveio nos momentos em que os estudantes apresentavam dificuldades, com base no previsto na análise a priori.

Diante do exposto, podemos concluir que a Engenharia Didática, enquanto metodologia de pesquisa, pode contribuir na produção da pesquisa acadêmica e na validação ou não de novas propostas pedagógicas. Bittar (2017) destaca que esta metodologia empregada nos trabalhos acadêmicos possibilita a sua reprodução em sala de aula, uma vantagem para demais professores e alunos. Por fim, enfatizamos que uma pesquisa bem sucedida perpassa a escolha de teorias que fundamentam a investigação e a metodologia para que estejam em consonância ao seu objetivo principal.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. 2ª reimpressão. Curitiba: Ed. UFPR, 2014. 218 p.

ALMOULOUD, S. A.; SILVA, M. J. F. da. Engenharia didática: evolução e diversidade. **Revemat**: Revista Eletrônica de Educação Matemática, [s.l.], v. 7, n. 2, p.22-52, 13 dez. 2012. Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC).

BITTAR, M. Contribuições da teoria das situações didáticas e da engenharia didática para discutir o ensino de matemática. In: TELES, R; MONTEIRO, C; BORBA, R. (Org.) **Investigações em Didática da Matemática**. Recife: UFPE, 2017. p. 100-131.

DAMM, R.F. Registros de Representação. In: MACHADO, S. D. A et al. **Educação Matemática**: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999. p. 135-153.

DUVAL, R.. Registros de Representação Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A.. **Aprendizagem em Matemática**: Registros de representação semiótica. Campinas: Papyrus, 2003. p. 11-33.

DUVAL, R. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. **REVEMAT**. Florianópolis – SC. v. 6, n. 2, p. 96-112, 2011.

LOPES, W. S. **A importância da utilização de múltiplas representações no desenvolvimento do conceito de função**: uma proposta de ensino. 2003. 106f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

MACHADO, S. D. A. Engenharia Didática. In: MACHADO, S. D. A et al. **Educação Matemática**: uma introdução. 1 ed. São Paulo: EDUC, 1999. p. 197-208.

REIS, A. M. **Uma proposta dinâmica para o ensino de função afim a partir de erros dos alunos no primeiro ano do ensino médio**. 2011. 167 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

SCANO, F. C. **Função afim: uma sequência didática envolvendo atividades com o geogebra**. 2009. 149 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

SANTOS, E. P. **Função Afim $y = ax + b$: a articulação entre os registros gráfico e algébrico com auxílio de um software educativo**. 2002. 120 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.