



Encontro Paranaense de Educação Matemática
Curitiba, 26 a 28 de setembro de 2024.

A SIMULAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA EM AMBIENTES EDUCACIONAIS

Adriana Helena Borssoi
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
adrianaborssoi@utfpr.edu.br

Emerson Alves Rosa
Secretaria Estadual de Educação do Estado do Paraná
emersonalvesrosa@gmail.com

Resumo

Com o minicurso, o objetivo é oferecer um espaço para explorar com os participantes a simulação associada à análise de modelos decorrentes de atividades de modelagem matemática e discutir as implicações para o ensino e a aprendizagem no contexto educacional. Para isso, inicialmente, os participantes serão familiarizados com definições à medida que conhecem alguns aspectos da simulação no ensino da matemática, depois serão convidados a experimentar e discutir sobre recursos desenvolvidos por alunos da Educação Básica e de professores da Educação Básica que desenvolvem pesquisas com modelagem matemática e análise de modelos matemáticos. Com o espaço e as atividades previstas, é esperado contribuir para o desenvolvimento da autoeficácia, na formação de professores, para ensinar simulações e modelagem matemática com ferramentas digitais.

Palavras-chave: Análise de Modelos. Educação Matemática. Tecnologias Digitais.

Contextualização e aspectos teóricos

A proposição deste minicurso é motivada pela temática desta edição do Encontro Paranaense em Educação Matemática, “Mulheres no cenário da Educação Matemática paranaense”, considerando o envolvimento da primeira autora, como educadora matemática paranaense há quase 30 anos. Esperamos fazer deste minicurso um espaço para discutir acerca do trabalho docente diante do novo cenário educacional a partir de aspectos relacionados ao ensino e à aprendizagem da Matemática, especialmente com foco na simulação.

Por “novo cenário educacional” entenda-se desde as investidas do sistema em cercear os educadores da educação pública de sua autonomia pedagógica até os desafios de assumir determinadas unidades curriculares, itinerários formativos, apelo à plataformização, etc.

A partir da atuação na formação de professores no âmbito da pós-graduação *lato e stricto sensu*, assim como na formação a partir de ações de extensão, em um trabalho conjunto e colaborativo

de grupo de estudo e pesquisa, no âmbito de uma universidade pública paranaense, temos conseguido mobilizar educadores e educadoras a estudar matemática a partir do convite a abordar situações-problemas não essencialmente matemáticas por meio da matemática, o que caracteriza, em parte, a abordagem pedagógica (ou didática-pedagógica) denominada Modelagem Matemática (Almeida, 2022, Niss; Blum, 2020).

No minicurso, vamos colocar foco na simulação, pois, temos investigado, ao longo dos anos, que muitas vezes a modelagem é a estratégia usada para se resolver um problema, que uma matematização é mobilizada, mas, que a situação-problema tem na simulação um potencial que não é explorado pelos modeladores. Os motivos podem ser diversos: limitações de tempo ou recursos ou de habilidades com recursos que permitam a simulação, como aplicativos e softwares.

Greefrath e Siller (2017) argumentam que uma simulação pode ser usada para investigar um processo ou uma experiência por meio de modelos matemáticos e que as simulações “[...] estão inseparavelmente ligadas à modelagem matemática” (p. 530, tradução nossa¹). Para os autores, a modelagem e simulação são temas de grande interesse para a Educação Matemática, pois, voltadas à abordagem de questões biológicas ou econômicas, por exemplo, atestam a relevância social da matemática. Esses e outros autores lançam mão da representação do processo de modelagem matemática a partir de esquemas, como o da Figura 1. Neste, a simulação aparece integrada à fase de matematização no ciclo de modelagem, o qual considera a influência de tecnologias digitais.

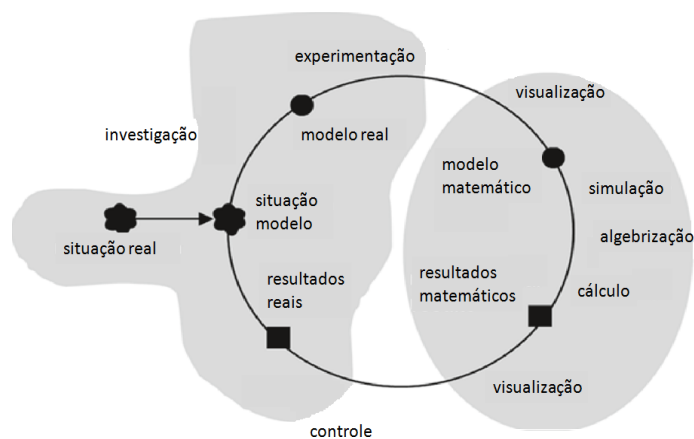


Figura 1 - Ciclo de Modelagem com a influência de ferramentas digitais

Fonte: Greefrath (2011, p. 303)

¹ “This means that simulations are inseparably linked to mathematical modelling (Greefrath; Siller (2017, p. 530).

No entendimento de Gerber et al. (2024, p. 272, tradução nossa²), “As simulações baseiam-se num modelo matemático previamente desenvolvido e servem como representação digital de aspectos de problemas relacionados com a realidade sob a forma de gráficos, tabelas, expressões simbólicas ou formas semelhantes de representação”. Os autores sugerem que na formação de professores se deve promover a autoeficácia dos mesmos para ensinar simulações e modelagem matemática com ferramentas digitais e que “[...] a qualidade do ensino é fortemente influenciada pelas características individuais de autoeficácia dos professores. Por conseguinte, a sua promoção é uma preocupação central da formação de professores” (Gerber et al., 2024, p. 271, tradução nossa³).

No texto *Pre-service Teachers’ Self-efficacy for Teaching Simulations and Mathematical Modelling with Digital Tools*, Gerber et al. (2024) trazem que a autoeficácia descreve a confiança subjetivamente percebida nas próprias habilidades, sendo fundamental que os professores a tenham para lidar com as demandas profissionais.

Com o minicurso, temos o objetivo de explorar com os participantes a simulação associada à análise de modelos decorrentes de atividades de modelagem matemática (ou não) e discutir as implicações para os processos de ensino e aprendizagem no contexto educacional.

Tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior, os documentos oficiais como Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) e as Diretrizes Curriculares Nacionais (Brasil, 2019) para o curso de Engenharia, para citar alguns, apresentam uma série de direcionamentos para o desenvolvimento de competências e habilidades ao longo da formação dos estudantes e prepará-los para os desafios do mercado de trabalho, promovendo uma formação mais abrangente e alinhada com as demandas da sociedade. Guardadas as críticas às políticas educacionais, precisamos lidar com as adversidades e buscar meios de contribuir para a formação técnica, mas também humana e crítica dos alunos.

No viés do exposto até aqui, reconhecemos que o aspecto interativo de muitas das novas tecnologias permite criar ambientes em que os alunos possam aprender fazendo, ao mesmo tempo em que recebem *feedback* e podem aprimorar continuamente seus conhecimentos construindo novos conhecimentos. Com essas tecnologias, conceitos difíceis de entender podem ser visualizados quando softwares de modelagem e simulação adequados são associados ao ensino (Borssoi, 2013).

² “Simulations are based on a previously developed mathematical model and serve as a digital representation of aspects of reality-related issues in the form of graphics, tables, symbolic expressions or similar forms of representation (Greefrath & Siller, 2017)” (Gerber et al., 2024, p. 272).

³ “[...] the quality of teaching is strongly influenced by the individual self-efficacy characteristics of the teachers. Therefore, promoting them is a central concern of teacher education (Gerber et al., 2024, p. 271).

Para alcançar nosso objetivo, lançaremos mão da Análise de Modelos (Soares; Javaroni, 2013) como uma alternativa para o estudo de modelos matemáticos em sala de aula quando atenção é voltada mais para a análise do modelo que representa um fenômeno “como pano de fundo para a introdução de conceitos matemáticos novos para os alunos” (p. 197).

Para analisar e avaliar criticamente um modelo, segundo Blomhøj e Niss (2021), é necessário que as seguintes fases sejam contempladas: identificar os elementos básicos do modelo; identificar, as informações e dados utilizados no modelo; identificar as hipóteses e simplificações; identificar a matematização utilizada no modelo; identificar os procedimentos matemáticos, inferências realizadas e os resultados obtidos; realizar uma avaliação crítica do modelo; chegar a uma conclusão sobre a formulação, relevância e confiabilidade do modelo (Blomhøj; Niss, 2021).

Com isso em questão, passamos aos aspectos metodológicos da proposta.

Aspectos metodológicos

Propomos o minicurso com duração de 2 horas e 30 minutos para o número de 20 participantes que tenham interesse em conhecer ou discutir o potencial da simulação no ensino e aprendizagem da Matemática e explorar alguns de seus aspectos. Para melhor aproveitamento, é sugerido que os interessados disponham de notebook, *tablet* ou *smartphone*, com acesso à internet e que permita executar planilhas eletrônicas, ou acessar links executáveis a partir de navegadores da internet.

A interação com os participantes se dará a partir do diálogo e da apresentação de arquivos digitais, para os quais será necessário equipamento multimídia e acesso à internet do computador pessoal dos autores. Ainda, os participantes serão convidados a se organizar em pequenos grupos para experimentar atividades envolvendo a simulações e análise de modelos.

O minicurso será estruturado da seguinte forma:

Considerações iniciais: apresentações iniciais e levantamento de informações para compreender qual é o perfil do grupo e qual a familiaridade com a modelagem matemática, tecnologias digitais e simulação, além da apresentação do objetivo do minicurso.

Situação inicial: uma atividade de modelagem matemática desenvolvida com a temática “irrigação noturna” será usada para inteirar os participantes de alguns aspectos que caracterizam a simulação com o uso de uma planilha eletrônica. Neste caso um modelo matemático formulado como um sistema de equações de diferenças será analisado com o intuito de mostrar que as simulações apoiam a descoberta de soluções de um problema, mesmo que aproximadamente, e podem contribuir

para a exploração de conteúdos relacionados com a realidade para os quais não é (ainda, em termos de conhecimento prévio) possível uma solução analítica (Gerber *et al.*, 2024).

Experimentação e Análise de Modelos: os participantes serão convidados a simular a descida de um carrinho em uma rampa realizando a experimentação com recursos manipuláveis, como ilustrado na Figura 2i, e/ou pela análise de vídeos, de modo que se possa inferir sobre o tempo de descida do carrinho dependendo do ângulo de inclinação da rampa.

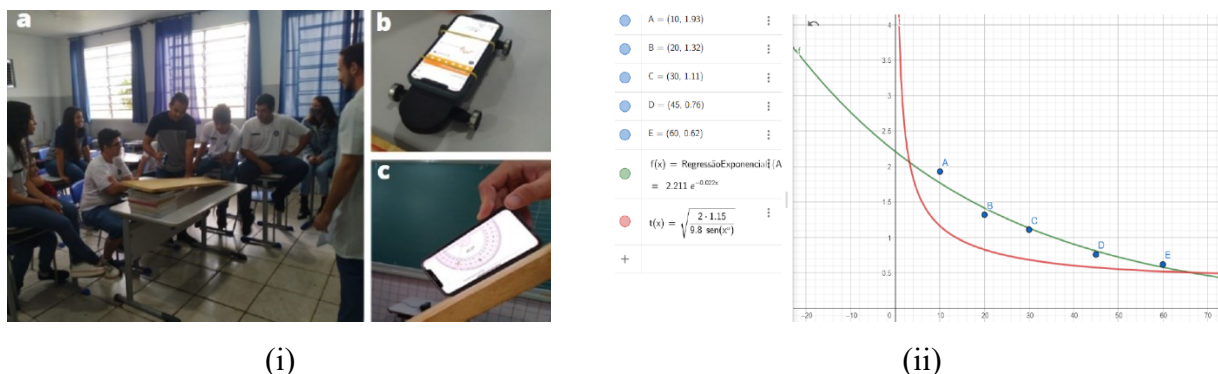


Figura 2 – Registros da experimentação e de modelos de alunos da Educação Básica

Fonte: Tonin *et al.*, (2023)

A partir de então, serão apresentados dois modelos matemáticos (Figura 2ii): um obtido por alunos da Educação Básica em uma atividade de modelagem e outro, o clássico da Física, deduzido a partir da aceleração no plano inclinado (Tonin *et al.*, 2023). Uma análise comparativa dos modelos será conduzida pelos autores com o intuito de discutir o potencial da simulação na promoção da criticidade dos alunos (Blomhøj; Niss, 2021). Neste momento, recursos como *software* GeoGebra⁴ e Tracker⁵ serão mobilizados.

Um desafio desencadeado pela Análise de Modelo: para simular é necessário um simulador, e agora? Neste momento os participantes serão convidados a para a programação em aplicativos que são também recursos digitais muitas vezes usados com outros propósitos nas aulas de matemática (esboçar gráficos, explorar conceitos de geometria, etc.) e que estão disponíveis nas escolas (mesmo públicas), como *Scratch*⁶, GeoGebra, entre outros. Neste momento, esperamos mostrar e discutir possibilidades, como de trabalhar em disciplinas⁷ como de Pensamento Computacional⁷, associando a análise de modelos e a elaboração de simuladores. Para isso, exemplos de recursos digitais

⁴ <https://www.geogebra.org/classic>

⁵ <https://physlets.org/tracker/>

⁶ <https://scratch.mit.edu/>

⁷ Não pretendemos discutir no minicurso especificidades sobre o Pensamento Computacional, no entanto, o reconhecemos “[...] como uma maneira de valorizar novos modos de pensamento e de explorar novos caminhos para construir conhecimento matemático e computacional (Azevedo; Araújo, 2024, p. 3).

desenvolvidos por alunos da Educação Básica e por professores da Educação Básica em processo de formação em nível de mestrado, ilustrados na Figura 3, serão analisados.

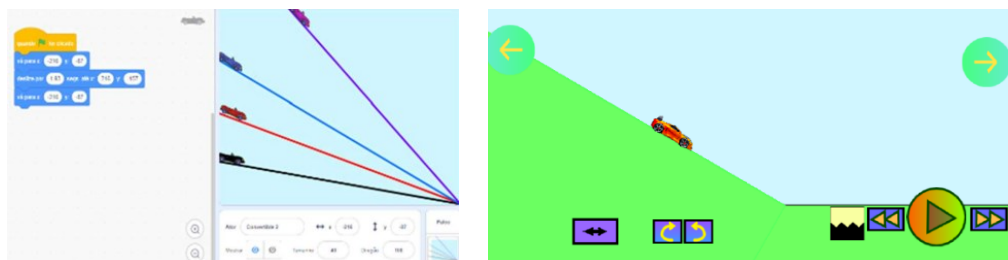


Figura 3 – Exemplos de

Fonte: Tonin *et al.*, (2023)

Para finalizar as atividades: um espaço para compartilhamento de reflexões dos participantes e dos autores será promovido, em especial, ao que se refere à abordagem para os processos de ensino e aprendizagem nos ambientes educacionais.

Resultados Esperados

Com o minicurso, almejamos explorar com os participantes a simulação associada à análise de modelos e discutir as implicações para os processos de ensino e aprendizagem no contexto educacional. Para isso, nos pautamos em resultados de pesquisas da literatura e daquelas que desenvolvemos no âmbito de um grupo de estudo e pesquisas (será identificado se aprovado para o evento) do qual participamos.

A partir de modelos obtidos no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, esperamos evidenciar a simulação com uso de alguns recursos digitais que possam ser explorados no contexto da Educação Básica, como planilhas eletrônicas, e aplicativos como *Scratch* e *GeoGebra*.

Conforme destacado por Blomhøj e Niss (2021), a habilidade de relacionar, analisar e avaliar crítica e reflexivamente esses modelos é uma competência essencial para a vida pessoal, profissional, social e cívica dos indivíduos em uma sociedade. Assim, abrir espaço para discutir a importância de se promover a autoeficácia, na formação de professores, para ensinar simulações e modelagem matemática com ferramentas digitais (Gerber *et al.*, 2024) também é um propósito do minicurso.

Referências

- ALMEIDA, L. M. W. de. Uma abordagem didático-pedagógica da Modelagem Matemática. **VIDYA**, Santa Maria (RS, Brasil), v. 42, n. 2, p. 121–145, 2022. DOI: 10.37781/vidya.v42i2.4236. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/4236>. Acesso em: 08 jun. 2024.
- AZEVEDO, G. T. de; ARAÚJO, U. F. de. Desenvolvimento científico-robótico no âmbito da formação em matemática: pensamento computacional e relevância social. **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (RIPEM)**, v. 14, p. 1-17, 2024.
- BLOMHOJ, M.; NISS, M. Descodificar, compreender e avaliar modelos matemáticos existentes: o que é que isso requer? **Quadrante**, v. 30, n. 2, p. 9-36, 2021.
- BORSSOI, A. H. **Modelagem matemática, aprendizagem significativa e tecnologias: articulações em diferentes contextos educacionais**. Tese de doutorado. Universidade Estadual de Londrina (UEL), 2013.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação/Conselho Nacional de Educação/Câmara de Educação Superior. Resolução no 2 de 24 de abril de 2019. p. 43. https://normativasconselhos.mec.gov.br/normativa/view/CNE_RES_CNECESN22019.pdf. Acesso em: 02 de jul. de 2024.
- GERBER, S.; QUARDER, J.; GREEFRATH, G.; SILLER, H.-S. Pre-service Teachers' Self-efficacy for Teaching Simulations and Mathematical Modelling with Digital Tools. In: SILLER, H.-S.; GEIGER, V.; KAISER, G. (Ed.). **Researching Mathematical Modelling Education in Disruptive Times**. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling. Cham: Springer, 2024.
- GREEFRATH, G. Using Technologies: New Possibilities of Teaching and Learning Modelling – Overview. In: KAISER, G.; BLUM, W.; FERRI, R. B.; STILLMAN, G. (Ed.). **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling (ICTMA 14)**. New York: Springer, 2011. p. 301-304.
- GREEFRATH, G.; SILLER, H.-S. Modelling and simulation with the help of digital tools. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; KAISER, G. (Ed.). **Mathematical modelling and applications, ICTMA 17**. Dordrecht: Springer, 2017. p. 529-539.
- NISS, M.; E BLUM, W. **Learning and Teaching of Mathematical Modelling**. Routledge, England, 2020.
- SOARES, D. S. JAVARONI, S. L. Análise de Modelos: possibilidades de trabalho com Modelos Matemáticos em sala de aula. In: Borba, M C; Chiari, A (Org). **Tecnologias Digitais e Educação Matemática**, São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013.
- TONIN, E. C.; ROSA, E. A.; GIROTI, N. I.; BORSSOI, A. H. Integração de tecnologia e modelagem matemática: uma abordagem na Educação Básica. In: ENCONTRO PARANAENSE



Encontro Paranaense de Educação Matemática
Curitiba, 26 a 28 de setembro de 2024.

DE TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2023, Apucarana. **Anais** [...]
Apucarana: EPTEM, 2023. v. 1, p. 1-12.