PENSAMENTO ALGÉBRICO: UMA ABORDAGEM EM DIFERENTES NÍVEIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Robson Aparecido Ramos Rocha
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
robson.1989@alunos.utfpr.edu.br

Rodolfo Eduardo Vertuan
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
rodolfovertuan@yahoo.com.br

Karina Alessandra Pessoa da Silva
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR
karinasilva@utfpr.edu.br

Resumo: Este artigo objetiva-se analisar como estudantes de dois diferentes níveis da Educação Básica manifestam o pensamento algébrico por meio da resolução de uma mesma atividade. Para isso, estudantes, do 6° ano do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio de um colégio do campo situado no interior do Paraná, reuniram-se em grupos para apresentar soluções à atividade proposta. A partir da pesquisa qualitativa de cunho interpretativo, buscamos analisar as soluções apresentadas pelos estudantes, conforme caracterização a respeito do pensamento algébrico. Concluiu-se que os estudantes de ambos os níveis foram levados a pensar algebricamente de diversas formas e apresentaram conceitos algébricos expressos por meio de diferentes linguagens, consequentemente este artigo nos permitiu evidenciar características da manifestação do pensamento algébrico em ambas as turmas.

Palavras-chave: Álgebra; Pensamento Algébrico; Educação Básica.

INTRODUÇÃO

Os tempos atuais estão exigindo cada vez mais conhecimentos matemáticos, nesse sentido, se torna necessário que os estudantes tenham uma formação matemática que vá além de aprender a utilizar algoritmos e repetições técnicas. Alguns estudantes reconhecem a importância da Matemática em problemas do cotidiano, embora grande parte apresente dificuldades em identificá-la e utilizá-la para solucionar tais problemas. As soluções, muitas vezes, podem recorrer à matemática elementar, por exemplo, problemas que envolvem juros, tempo e área. Assim, compreender o contexto e explicar tais situações por meio da linguagem matemática utilizando sistemas ou símbolos, é reflexo do conhecimento matemático que se tem (BIEMBENGUT; HEIN, 2015).

A Álgebra vem ganhando espaço no currículo brasileiro, principalmente no Ensino Fundamental da Educação Básica, com o objetivo de desenvolver habilidades e competências na formação de cidadãos. Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta versões que incentivam e orientam o desenvolvimento do pensamento algébrico no Ensino Fundamental da Educação Básica. Nos anos iniciais começa com as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade, mas sem que haja o uso de letras para representar números. Já nos anos finais, o objetivo é retomar, aprofundar, ampliar o que foi trabalhado nos anos iniciais e compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão (BRASIL, 2017).

Nas últimas décadas, têm-se percebido no âmbito da Educação Matemática, um notório número de pesquisadores que se debruçam a investigar acerca do pensamento algébrico, dentre eles: Fiorentini, Morin e Miguel (1993), Lins e Gimenez (1997), Ponte, Branco e Matos (2009), Aguiar (2014). Para os autores, o pensamento algébrico não se resume apenas em aprender Matemática a partir de questões técnicas e operacionais, ele é essencial para o desenvolvimento de um cidadão capaz de viver na sociedade atual. Esse pode ser um dos fatores que contribui para a importância de promover o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os primeiros anos de escolaridade.

Dessa forma, buscamos neste artigo apresentar reflexões sobre a seguinte questão: *Como turmas de diferentes níveis da Educação Básica manifestam o pensamento algébrico ao lidarem com uma mesma atividade?*

Norteados pela interrogação supracitada, centramos nossa atenção em investigar a manifestação do pensamento algébrico de estudantes do 6° ano do Ensino Fundamental e estudantes da 3ª série do Ensino Médio, na resolução de uma mesma atividade. A escolha dessas turmas refere-se ao fato do 6º ano do Ensino Fundamental se tratar de uma turma em que o pensamento algébrico está em desenvolvimento, já a 3ª série do Ensino Médio, fez e faz uso de conceitos algébricos como, por exemplo, no estudo de funções.

Desse modo, neste trabalho apresentamos um referencial teórico a respeito do pensamento algébrico, em seguida, os aspectos metodológicos da pesquisa e por último as análises dos dados.

SOBRE O PENSAMENTO ALGÉBRICO

Aguiar (2014) evidenciou em sua pesquisa que grande parte dos livros didáticos do Ensino Fundamental ainda dá preferência ao ensino de técnicas e regras operatórias, são poucos os que apresentam propostas para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Tais propostas podem ser formuladas em situações-problema, pois crianças podem apresentar a compreensão de conceitos algébricos através de números e formalizações na resolução de problemas que visam à preparação para iniciar os estudos de natureza algébrica (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Ribeiro e Cury (2015) afirmam que o desenvolvimento do pensamento algébrico está implícito nas atividades humanas, podendo favorecer a resolução de situações da vida real, sendo assim, aprender conceitos algébricos em diversos aspectos como na compreensão de padrões, na representação através de símbolos e na análise de situações matemáticas, implica ao indivíduo, a capacidade de pensar algebricamente em diversas situações.

Nesse sentido, Lins e Gimenez (1997, p. 99) apontam que, "todo pensamento de alguém que atingiu o estágio operatório formal constituiria alguma atividade algébrica". Mas esta definição abriria espaço para uma ampla discussão. Dessa forma, os autores restringiram-se a definir atividades algébricas como o "pensamento que opera sobre as operações (concretas) aritméticas, o que nos deixa com a noção de álgebra escolar como aritmética generalizada" (p. 99 – 100).

Lins e Gimenez (1997, p. 150) afirmam também que, a álgebra consiste "em um conjunto de afirmações, para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade". Os autores ainda apontam o pensamento algébrico como um modo de produzir significado para a álgebra, em que se destacam três características fundamentais sendo: 1) "aritimeticismo" responsável por produzir significados somente em relação a números e operações aritméticas; 2) "internalismo" que consiste em considerar números e operações exclusivamente segundo suas propriedades; 3) "analiticidade" que por sua vez, refere-se ao trabalho com números desconhecidos como se fossem conhecidos (LINS; GIMENEZ, 1997).

Para os autores, pensar algebricamente "é pensar dessa forma; é produzir significado para situações em termos de números e operações aritméticas (e igualdades ou desigualdades), e com base nisso transformar as expressões obtidas operando sempre de acordo com (1), (2) e (3)" (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 151).

Nota-se que para Ponte, Branco e Matos (2009) e para Lins e Gimenez (1997), a aritmética consiste em um fator comum no desenvolvimento do pensamento algébrico, pois para ambos, a aritmética propõe um sentido integrador que permite resolver diversos problemas. Tanto na aritmética quanto na álgebra, a mudança de perspectiva mais importante refere-se ao significado sendo produzido no desenvolvimento de atividades, e não em termos de técnicas e conteúdo (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009; LINS; GIMENEZ, 1997).

Para Kaput (1999) citado por Ponte, Branco e Matos (2009, p. 9), o pensamento algébrico "é algo que se manifesta quando, por meio de conjecturas e argumentos, são estabelecidas generalizações sobre dados e relações matemáticas, expressas por meio de linguagens cada vez mais formais". Para os autores, os estudantes generalizam ideias matemáticas, apropriadas a suas idades e sua formação escolar. Esse processo de generalização pode ocorrer de diversas formas, dentre elas: na Aritmética, na Geometria ou em situações de modelação matemática. (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Corroborando com essa ideia Fiorentini, Morin e Miguel (1993, p. 87) destacam elementos que caracterizam o pensamento algébrico sendo eles: "percepção de regularidades de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização".

As características do pensamento algébrico apontadas por Lins e Gimenez (1997) e por Fiorentini, Morin e Miguel (1993), podem favorecer o professor na elaboração de atividades que ajudem a desenvolver o pensamento algébrico de seus alunos, respeitando os limites cognitivos deles e viabilizando o trabalho de acordo com o processo de formação escolar do estudante.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Levando em consideração os aportes teóricos sobre o pensamento algébrico, debruçamo-nos em investigar a manifestação de pensamento algébrico em duas turmas de diferentes níveis da Educação Básica. Para isso, uma mesma atividade foi desenvolvida por estudantes reunidos em grupos e em dois níveis diferentes: 6° ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio. A turma de 6° ano é formada por 12 estudantes e da 3ª série por 10 estudantes. As turmas são de um mesmo colégio do campo situado no interior do Paraná.

Os estudantes do 6° ano têm o primeiro autor deste trabalho como professor regente da disciplina de Matemática, já a 3ª série, tem o primeiro autor deste trabalho como professor regente da disciplina de Química, sendo solicitada autorização da professora regente da disciplina de Matemática para realização da atividade.

O 6° ano foi dividido em três grupos com um total de quatro estudantes em cada grupo. Os três grupos utilizaram de mesmas estratégias para a resolução da atividade proposta, nesse sentido, optamos por analisar as resoluções apresentadas por um dos grupos. A 3ª série por sua vez, foi dividida em três grupos, um contendo quatro estudantes e os outros dois contendo três estudantes cada. Dois grupos apresentaram resoluções distintas, desta forma, analisaremos as resoluções apresentadas por estes dois grupos.

Para as análises foram utilizados procedimentos que se enquadram nos moldes da pesquisa qualitativa, e de cunho interpretativo, conforme encontramos em Bogdan e Biklen (1994). A coleta de dados se fez por meio de registros escritos[1] apresentados pelos grupos após o desenvolvimento da atividade em sala de aula durante 2 aulas de 50 minutos em cada turma.

Para nortear o desenvolvimento da atividade, adotamos o que Lins e Gimenez (1997, p. 137), chamam de "atividade algébrica" que "consiste no processo de produção de significado para álgebra". A álgebra por sua vez, "consiste em um conjunto de afirmações para os quais é possível produzir significados em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade" (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 137).

Neste tipo de desenvolvimento, é preciso investigar os significados sendo produzidos no interior da atividade, em outras palavras, "identificar atividades que podem, potencialmente, envolver pensamento algébrico, o que é importante do ponto de vista da educação matemática" (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 138).

As resoluções foram feitas, pelos estudantes sob orientação do professor. Isso está em consonância com as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais, em que o professor é "um orientador do trabalho, cabendo aos alunos planejamento e a execução, o que os levará a decidir e a vivenciar o resultado de suas decisões" (BRASIL, 1997, p. 66). Na próxima sessão, apresentamos as análises dos dados obtidos por meio da produção escrita entregue pelos estudantes.

ANÁLISE DOS DADOS

As análises das resoluções entregues pelos estudantes foram organizadas em duas partes. A primeira traz os resultados e análise de um dos grupos do 6° ano do Ensino Fundamental e a segunda traz os resultados e análise de dois grupos da 3ª série do Ensino Médio.

Em sala de aula, foi entregue a cada grupo uma folha impressa contendo a atividade proposta para o desenvolvimento (Figura 1). A atividade foi adaptada de uma dissertação do Metrado Profissional em Ensino da Matemática da Pontifícia Universidade Católica do estado de São Paulo (PUC-SP). A escolha da atividade se fez pela potencialidade de induzir os estudantes a pensarem algebricamente de diversas formas, e também, pela possibilidade de resolução por meio da aritmética.

[1] Para tanto, foi solicitada autorização dos pais ou responsáveis pelos estudantes.

Para fazer entregas de gás em uma cidade do Paraná, uma distribuidora dividiu a cidade em 180 regiões e estabeleceu o seguinte calendário de entrega.

2ª Feira	3ª Feira	4ª Feira	5ª Feira	6ª Feira	Sábado
Região 1	Região 2	Região 3	Região 4	Região 5	Região 6
Região 7	Região 8	Região 9	Região 10	Região 11	Região 12
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.

a) Cite cinco regiões da cidade que recebem gás às sextas-feiras.
b) Que regiões da cidade recebem gás aos sábados?
c) Em que dia da semana a região 180 recebe a entrega de gás? E a região 129?
d) Como podemos descrever as regiões servidas por entrega de gás às quintas-feiras?

Figura 1 – Atividade desenvolvida com os estudantes do 6° ano e da 3ª série
Fonte: adaptado de Salandini (2011, p. 38)

RESOLUÇÃO DOS ESTUDANTES DO 6° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

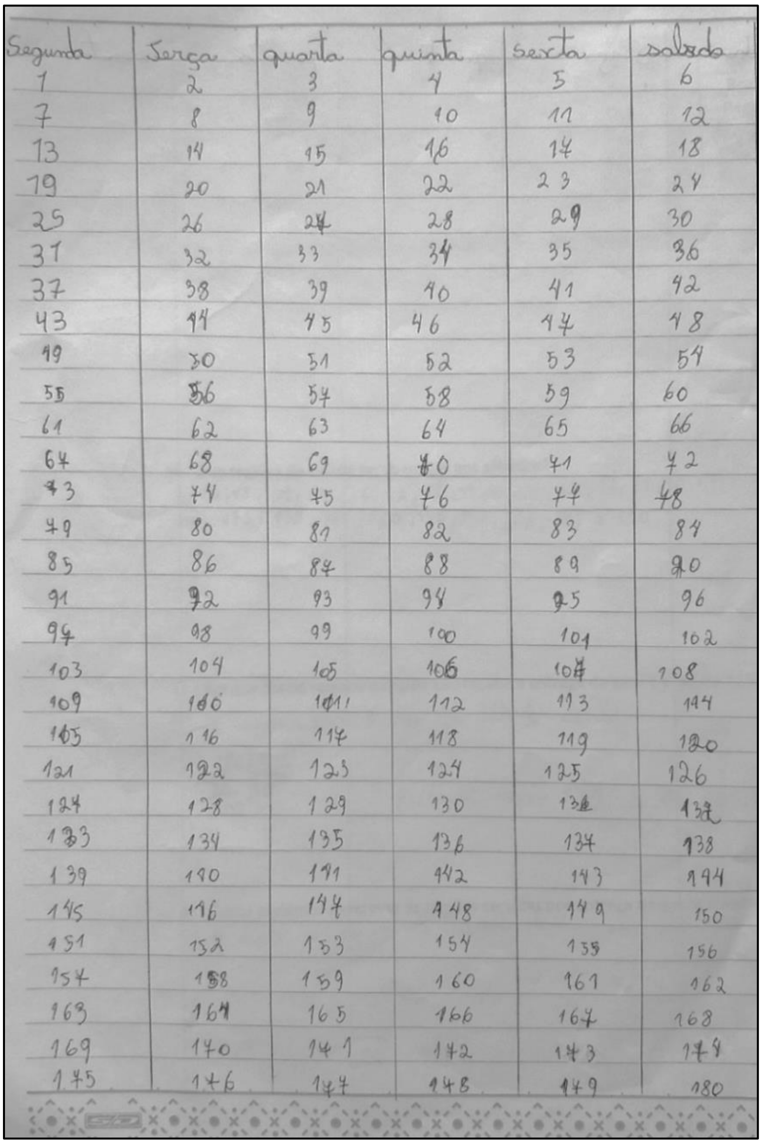
Após a leitura do enunciado da atividade, um dos grupos logo observou o padrão referente à entrega de gás por regiões e os dias da semana presentes no quadro. Os estudantes perceberam que as regiões iam de um em um à medida que se passavam os dias da semana, e foram logo se encarregando de continuar preenchendo o quadro (Figura 2).

2ª Feira	3ª Feira	4ª Feira	5ª Feira	6ª Feira	Sábado
Região 1	Região 2	Região 3	Região 4	Região 5	Região 6
Região 7	Região 8	Região 9	Região 10	Região 11	Região 12
· Região 13	· Região 14	· Região 15	· Região 16	· Região 17	Região 1[illegible]
· Região 19	· Região 20	· Região 21	· Região 22	· Região 23	· Região 24
· Região 25	· Região 26	· Região 27	· Região 28	· Região 29	· Região 30

Figura 2 – Quadro preenchido pelos estudantes
Fonte: relatório dos estudantes do 6° ano

Podemos evidenciar nessa etapa a “percepção de regularidades” que é uma das características do pensamento algébrico apontado por Fiorentini, Morin e Miguel (1993). Corroborando com os autores, Ribeiro e Cury (2015) afirmam que a compreensão de padrões, implica ao indivíduo, a capacidade de pensar algebricamente em diversas situações. Após os estudantes completarem o quadro iniciaram a leitura das questões presentes na atividade.

Os estudantes perceberam que os números presentes no quadro (Figura 2), não respondiam a todas as questões propostas, sendo assim, direcionaram o questionamento ao professor, o indagando sobre o espaço para continuar a preencher, visto que não tinha espaço suficiente na atividade para continuar. O professor disse que se quisessem continuar o preenchimento do quadro, poderiam fazer em uma folha separada. Dessa forma, os estudantes se encarregaram de construir um novo quadro (Figura 3) preenchendo-o até completar as 180 regiões conforme destacado no enunciado da atividade.



Segunda	Terça	quarta	quinta	sexta	sabado
1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66
67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78
79	80	81	82	83	84
85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96
97	98	99	100	101	102
103	104	105	106	107	108
109	110	111	112	113	114
115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126
127	128	129	130	131	132
133	134	135	136	137	138
139	140	141	142	143	144
145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156
157	158	159	160	161	162
163	164	165	166	167	168
169	170	171	172	173	174
175	176	177	178	179	180

Figura 3 – Quadro elaborado pelos estudantes
Fonte: relatório dos estudantes do 6° ano

Sem recorrer a fórmulas, os estudantes podem analisar regularidades em diferentes casos concretos, eventualmente com uma folha de cálculo como o da figura 3. A construção do quadro permitiu aos estudantes verificar quais as regiões que receberiam gás em determinado dia da semana. Dessa forma, evidenciamos que a aritmética permitiu resolver o problema proposto, conforme os apontamentos presentes em Ponte, Branco e Matos (2009) e Lins e Gimenez (1997), em que os autores defendem que a aritmética propõe um sentido integrador e que permite resolver diversos problemas.

Para responder as questões “a”, “b” e “c” da atividade, os estudantes apenas observaram o quadro e identificaram cada resposta, conforme figura 4.

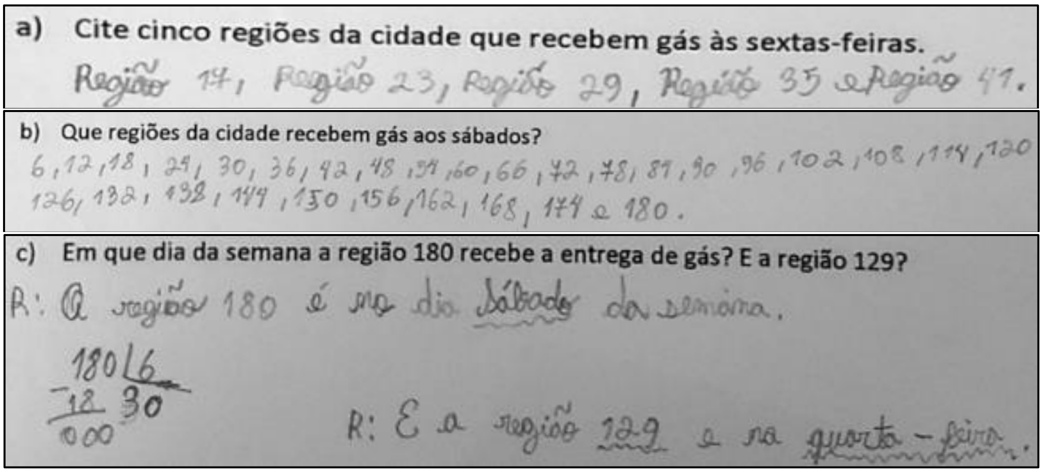

a) Cite cinco regiões da cidade que recebem gás às sextas-feiras.
Região 17, Região 23, Região 29, Região 35 e Região 41.
b) Que regiões da cidade recebem gás aos sábados?
6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96, 102, 108, 114, 120, 126, 132, 138, 144, 150, 156, 162, 168, 174 e 180.
c) Em que dia da semana a região 180 recebe a entrega de gás? E a região 129?
R: A região 180 é no dia Sábado da semana.
180 | 6
-18 30
000
R: E a região 129 é na quarta-feira.

Figura 4 – Resoluções apresentadas pelos estudantes
Fonte: relatório dos estudantes do 6° ano

No item “c” os estudantes efetuaram uma operação de divisão do número 180 pelo número 6, mas não utilizaram o resultado para responder a questão. Ao serem indagados sobre a operação que realizaram, os estudantes responderam que pensaram em dividir 180 por 6 por se tratar da primeira região que irá receber gás no sábado, mas não conseguiram utilizar o resultado para responder a questão. Todavia, os estudantes poderiam ter observado que 180 é múltiplo de 6 e a trigésima região a receber gás no sábado seria a região 180.

Na resolução do item “d”, percebemos que os estudantes conseguiram por meio de um texto em escrita literal expressar uma regularidade para as regiões que recebem gás às quintas-feiras (Figura 5). Para Ponte, Branco e Matos, (2009), descrições e generalizações em linguagem natural já exigem uma grande capacidade de abstração.

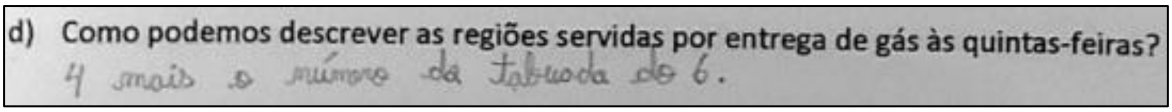

d) Como podemos descrever as regiões servidas por entrega de gás às quintas-feiras?
4 mais o número da tabuada do 6.

Figura 5 – Resolução apresentada pelos estudantes
Fonte: relatório dos estudantes do 6° ano

A resolução apresentada pelos estudantes dá indícios do inicio do pensamento algébrico e da capacidade de generalização conforme destaca Ponte, Branco e Matos, (2009, p. 40), em que “os alunos identificam a lei de formação de uma dada sequência e expressam-na por palavras suas. Este trabalho contribui para o desenvolvimento do sentido de número nos alunos e constitui uma base para o desenvolvimento da sua capacidade de generalização”.

RESOLUÇÃO DOS ESTUDANTES DA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

Trazemos neste tópico, a resolução apresentada por dois[2] grupos que utilizaram diferentes estratégias.

A figura 6 mostra a resolução apresentada pelo grupo A, para as questões “a” e “b” da atividade, no qual, utilizaram conceitos de Progressão Aritmética (P.A.), e múltiplos.

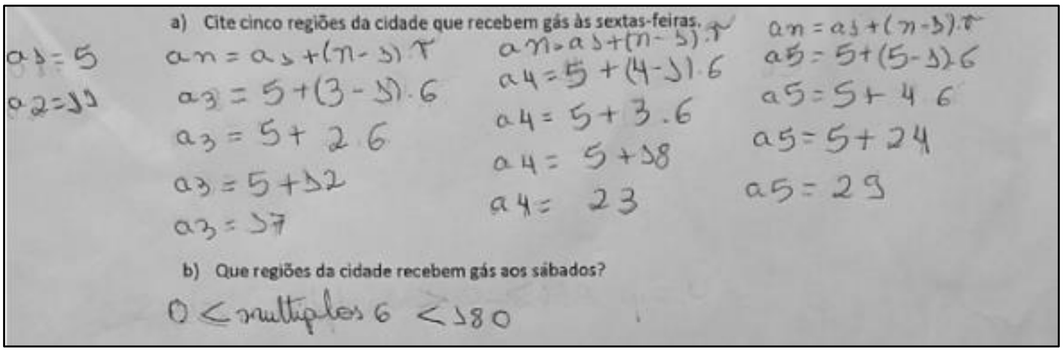


Figura 6 – Resolução apresentada pelo grupo A
Fonte: relatório dos estudantes da 3ª série

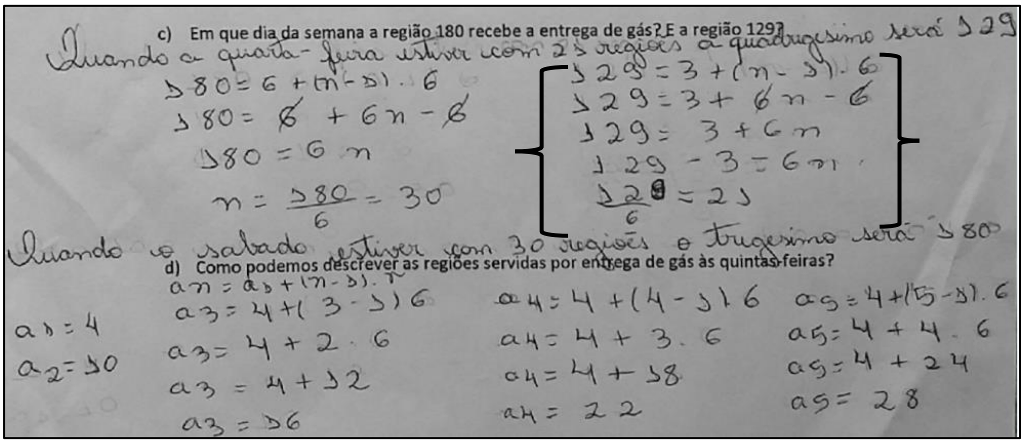
Verificamos na resolução, que os estudantes utilizaram conhecimentos algébricos. Na resolução da questão “a” relacionaram à sequência estabelecida com P.A., ou seja, uma função com domínio discreto, e a partir da fórmula para o cálculo de n termos de um P.A., conseguiram obter a resposta para a questão.

Ponte, Branco e Matos, (2009) apontam quatro modos principais para representar uma função, o quarto modo refere-se à “representação algébrica”, na qual os estudantes utilizam símbolos literais, fórmulas e correspondências. Os autores apontam que “o estudo de funções é um dos aspectos do pensamento algébrico que deve ser desenvolvido” (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 118).

Na resolução da questão “b”, verificamos que os estudantes utilizaram o conceito de múltiplos para determinar um intervalo que satisfaz a questão. Esse pensamento enquadra-se na terceira característica do pensamento algébrico apontado por Lins e Gimenez (1997), a “analiticidade”, responsável pelo trabalho com números desconhecidos como se fossem conhecidos.

Para responder as questões “c” e “d” os estudantes continuaram a utilizar conceitos algébricos conforme mostra a figura 7. Na resolução da primeira indagação da questão “c”, evidenciamos que os estudantes, a partir da fórmula para o cálculo de n termos de uma P.A., obtiveram uma resposta para a questão.

[2] Para identificar os grupos, chamaremos de grupo A e de grupo B.



c) Em que dia da semana a região 180 recebe a entrega de gás? E a região 129?

Quando a quarta-feira estiver com 21 regiões a quadragésimo será 129

$180 = 6 + (n-1) \cdot 6$

$180 = \cancel{6} + 6n - \cancel{6}$

$180 = 6n$

$n = \frac{180}{6} = 30$

$$\left\{\begin{array}{l} 129 = 3 + (n-1) \cdot 6 \\ 129 = 3 + \cancel{6}n - \cancel{6} \\ 129 = 3 + 6n \\ 129 - 3 = 6n \\ \frac{129}{6} = 21 \end{array}\right\}$$

Quando o sábado estiver com 30 regiões o trigésimo será 180

d) Como podemos descrever as regiões servidas por entrega de gás às quintas-feiras?

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$

$a_1 = 4$

$a_2 = 10$

$a_3 = 4 + (3-1) 6$; $a_3 = 4 + 2 \cdot 6$; $a_3 = 4 + 12$; $a_3 = 16$

$a_4 = 4 + (4-1) 6$; $a_4 = 4 + 3 \cdot 6$; $a_4 = 4 + 18$; $a_4 = 22$

$a_5 = 4 + (5-1) \cdot 6$; $a_5 = 4 + 4 \cdot 6$; $a_5 = 4 + 24$; $a_5 = 28$

Figura 7 – Resolução apresentada pelo grupo A
Fonte: relatório dos estudantes da 3ª série (grifo nosso)

O professor ao ver a resolução do grupo, os indagou sobre a escolha do primeiro termo. Os estudantes responderam que haviam efetuado o cálculo com todos os primeiros termos referentes a todos os dias da semana, e o único que deu resposta exata[3] para o número de termos foi o de sábado. Repetiram o mesmo procedimento para a região 129, mas verificamos que o cálculo para essa região está feito de forma incorreta[4] na resolução apresentada pelo grupo A. Para responder a questão "d", notamos que os estudantes não conseguiram generalizar como fizeram na resposta da questão "b" (Figura 6). Assim destacaram apenas algumas das regiões que receberiam gás às quintas-feiras. Para isso utilizaram de conceitos algébricos.

O grupo B também mobilizou conhecimentos algébricos na resolução da atividade proposta, definindo uma lei de formação para cada dia da semana (Figura 8).

2ª Feira	3ª Feira	4ª Feira	5ª Feira	6ª Feira	Sábado
Região 1	Região 2	Região 3	Região 4	Região 5	Região 6
Região 7	Região 8	Região 9	Região 10	Região 11	Região 12
⋮ 6N-5	⋮ 6N-4	⋮ 6N-3	⋮ 6N-2	⋮ 6N-1	⋮ 6.N

Figura 8 – Resolução apresentada pelo grupo B
Fonte: relatório estudantes da 3ª série

Podemos destacar por meio das leis de formação definidas pelo grupo B, as três características do pensamento algébrico de Lins e Gimenez (1997), o "aritimeticismo", pois

[3] Entende-se que os estudantes trataram como resposta exata para o número de termos valores presentes no conjunto dos números naturais.
[4] A resolução incorreta refere-se à parte destacada por chaves "{}" no relatório apresentado pelos estudantes (Figura 7).

os estudantes produziram significado sobre os números e operações necessárias para obtenção das sequências apresentadas no quadro, o “Internalismo” onde os estudantes consideraram os números apenas a suas respectivas propriedades; a “analiticidade” que foi a etapa em que os estudantes utilizaram a variável n para representar os números desconhecidos. Após a generalização, o grupo B iniciou a resolução das questões presentes na atividade (Figuras 9 e 10).

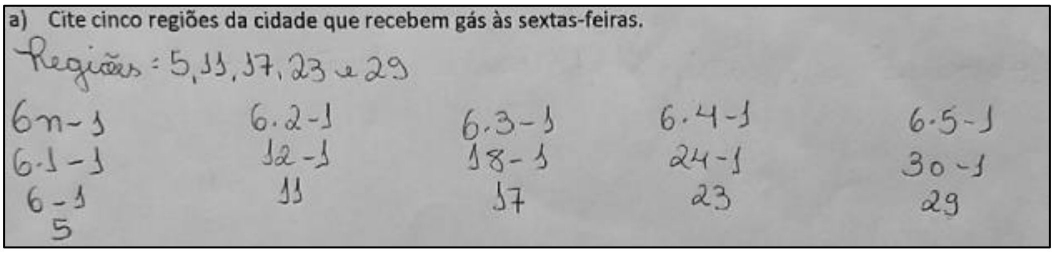

a) Cite cinco regiões da cidade que recebem gás às sextas-feiras.
Regiões: 5, 11, 17, 23 e 29
6n-1
6·1-1
6-1
5
6·2-1
12-1
11
6·3-1
18-1
17
6·4-1
24-1
23
6·5-1
30-1
29

Figura 9 – Resolução apresentada pelo grupo B
Fonte: relatório dos estudantes da 3ª série

Nesta resolução, a lei de formação apresentada de forma algébrica pelos estudantes, é considerada válida para a resolução, afirmando o que cita Ponte, Branco e Matos (2009, p. 10), onde “um elemento igualmente central ao pensamento algébrico é a ideia de generalização: descobrir e comprovar propriedades que se verificam em toda uma classe de objetos”. Na resolução das questões “b” e “c”, os mesmos conceitos se aplicam (Figura 10).

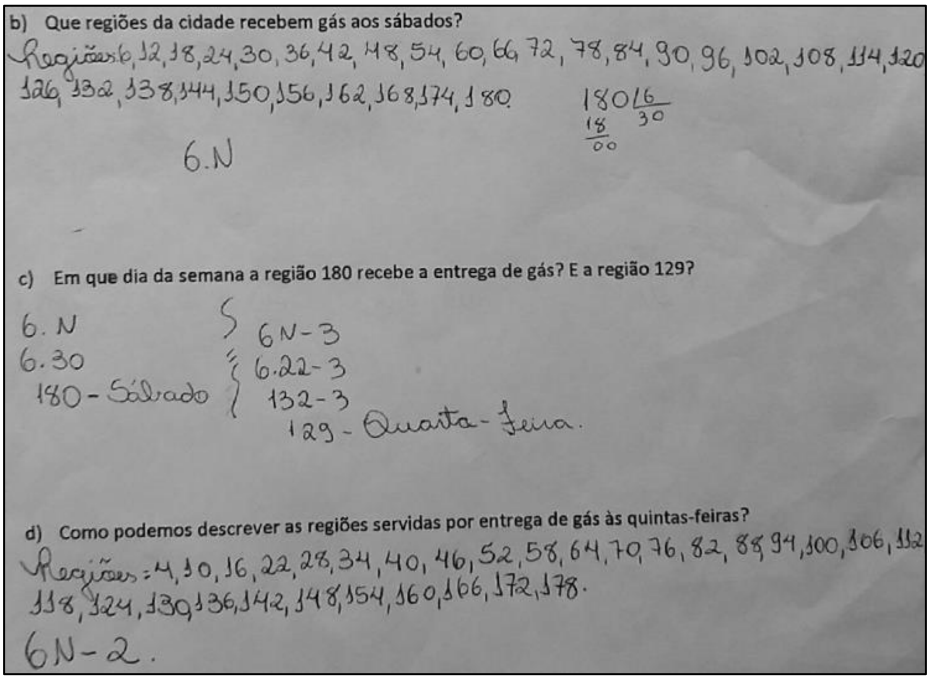

b) Que regiões da cidade recebem gás aos sábados?
Regiões: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96, 102, 108, 114, 120, 126, 132, 138, 144, 150, 156, 162, 168, 174, 180
180 | 6
18 30
00
6.N
c) Em que dia da semana a região 180 recebe a entrega de gás? E a região 129?
6. N
6.30
180 - Sábado
6N-3
6.22-3
132-3
129 - Quarta-feira.
d) Como podemos descrever as regiões servidas por entrega de gás às quintas-feiras?
Regiões: 4, 10, 16, 22, 28, 34, 40, 46, 52, 58, 64, 70, 76, 82, 88, 94, 100, 106, 112, 118, 124, 130, 136, 142, 148, 154, 160, 166, 172, 178.
6N-2.

Figura 10 – Resolução apresentada pelo grupo B
Fonte: relatório dos estudantes da 3ª série

Na resolução da questão "b", os estudantes evidenciaram que a lei de formação é válida, destacando elemento por elemento. Verificaram também, que seria necessária a entrega de 30 regiões no sábado para chegar à região 180, dessa forma, substituíram o n por 30 para responder a primeira indagação da questão "c".

Ao serem questionados sobre como chegaram ao número 22 para substituir no lugar do n e responder a segunda indagação da questão "c" referente à região 129, os estudantes afirmaram ter feito várias tentativas, visto que o valor seria menor que 30, pois para $n = 30$, o resultado seria próximo de 180. Os estudantes afirmaram que a questão "c" foi a última que resolveram e como já tinham utilizado as expressões $6n$, $6n - 1$ e $6n - 2$ nas outras questões, inferiram que se utilizassem $6n - 3$ conseguiriam chegar ao resultado.

Podemos chamar essa estratégia utilizada pelos estudantes de pensamento proporcional, no qual, "corresponde a uma estrutura de comparação entre partes ou entre todos, ou entre partes e um todo, ou como um esquema instrumental que resolve algumas situações especiais de comparação" (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 52). Por último na questão "c", os estudantes evidenciaram que a lei de formação estabelecida para a entrega de gás as quintas-feiras é válida, destacando elemento por elemento.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Havíamos dito na introdução deste trabalho, que explicar determinadas situações por meio da linguagem matemática, é reflexo do conhecimento que se tem. Podemos através das análises da atividade, oferecer nossas interpretações e evidenciar o quão verdadeira é essa afirmação, pois a capacidade de se pensar algebricamente se desenvolveu de acordo com nível de escolaridade dos estudantes. Todavia, reconhecemos que a ação de explicar uma situação por meio da linguagem matemática implica desenvolver e revisitar as próprias ideias matemáticas que são utilizadas nessa ação.

Para Ponte, Branco e Matos, (2009), o estudo de sequências e regularidades, favorece a iniciação ao pensamento algébrico. Nesse sentido, vale ressaltar, a capacidade de leitura e interpretação que os estudantes do 6° ano apresentaram em relação ao quadro presente na atividade. A interpretação os auxiliou a determinar o próximo termo na representação das regiões que receberiam gás. Dessa forma, os estudantes mostraram condições favoráveis para o desenvolvimento do pensamento algébrico, pois perceberam regularidades, compreenderam padrões e se expressaram com linguagens que evidenciam o princípio desse pensamento. Isso se torna evidente quando os estudantes utilizaram frases como: *4 mais o número da tabuada do 6.*

Os estudantes da 3ª série mostraram um avanço acerca do pensamento algébrico se comparado com os estudantes do 6° ano. Os estudantes conseguiram determinar leis de formações, utilizar conceitos pré-definidos como a fórmula para o cálculo de n termos de uma P.A. e associar esses conceitos à resolução da atividade.

O trabalho objetivou analisar as resoluções de uma mesma atividade apresentadas por estudantes de dois níveis da Educação Básica, e nos permitiu evidenciar a manifestação do pensamento algébrico em ambos os níveis. As características presentes na resolução dos estudantes mostram que o pensamento algébrico "se expressa por meio de linguagens cada vez mais formais". (KAPUT, 1999 apud PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 9).

Nota-se no desenvolvimento deste trabalho, que os estudantes podem ser levados a pensar algebricamente de diversas formas, podendo ser, a partir de um quadro construído, por meio da percepção de sequências, na identificação de padrões e nas generalizações a partir de exemplos particulares. Dessa forma, inferimos que ambas as turmas manifestaram o pensamento algébrico de diversas formas, e que o pensamento algébrico está de acordo com o estágio de maturidade cognitiva em que os estudantes se encontram.

REFERÊNCIAS

AGUIAR, Marcia. **O percurso da didatização do pensamento algébrico no Ensino Fundamental**: uma análise a partir da Transposição Didática e de Teoria Antropológica do Didático. São Paulo, 2014. 310 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2014.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no ensino.** 4. ed. São Paulo: Contexto, 2005.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação Qualitativa em Educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994. Tradução de: Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Revisor: Antônio Branco Vasco.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. 148 p.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, Consed, Undime, 2016. 651p.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antonio. Contribuição para um reprensar... a educação algébrica, **Pro-posições**, Campinas, v.4, n.1(10), p. 78-91, mar.1993.
LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas – SP: Papirus, 1997.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. **Álgebra no ensino Básico**. Lisboa: ME – DGIDC, 2009.

RIBEIRO, Alessandro Jacques; CURY, Helena Noronha. **Álgebra para a formação do professor:** explorando os conceitos de equação e função. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, (Coleção Tendências em Educação Matemática). 2015.

SALANDINI, Everton Jonhathan de Andrade. **A Modelagem Matemática na introdução do conceito de equação para alunos de sétimo ano do Ensino Fundamental.** 2011. 110 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Ensino da Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.